

## 基于数字天顶仪的星点图像坐标误差分析

杨 上,周召发,刘先一,张西辉

(火箭军工程大学 兵器发射理论与技术国家重点学科实验室,陕西 西安 710025)

**摘要:**星点图像坐标的准确性与数字天顶仪的定位精度紧密相关。根据数字天顶仪成像原理,严格推导出星点图像坐标表达式,在此基础上推导了星点图像坐标在 4 个误差因素及综合误差下的误差方程,分析结果表明各误差之间相互独立。通过仿真 4 个误差因素及综合误差情况下的星图数据进行分析,仿真结果表明:焦距误差与转位误差对各星点图像坐标的影响各不相同,焦距引起的坐标变化值  $\Delta x$  和  $\Delta y$  相对其平均值的最大波动值分别为 2.38、3.04 pixel; 转位误差引起的坐标变化值  $\Delta x$  和  $\Delta y$  相对其平均值的最大波动值为 1.06、1.41 pixel; 光轴倾斜误差与主点偏移引起的星点图像坐标变化是整体性偏移。另外,提出了一种误差参数求解的方法,利用解算出来的误差参数对星点图像坐标进行补差,数字天顶仪的定位经度精度提高了约 1.98 m,纬度精度提高了约 1.65 m。

**关键词:**星点图像坐标; 数字天顶仪; 误差分析

中图分类号: P222 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0726002

## Error analysis of star image coordinate based on digital zenith camera

Yang Shang, Zhou Zhaofa, Liu Xianyi, Zhang Xihui

(State Key Discipline Laboratory of Armament Launch Theory and Technology, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** The accuracy of the star image coordinates is closely related to the positioning accuracy of the digital zenith camera. On the basis of the principle of digital zenith camera imaging, the star image coordinate expression was deduced strictly. The error equations of the image coordinates under four error factors and composite error factor were deduced based on the star image coordinate expression. The analysis results showed that the errors were independent of each other. Star map data was obtained through the simulation under four error factors and composite error factor. The simulation results show that: The influence of the image coordinates of each star point caused by the focal distance error and the transposition error is different. Compared to average value of the coordinate change values of  $\Delta x$  and  $\Delta y$ , the maximum fluctuation values of  $\Delta x$  and  $\Delta y$  caused by the focal distance error were about 2.38 pixel and 3.04 pixel. The maximum fluctuation values of  $\Delta x$  and  $\Delta y$  caused by the transposition error were about 1.06 pixel and 1.41 pixel. The error of the optical axis tilt and the main point offset made the change of the star image coordinates as whole migration. In addition, a method for solving the error parameters was proposed. The calculated error parameters were used to compensate the star image

收稿日期:2018-02-01; 修订日期:2018-03-05

基金项目:国家自然科学基金(41174162)

作者简介:杨上(1993-),男,硕士生,主要从事天文定位定向技术方面的研究。Email: 1306676498@qq.com

导师简介:周召发(1971-),男,教授,博士,主要从事定位定向与基准传递技术方面的研究。Email: m18592057570@163.com

coordinates. The longitude accuracy of the digital zenith camera was improved by about 1.98 m, and the latitude accuracy was improved by about 1.65 m.

**Key words:** star image coordinates; digital zenith camera; error analysis

## 0 引言

数字天顶仪的研制成功实现了大地天文定位的全自动测量<sup>[1-4]</sup>。CCD 技术的出现让数字天顶仪的发展进入了数字时代,使数字天顶仪具有自动观测,自动数据处理,远程数据传输等功能<sup>[4]</sup>。德国 Hannover 大学与瑞士苏黎世理工大学研制的数字天顶仪定位精度可达 0.1''<sup>[5]</sup>,中国科学院国家天文台与山东科技大学合作研制的数字天顶仪定位精度可达 0.2''~0.3''。数字天顶仪通过对称位置拍摄星图的方式采集的数据,迭代计算并求平均后得到旋转轴的天文经纬度从而实现定位,星图信息为数字天顶仪的定位解算提供起始数据,故星点图像坐标的准确性与定位精度紧密相关。当前国内对影响数字天顶仪星点图像坐标准确性主要从星图去噪,星点定位及星点提取等方面进行研究,从数字天顶仪成像过程的角度对星点图像坐标的误差分析研究较少。对此文中严格推导了恒星成像在 CCD 上的图像坐标表达式,对影响星点图像坐标的各因素进行分析并建立了误差方程;通过仿真各误差因素下的星图数据,由此分析各误差因素对星点图像坐标产生的影响;最后根据星点图像坐标表达式,给出解算误差参数的方法,最后通过对实验数据的处理验证误差参数求解方法的合理性。

## 1 星点图像坐标的理论推导

CCD 图像坐标系  $o'-xy$  与切平面坐标系  $o''-\zeta\eta$  如图 1 所示。其中 CCD 图像坐标系原点在 CCD 图像左上角,切平面坐标系原点为数字天顶仪光轴与天球的交点,如图 1 所示。

假设  $oo'$  为单位长,恒星  $Z_0$  的高度为  $h$ ,则恒星  $Z_0$  天顶距为  $90^\circ-h$ 。恒星  $Z_0$  位角为  $A$ ,则恒星  $Z_0$  的切平面坐标为:

$$\begin{cases} \zeta = \coth h \sin A \\ \eta = \coth h \cos A \end{cases} \quad (1)$$

由测站点子午圈、过恒星和北极的大圆、过恒星

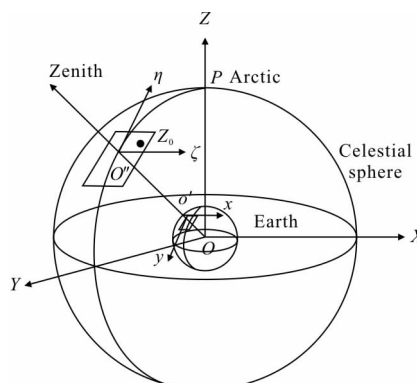


图 1 坐标系

Fig.1 Coordinate system

和测站点天顶的大圆构成的球面三角形如图 2 所示。

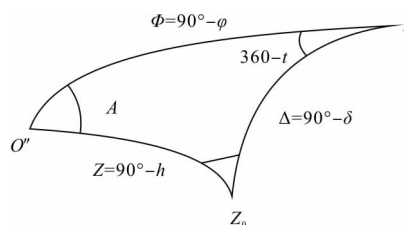


图 2 球面三角形

Fig.2 Spherical triangle

由球面三角形计算公式和时角计算式<sup>[6]</sup>,可得:

$$\begin{cases} \cosh \sin A = -\cos \delta \sin t \\ \sinh = \sin \delta \sin \phi + \cos \phi \cos \delta \cos t \\ \cosh \cos A = \sin \delta \cos \phi - \sin \phi \cos \delta \cos t \\ t = \alpha - \text{GAST} + \lambda \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $(\alpha, \delta)$  为恒星的视赤经,视赤纬;  $(\lambda, \phi)$  为数字天顶仪光轴的天文经纬度;  $t$  为恒星  $Z_0$  的时角, GAST 为观测瞬间的格林尼治恒星时。

联立公式(1)与公式(2)可得恒星的切平面坐标  $(\zeta, \eta)$  为:

$$\begin{cases} \zeta = \frac{\sin t}{\sin \phi \tan \delta + \cos \phi \cos t} \\ \eta = \frac{\cos \phi \tan \delta - \sin \phi \cos t}{\sin \phi \tan \delta + \cos \phi \cos t} \end{cases} \quad (3)$$

如图 3 所示,数字天顶仪恒星成像过程可等效为小孔成像,即恒星光通过数字天顶仪的焦点成

像在 CCD 传感器上。构建理想坐标系  $o''-\zeta'\eta'$ ，其原点  $o''$  为以数字天顶仪焦距  $f$  为半径的球面与 CCD 平面的切点， $o''\zeta'$  轴和  $o''\eta'$  轴与切平面坐标系的  $o'\zeta$  轴和  $o'\eta$  轴平行。结合切平面坐标表达式(3)，可得理想坐标  $(\zeta', \eta')$ ，如下：

$$\begin{cases} \zeta' = -f \frac{\sin t}{\sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \cos t} \\ \eta' = -f \frac{\cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \cos t}{\sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \cos t} \end{cases} \quad (4)$$

数字天顶仪在实际使用过程中，CCD 图像坐标系与理想坐标系并不会重合，两坐标系之间存在夹角  $\theta$ 。

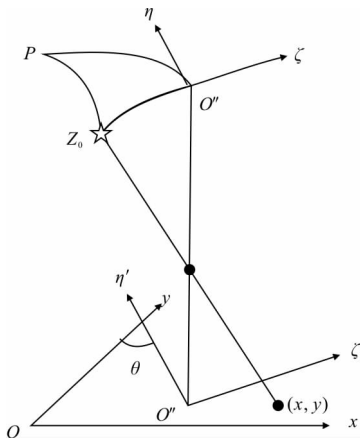


图 3 恒星成像示意图

Fig.3 Diagram of star imaging

则理想坐标系与 CCD 图像坐标系如下：

$$\begin{cases} x = x_c + \frac{(\zeta' \cos \theta - \eta' \sin \theta)}{\text{pixel}} \\ y = y_c + \frac{(\zeta' \sin \theta + \eta' \cos \theta)}{\text{pixel}} \end{cases} \quad (5)$$

式中： $(x_c, y_c)$  为理想坐标系坐标原点在 CCD 图像坐标系上的坐标；pixel 为 CCD 传感器单个像素大小。由于  $(\zeta', \eta') = (f\zeta, f\eta)$ ，联立公式(3)与公式(5)，可得恒星成像在 CCD 图像坐标系上坐标为：

$$\begin{cases} x = x_c - \frac{f}{\text{pixel}} \frac{\sin t \cos \theta + [\cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \cos t] \sin \theta}{\sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \cos t} \\ y = y_c - \frac{f}{\text{pixel}} \frac{\sin t \sin \theta - [\cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \cos t] \cos \theta}{\sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \cos t} \end{cases} \quad (6)$$

公式(6)为星点图像坐标表达式，由此可以看出恒星成像在 CCD 传感器上的坐标与数字天顶仪的光轴、焦距以及  $\theta$  角有关。

## 2 星点图像坐标误差分析

### 2.1 转台转位误差

数字天顶仪采用对称位置拍摄星图的方式进行定位，假设数字天顶仪在旋转前 CCD 图像坐标系与理想坐标系之间的夹角为  $\theta_0$ ，当数字天顶仪在旋转角  $\beta$  后，理想情况下 CCD 图像坐标与理想坐标系之间的夹角为  $\theta_0 + \beta$ ，但是在实际使用过程中，由于轴系误差的原因，数字天顶仪存在转位误差，假设转台转位误差为  $\Delta\beta$ ，则旋转后 CCD 图像坐标系与理想坐标系之间的夹角变为  $\theta_0 + \beta + \Delta\beta$ ，代入公式(6)并化简可得：

$$\begin{cases} \Delta x_1 = -\frac{f}{\text{pixel}} \times \frac{-\sin t (\sin \theta_0 \times \Delta \beta) + [\cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \cos t] (\cos \theta_0 \times \Delta \beta)}{\sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \cos t} \\ \Delta y_1 = -\frac{f}{\text{pixel}} \times \frac{\sin t (\cos \theta_0 \times \Delta \beta) + [\cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \cos t] (\sin \theta_0 \times \Delta \beta)}{\sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \cos t} \end{cases} \quad (7)$$

公式(7)为转台转位误差带来的星点图像坐标变化值。

### 2.2 光轴倾斜误差

如图 4 所示，恒星发出的平行光通过光轴焦点成像在 CCD 传感器平面上，在实际生产安装过程中

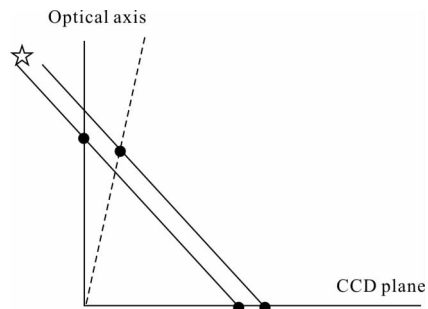


图 4 光轴倾斜

Fig.4 Optical axis tilt

由于技术工艺等方面的限制，外界温度的变化以及运输过程中的振动，数字天顶仪的光轴会产生倾斜，假设光轴倾斜带来光轴天文经纬度变化值为  $(\Delta\lambda, \Delta\varphi)$ ，代入公式(6)可得光轴倾斜引起的星点图像坐标变化为：

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_2 \end{bmatrix} = f_k \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\sin\varphi\cos t - \cos\varphi\sin t)\Delta\varphi + (\cos\varphi + \sin\varphi\tan\delta\sin t)\Delta\lambda \\ (\tan^2\delta + \cos^2 t)\Delta\varphi + \sin t\tan\delta\Delta\lambda \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $f_k = -\frac{f}{\text{pixel}} \frac{1}{(\sin\varphi\tan\delta + \cos\varphi\cos t)^2}$ 。

### 2.3 焦距误差

数字天顶仪在安装和运输过程中会产生抖动, 以及外界温度变化等原因使得数字天顶仪的焦距产生变化。设焦距变化为  $\Delta f$ , 将其代入公式(6)可得焦距误差引起的星点图像坐标变化为:

$$\begin{cases} \Delta x_3 = -\frac{\Delta f}{\text{pixel}} \frac{\sin t \cos\theta + [\cos\varphi\tan\delta - \sin\varphi\cos t]\sin\theta}{\sin\varphi\tan\delta + \cos\varphi\cos t} \\ \Delta y_3 = -\frac{\Delta f}{\text{pixel}} \frac{\sin t \sin\theta - [\cos\varphi\tan\delta - \sin\varphi\cos t]\cos\theta}{\sin\varphi\tan\delta + \cos\varphi\cos t} \end{cases} \quad (9)$$

### 2.4 主点偏移

光轴主点偏移指的是在数字天顶仪在外界影响因素的干扰下, 使得镜筒和透镜发生移动或者变形而使光轴主点产生小范围的移动, 造成光轴偏移

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c + \Delta x' \\ y_c + \Delta y' \end{bmatrix} - \frac{(f + \Delta f)}{\text{pixel}} \times \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin\theta \times \Delta\beta & -\cos\theta \times \Delta\beta \\ \cos\theta \times \Delta\beta & -\sin\theta \times \Delta\beta \end{bmatrix}$$

$$\left[ \begin{matrix} p \sin t \\ (\cos\varphi \tan\delta - \sin\varphi \cos t) p \end{matrix} \right] + p^2 \begin{bmatrix} \sin(\sin\varphi\cos t - \cos\varphi\sin t)\Delta\varphi + (\cos\varphi + \sin\varphi\tan\delta\sin t)\Delta\lambda \\ (\tan^2\delta + \cos^2 t)\Delta\varphi + \sin t\tan\delta\Delta\lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中:  $p = \frac{1}{\tan\delta\sin\varphi + \cos\varphi\cos t}$ 。

公式(11)可表示为如下简化形式:

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix} - \frac{(f + \Delta f)}{\text{pixel}} (A + \Delta A)(B + \Delta B) \quad (12)$$

式中:  $\Delta A$  为包含误差参数  $\Delta\beta$  的矩阵;  $\Delta B$  为包含误差参数  $\Delta\lambda, \Delta\varphi$  的矩阵。

对于公式(12)的化简, 可将每个括号中的一阶项与其他括号中的各项相乘, 由于误差项为小量, 可舍去高阶项, 保留一阶项, 最终化简结果为:

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} = \Delta x' - \frac{f}{\text{pixel}} B \Delta A - \frac{f}{\text{pixel}} A \Delta B - \frac{\Delta f}{\text{pixel}} AB \quad (13)$$

式中:  $-\frac{f}{\text{pixel}} B \Delta A = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ ;  $-\frac{f}{\text{pixel}} A \Delta B = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ ;

$-\frac{\Delta f}{\text{pixel}} AB = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix}$ 。

由公式(13)可知, 转位误差、光轴倾斜误差、焦

CCD 敏感器的中心。假设光轴主点的偏移量为  $\Delta x'$ ,  $\Delta y'$ , 如图 5 所示。

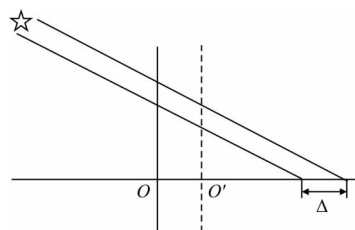


图 5 主点偏移

Fig.5 Main point offset

则光轴主点偏移引起的星点 CCD 图像坐标变化为:

$$\begin{cases} \Delta x_5 = \Delta x' \\ \Delta y_5 = \Delta y' \end{cases} \quad (10)$$

### 2.5 综合误差

将转台转位误差  $\Delta\beta$ , 光轴倾斜引起的天文经纬度变化值  $(\Delta\lambda, \Delta\varphi)$ , 焦距误差  $\Delta f$ , 主点偏移  $(\Delta x, \Delta y')$  这 4 项误差代入公式(6), 按泰勒公式展开, 由于这 4 项误差为微小量, 取泰勒展开式一阶项, 可得综合误差为:

距误差以及主点偏移对星点图像坐标的影响是相互独立的, 综合误差为各项误差之和。

## 3 误差补偿

根据星点图像坐标方程, 分别对转位误差  $\beta$ , 光轴的天文经纬度  $\lambda, \varphi$ , 焦距  $f$ , 光轴的 CCD 图像坐标  $x_c, y_c$  求偏导, 则存在:

$$AX = b \quad (14)$$

$$\text{式中: } A = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \beta} & \frac{\partial x}{\partial \lambda} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial x}{\partial f} & 1 & 0 \\ \frac{\partial y}{\partial \beta} & \frac{\partial y}{\partial \lambda} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial f} & 0 & 1 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\lambda \\ \Delta\varphi \\ \Delta f \\ \Delta x' \\ \Delta y' \end{bmatrix}; b =$$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & i & i \\ x_{\text{观}} - x_{\text{理}} & x_{\text{观}} - x_{\text{理}} & \dots & x_{\text{观}} - x_{\text{理}} & x_{\text{观}} - x_{\text{理}} \\ 1 & 1 & \dots & i & i \\ y_{\text{观}} - y_{\text{理}} & y_{\text{观}} - y_{\text{理}} & \dots & y_{\text{观}} - y_{\text{理}} & y_{\text{观}} - y_{\text{理}} \end{bmatrix}$ , 其中  $i$  为星图上星点的个数。给

定初值  $\beta_0, \lambda_0, \varphi_0, f_0, x_c, y_c$ , 可计算得到  $(x_{理}^i, y_{理}^i)$ , 采用最小二乘法进行计算误差参数  $\Delta\beta, \Delta\lambda, \Delta\varphi, \Delta f, \Delta x', \Delta y'$ , 则:

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_0 + \Delta\beta \\ \lambda &= \lambda_0 + \Delta\lambda \\ \varphi &= \varphi_0 + \Delta\varphi \\ f &= f_0 + \Delta f \\ x &= x_0 + \Delta x' \\ y &= y_0 + \Delta y' \end{aligned} \quad (15)$$

将公式(15)解算得到的新的参数, 重新代入公式(6)计算到  $(x_{理}^i, y_{理}^i)$ , 再次计算公式(14), 直到计算的误差参数稳定为止。将最后计算得到的未知参数代入对应的误差方程得到星点图像坐标的变化值, 进而对星点坐标进行补偿。

光轴倾斜, 焦距误差和主点偏移为光学误差, 为减少压力和温度变化等因素对这光学误差的干扰, 可采用以下措施控制这三项误差<sup>[12]</sup>: 一是对于镜筒内的透镜可采用高质量高硬度的光学玻璃, 并对光学玻璃进行多次时效的回火处理消除应力, 以此有效控制透镜因温度的变化产生形变; 二是对于镜筒可采用无热化处理, 确保望远镜在高、低温状态下焦距保持稳定; 三是对于镜筒内放置光学透镜的镜框, 严格控制透镜与镜框的配合公差, 使得透镜在安装时避免受到较大的外界压力; 四是对于透镜表面的镀膜, 可采用加工温度较低的混合膜, 减小温度过高引起镀膜的形变; 五是设计专门的外包装, 减少运输过程中的震动。

数字天顶仪的轴系结构主要由主轴、轴套和钢珠组成, 如图 6 所示。

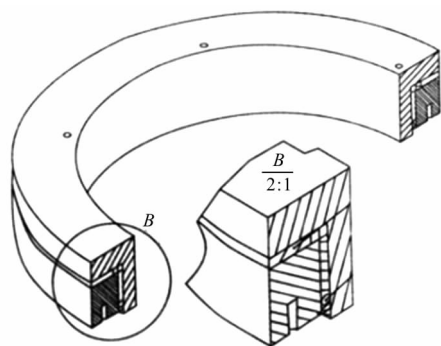


图 6 轴系结构

Fig.6 Shafting structure

为保证转台转位精度及其稳定性, 可采用以下

措施: 一是要提高轴系结构的刚度, 可采用具有高强度和耐磨性, 接触疲劳强度高的牌号为 GCr15 的铬轴承钢; 二是增加钢珠的数量, 提高钢珠的密度, 以此减小单颗钢珠承受的压力, 减小的钢珠变形, 提高轴系回转的稳定性; 三是钢珠的排列方式必须使每颗钢珠的滚道互不重叠且成中心对称位置放置; 四是根据钢珠, 主轴和轴套的实际尺寸选取合适的过盈量。

#### 4 仿真及实验数据分析

为分析上述 4 个误差因素对星点图像坐标带来的误差, 通过设置下述条件对星点图像坐标进行仿真。

(1) 无误差情况下, 数字天顶仪光轴方向的天文经度为  $\lambda=108^\circ$ , 天文纬度为  $\varphi=33^\circ$ , 转台转位为  $180^\circ$ , 数字天顶仪的焦距为 600 mm, 光轴位于 CCD 敏感器的中心;

(2) 转台转位误差  $\Delta\beta$  为  $1', 2'$ ;

(3) 光轴倾斜为  $0.5'$  (即  $\Delta\lambda=\Delta\varphi=0.5'$ ) 和  $1'$  (即  $\Delta\lambda=\Delta\varphi=1'$ );

(4) 焦距变化  $\Delta f$  为 0.5 mm, 1 mm, 光轴主点变化为  $\Delta x=5 \text{ pixel}, \Delta y=3 \text{ pixel}$ ;

(5) 综合误差为  $1'+0.5'+0.5 \text{ mm}+0.01 \mu\text{m}+5, 1'+0.5'+0.5 \text{ mm}+0.01 \mu\text{m}+3 \text{ pixel}$ 。

在上述每种误差及综合误差条件下分别仿真 8 个对称位置的星图, 共得到 144 幅星图。表 1 给出了部分恒星在各误差因素下的星点 CCD 图像坐标变化值的仿真结果。

如表 1~表 3 所示, 数字天顶仪的光轴倾斜误差与主点偏移对星点图像坐标的影响是整体性的, 可认为是 CCD 图像坐标的平移, 坐标平移量易受光轴倾斜和主点偏移的影响, 由此可能造成本应成像在 CCD 敏感器边缘的星点, 由于光轴倾斜和主点偏移, 使得星点位置超出 CCD 敏感器的面积范围, 导致 CCD 上的星点数量减少, 进而导致参与数字天顶仪星图识别的恒星数量减少。焦距误差对星点图像坐标影响较大, 各星点坐标变化值各不相同,  $\Delta x, \Delta y$  间的波动性显著。例如焦距误差为 1 mm 造成的星点图像坐标变化值  $\Delta x, \Delta y$  最大值分别约为 4.01 pixel, 3.68 pixel。坐标变化值  $\Delta x, \Delta y$  相对其平均值的最



表 1 星点图像坐标变化值

Tab.1 Star image coordinate change value

Error	Transposition error				Optical axis tilt			
	1'		2'		0.5'		1'	
Star number	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$
536 73	0.191 0	0.433 2	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	19.397 5	16.785 6
544 65	0.132 6	-0.700 1	0.382 0	0.866 3	6.487 4	5.602 6	19.393 0	16.781 4
547 34	-0.317 7	-0.505 6	0.265 1	-1.400 2	6.485 9	5.601 2	19.395 4	16.782 3
535 25	0.642 8	-0.033 7	-0.635 6	-1.011 1	6.486 7	5.601 5	19.392 1	16.781 0
545 81	-0.088 4	-0.573 9	1.285 5	-0.067 5	6.485 6	5.601 1	19.396 7	16.784 3

表 2 焦距误差与主点偏移对图像坐标的影响

Tab.2 Influence of focal distance error and main point offset on image coordinates

Error	Focal distance error				Main point offset	
	0.5 mm		1 mm		$\Delta x=5 \text{ pixel}$	$\Delta y=3 \text{ pixel}$
Star number	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$
536 73	-1.241 1	0.546 9	-2.482 2	1.093 7	5	3
544 65	2.005 5	0.380 3	4.011 0	0.760 6	5	3
547 34	1.448 6	-0.910 0	2.897 2	-1.820 0	5	3
535 25	0.096 2	1.841 4	0.192 4	3.682 8	5	3
545 81	1.644 2	-0.253 1	3.288 3	-0.506 2	5	3

表 3 综合误差对图像坐标的影响

Tab.3 Influence of composite error on image coordinates

Composite error	$1'+0.5'+0.5 \text{ mm}+0.01 \mu\text{m}+5$	$1'+0.5'+0.5 \text{ mm}+0.01 \mu\text{m}+3$	$2'+1'+1 \text{ mm}+0.02 \mu\text{m}+5$	$2'+1'+1 \text{ mm}+0.02 \mu\text{m}+3$
Star number	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$	$\Delta x/\text{pixel}$	$\Delta y/\text{pixel}$
536 73	10.436 3	9.574 0	22.289 3	21.755 7
544 65	13.614 0	8.261 4	28.669 5	19.140 9
547 34	12.617 6	7.195 0	26.647 0	16.952 3
535 25	12.224 3	10.410 3	25.864 0	23.386 3
545 81	13.046 7	7.774 2	27.518 0	18.140 3

大波动值分别为 2.38 pixel, 3.04 pixel。转台转位误差对星点的 CCD 图像坐标存在一定的影响, 但没有焦距误差造成的影响显著, 例如转位误差为造成的星点图像坐标变化值  $\Delta x, \Delta y$  最大值分别约为 1.28 pixel, 1.40 pixel。坐标变化值  $\Delta x, \Delta y$  相对其平均值的最大波动值分别为 1.06 pixel, 1.41 pixel。综合误差下星点坐标的变化值等于各误差带来的变

化值相加。

文中在星点数量满足数字天顶仪定位需求的情况下, 即不考虑光轴倾斜和主点偏移使得星点位置超出 CCD 面积范围的情况。将无误差、转位误差为 1'、焦距误差为 0.5 mm、光轴倾斜 0.5', 主点偏移为  $\Delta x=5 \text{ pixel}, \Delta y=3 \text{ pixel}$  以及综合误差这 6 种情况下共 96 幅星图进行定位解算, 定位结果如图 7 所示。

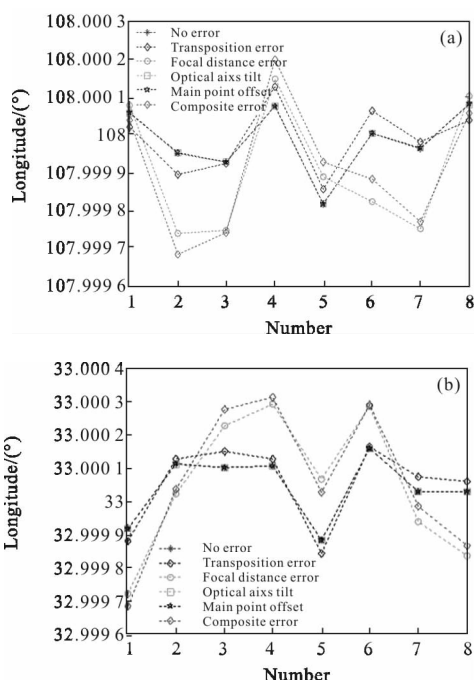


图 7 天文经纬度

Fig.7 Astronomical longitude and latitude

由图 7 可知，焦距误差得到的定位曲线偏离无误差的定位曲线显著。转位误差得到的定位曲线在无误差的定位曲线附近波动，光轴倾斜和主点偏移得到的定位曲线与无误差的定位曲线几乎重合。其中在焦距误差下，定位经度精度与无误差情况下的定位经度精度相差  $0.1''$ 。纬度精度相差  $0.15''$ 。在转位误差下，定位经度精度与无误差情况下的定位经度精度相差  $0.06''$ 。纬度精度相差  $0.09''$ 。对于综合误差曲线，在某些解算单元，在综合误差情况下得到的定位结果位于转位误差和焦距误差得到的定位结果之间，原因在于焦距误差与转位误差引起各星点图像坐标变化各不相同。例如星号为 53 673 的星点，转位误差引起的坐标变化值  $\Delta x$  为正，而焦距误差引起的坐标变化值  $\Delta x$  为负，则在求解星点综合坐标误差时会相互抵消。

2017 年 7 月进行了大量实验，数字天顶仪采用顺时针和逆时针各拍摄 8 幅星图的方式进行定位解算。数字天顶仪的 CCD 芯片为  $4\ 096\ \text{pixel} \times 4\ 096\ \text{pixel}$ ，焦距为  $600 \pm 4\ \text{mm}$ 。数字天顶仪拍摄星图并进行星图识别后的部分数据如表 4 所示。

表 4 星图数据

Tab.4 Star map data

CCD x/pixel	CCD y/pixel	Longitude/(°)	Latitude/(°)
1 005.432 6	436.693 4	110.840 2	34.639 6
1 863.234 1	341.769 7	110.157 0	35.124 5
1 587.721 8	1 349.691 2	109.802 5	34.275 9
1 576.630 2	1 524.467 4	109.710 2	34.146 3
2 445.671 4	1 767.746 9	108.819 2	34.388 4
1 310.969 8	469.733 0	110.558 2	34.765 5
900.804 3	93.327 7	111.134 6	34.830 4
479.733 7	2 709.956 3	109.959 3	32.774 8
3 675.272 8	308.131 6	108.589 3	36.016 2
3 924.415 5	826.271 5	108.067 067	35.761 9

将数字天顶仪在一个定位循环中拍摄得到的 16 幅星图数据代入公式(14)计算得到误差参数如表 5 所示。

表 5 误差参数

Tab.5 Error parameters

$\Delta\beta/('')$	$\Delta\lambda/('')$	$\Delta\varphi/('')$	$\Delta f/\text{mm}$	$\Delta x'/\text{pixel}$	$\Delta y'/\text{pixel}$
5.04	1.27	2.36	0.30	2.32	-1.09

利用误差补偿后得到星点的图像坐标进行定位解算，如图 8 所示。

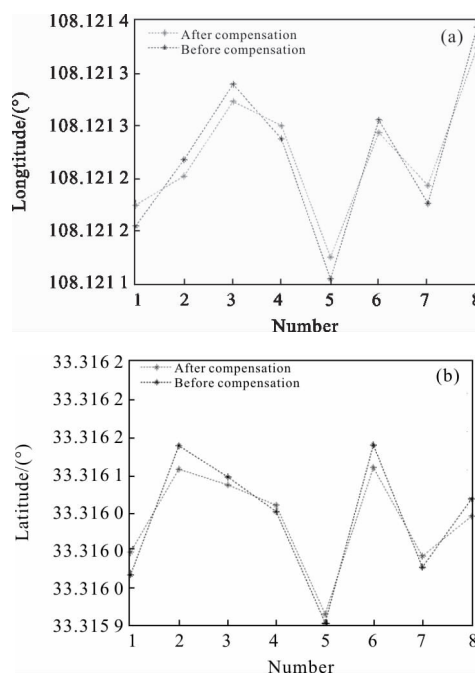


图 8 定位结果

Fig.8 Positioning results

由图 8 可知,星点图像坐标经误差补偿后,数字天顶仪的定位精度得到提高,其中补偿前的经度精度为  $0.30''$ ,纬度精度为  $0.27''$ 。误差补偿后经度精度为  $0.24''$ ,纬度精度为  $0.22''$ 。将角秒化为米,经度精度提高了约 1.98 m,纬度精度提高了约 1.65 m。

## 5 结 论

转台转位误差、光轴倾斜误差、焦距误差和主点偏移误差之间是相互独立的。焦距误差和转位误差对各星点的图像坐标影响各不相同,对数字天顶仪的定位结果影响显著,光轴倾斜和主点偏移对星点的影响是整体性的,在星点数量满足数字天顶仪定位需求的情况下,对定位结果的影响可忽略不计。通过对星点图像坐标进行误差补偿,使得数字天顶仪的定位经度精度提高了约  $0.06''$ ,纬度精度提高了约  $0.05''$ 。

## 参 考 文 献:

- [1] Hirt C, Bürki B, Guillaume S, et al. Digital zenith cameras—state-of-the-art astrogeodetic technology for Australian Geodesy [C]//Proceedings FIG International Congress, 2010: 1–16.
- [2] Hirt C. The digital zenith camera TZK2–D—a modern high-precision geodetic instrument for automatic geographic positioning in real-time [C]//Astronomical Data Analysis Software and Systems XII ASP Conference Series, 2003, 265 (1): 156–159.
- [3] Tian Lili, Guo Yunjin, Han Yanben, et al. Digital zenith telescope prototype of China [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2014, 59(12): 1094–1099. (in Chinese)  
田立丽, 郭运金, 韩延本, 等. 我国的数字化天顶望远镜样机[J]. 科学通报, 2014, 59(12): 1094–1099.
- [4] Wang Bo, Tian Lili, Wang Zheng, et al. The image and data processing in digital zenith camera [J]. *China Science Bulletin*, 2014, 59(12): 1100–1107. (in Chinese)  
王博, 田立丽, 王政, 等. 数字化天顶望远镜观测图像及数据处理[J]. 科学通报, 2014, 59(12): 1100–1107.
- [5] Hirt C, Seeber G. Accuracy analysis of vertical deflection data observed with the hannover digital zenith camera system TZK2–D[J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(6): 347–356. (in Chinese)
- [6] Liu Xianyi, Zhang Zhili, Yang Shang, et al. Time calibration method based on digital zenith camera [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(10): 1017007. (in Chinese)  
刘先一, 张志利, 杨上, 等. 基于数字天顶仪的时间标定方法[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(10): 1017007.
- [7] Zhai Guangqin, Ai Guibin. Digital zenith camera astronomical positioning measurement of project implementation [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2014, 31(3): 232–235. (in Chinese)  
翟广卿, 艾贵斌. 数字天顶摄影天文定位测量的工程实现[J]. 测绘科学技术学报, 2014, 31(3): 232–235.
- [8] Zeng Zhixiong, Hu Xiaodong, Gao Liming. Effect of digital zenith camera axis error on measurement precision of vertical deflection and its correction [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, 12(1): 6–10. (in Chinese)  
曾志雄, 胡晓东, 高立民. 天顶摄影仪轴系误差对垂线偏差测量精度的影响及其修正方法 [J]. 光学精密工程, 2004, 12(1): 6–10.
- [9] Zeng Zhixiong, Hu Xiaodong, Gu Lin, et al. Image processing of digital zenith camera [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(2): 248–251. (in Chinese)  
曾志熊, 胡晓东, 谷林, 等. 数字天顶摄影仪的图像处理[J]. 光子学报, 2004, 33(2): 248–251.
- [10] Zhang Zhili, Liu Xianyi, Zhou Zhaofa, et al. Influence of turntable error on axis error in digital zenith camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(11): 3090–3096. (in Chinese)  
张志利, 刘先一, 周召发, 等. 转台误差对数字天顶仪轴系误差的影响[J]. 光学精密工程, 2015, 23(11): 3090–3096.
- [11] Zhang Xinshuai, Zhou Zhaofa, Huang Xianxiang. Improved positioning method for digital zenith camera[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(4): 1254–1259. (in Chinese)  
张新帅, 周召发, 黄先祥. 改进的数字天顶仪定位方法[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(4): 1254–1259.
- [12] Ai Guibin, Gong Jian, Zhang Huawei, et al. The Principle and Method of Positioning of Digital Zenith Camera [M]. Beijing: PLA Press, 2014. (in Chinese)  
艾贵斌, 龚建, 张华伟, 等. 数字天顶摄影定位原理与方法 [M]. 北京: 解放军出版社, 2014.