

## 数字全息亚像素位移综合孔径方法

赵亚迪, 曹晓华, 陈 波, 孙天齐

(华北理工大学 电气工程学院, 河北 唐山 063210)

**摘 要:** 孔径综合是提高成像分辨率的有效手段。针对综合孔径数字全息术, 提出一种亚像素位移精度的孔径综合方法。利用基于快速傅里叶变换的菲涅耳衍射公式进行目标光场重构, 利用傅里叶变换的移位性质, 将全息图的位移量转化为活塞相位和倾斜相位, 从而实现任意位移量的数字全息孔径综合。开展了数字离轴全息综合孔径实验, 实验结果验证了该方法的有效性。同时, 在牺牲一定分辨率的前提下, 该方法能够显著减少孔径综合的运算量, 具有很好的实时性, 并降低处理器的硬件配置要求。

**关键词:** 综合孔径; 数字全息; 位移误差; 重构

中图分类号: O436.1 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0626002

## Digital holography subpixel displacement aperture synthesis

Zhao Yadi, Cao Xiaohua, Chen Bo, Sun Tianqi

(School of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063210, China)

**Abstract:** Aperture synthesis is an effective means to improve the image resolution. For synthetic-aperture digital holography, an aperture synthesis method on sub-pixel displacement accuracy was proposed. The optical field was reconstructed by Fresnel diffraction formula based on fast Fourier transformation, and the displacement of hologram was transformed into piston phase and tilt phase by using the shift property of Fourier transformation, so that the digital holographic aperture synthesis with arbitrary displacement was realized. A digital off-axis holographic aperture synthesis experiment was carried out, and the experimental results verify the effectiveness of the proposed method. Furthermore, the method can effectively reduce the computational complexity under the premise of sacrificing a certain resolution, and has good real-time performance, and reduces the hardware configuration requirements of the processor.

**Key words:** synthetic aperture; digital holography; displacement error; reconstruction

收稿日期: 2018-01-10; 修订日期: 2018-02-15

基金项目: 河北省自然科学基金(F2013209149)

作者简介: 赵亚迪(1991-), 女, 硕士生, 主要从事数字全息及应用方面的研究。Email: 429103568@qq.com

通讯作者: 陈波(1984-), 男, 副教授, 博士, 主要从事自适应光学、光电检测技术方面的研究。Email: chenbo182001@163.com

## 0 引言

数字全息术利用数字光电探测器件记录全息图,并在计算机中模拟光学衍射过程实现数字重建,在生物显微成像、工业加工、远距离目标成像等领域具有重要的应用价值<sup>[1-6]</sup>。与传统光学全息记录材料相比,数字全息采用的光电探测器面积较小、分辨率较低,从而导致重构出的目标图像分辨率较低。孔径综合是提高成像分辨率的有效途径。将多个探测器记录的数字全息图或者一个探测器在不同位置记录的全息图根据其空间相对位置综合在一起,能够增大系统的数值孔径,最终提高成像分辨率<sup>[7-9]</sup>。由于数字全息图是离散数据,因此当综合平面上全息图的实际位置参数不是像素大小的整数倍时,综合采用的位置参数与实际位置之间就会存在位移误差,进而导致综合结果产生相位误差。根据参考文献[10],孔径综合的相位误差一般应控制在 1/10 波长以内,由此要求上述位移误差小于 1 个像素大小,即达到亚像素精度。目前主要采用各种亚像素图像配准算法和相位校正算法相结合来实现数字全息图的亚像素综合<sup>[10-11]</sup>。然而亚像素图像配准算法的运算量较大、硬件配置要求较高。参考文献[10]中为了实现 12 100×18 000 的像素的合成孔径,采用 128 GB 内存的 IBM x3755 服务器进行运算,用时超过 19 个小时。因此该类亚像素图像配准算法难以用于大气湍流环境等实时性较高的场合<sup>[12]</sup>。针对上述问题,笔者结合傅里叶变换的位移性质和基于快速傅里叶变换的菲涅耳衍射计算公式,提出一种任意位移量的数字全息综合孔径方法,并进行了实验验证。

## 1 方法

数字全息综合孔径成像系统示意图如图 1 所示,激光器发射出的相干光束被分为两束,一束射向目标,另一束进一步分束为各个子孔径内的本地参考光。子孔径内的光电探测器分别记录本地参考光与目标返回光的干涉信号,即数字全息图。如参考文献[7]所述,数字信号处理将各个子孔径采集的全息图,在孔径综合平面上按照其相对位置进行综合,然后利用菲涅耳衍射公式即可计算出目标所在平面上的综合孔径复振幅<sup>[13]</sup>。

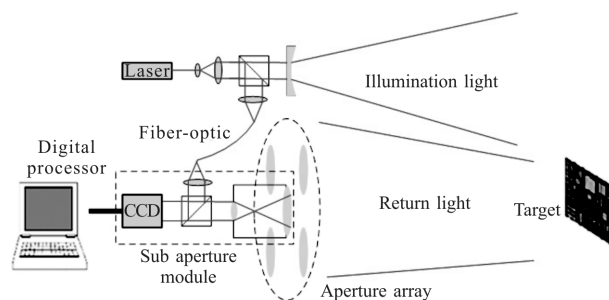


图 1 数字全息综合孔径成像系统示意图

Fig.1 Scheme of digital holography imaging system with a synthetic aperture

$$\begin{aligned}
 E(u, v) &= \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[\frac{ik}{2z}(u^2+v^2)\right] \iint \left[ \sum_{i=1}^N I_i(x-a_i, y-b_i) \right] \cdot \\
 &\exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)\right] \exp\left[-i2\pi\left(\frac{ux}{\lambda z} + \frac{vy}{\lambda z}\right)\right] dx dy = \\
 &\frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[\frac{ik}{2z}(u^2+v^2)\right] \sum_{i=1}^N \left\{ \iint I_i(x-a_i, y-b_i) \cdot \right. \\
 &\exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)\right] \exp\left[-i2\pi\left(\frac{ux}{\lambda z} + \frac{vy}{\lambda z}\right)\right] dx dy \Big\} = \\
 &\frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[\frac{ik}{2z}(u^2+v^2)\right] \sum_{i=1}^N \left\{ \text{FT}[I_i(x-a_i, y-b_i) \cdot \right. \\
 &\exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)\right]] \Big\} = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \\
 &\exp\left[\frac{ik}{2z}(u^2+v^2)\right] \sum_{i=1}^N E_i(u, v) \quad (1)
 \end{aligned}$$

式中: $u-v$  表示目标所在平面; $x-y$  为孔径综合平面; $z$  为孔径综合平面与目标所在平面之间的距离; $\lambda$  为波长; $k=2\pi/\lambda$ ;  $N$  为子孔径数目; $(a_i, b_i)$  表示在孔径综合平面坐标系下第  $i$  个子孔径的中心坐标; $I_i(x-a_i, y-b_i)$  表示将第  $i$  个子孔径记录的全息数据  $I_i$  置于相应的空间位置; $\text{FT}[\cdot]$  表示傅里叶变换。

由公式(1)可知,孔径综合时需要首先将子孔径全息数据  $I_i$  置于综合平面相应的位置,然后通过傅里叶变换计算出  $E_i(u, v)$ 。由于实际中全息数据是离散数据,全息数据移动的最小单元为探测器像素大小  $d$ 。因此当子孔径位置坐标  $a_i$  和  $b_i$  不是  $d$  的整数倍时将会产生位移误差,从而影响重建精度。在此提出一种任意位移量的数字全息综合孔径方法。令

$$G\left[\frac{u}{\lambda z}, \frac{v}{\lambda z}\right] = \text{FT}\left[I_i(x, y) \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)\right]\right] \quad (2)$$

根据傅里叶变换的空间域位移性质,  $E_i(u, v)$  可表达为:

$$E_i(u, v) = \text{FT} \left[ I_i(x-a_i, y-b_i) \exp \left[ \frac{ik}{2z} (x^2+y^2) \right] \right] = \exp \left[ \frac{i\pi}{\lambda z} (a_i^2 + b_i^2) \right] \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{a_i u}{\lambda z}, \frac{b_i v}{\lambda z} \right) \right] \times G \left( \frac{u-a_i}{\lambda z}, \frac{v-b_i}{\lambda z} \right) \quad (3)$$

根据傅里叶变换频域位移性质,公式(3)可进一步表达为:

$$E_i(u, v) = \exp \left[ \frac{i\pi}{\lambda z} (a_i^2 + b_i^2) \right] \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{a_i u}{\lambda z}, \frac{b_i v}{\lambda z} \right) \right] \times \text{FT} \left[ I_i(x, y) \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{ax}{\lambda z}, \frac{by}{\lambda z} \right) \right] \exp \left[ \frac{ik}{2z} (x^2+y^2) \right] \right] \quad (4)$$

由公式(4)可知,按照以下步骤即可计算出  $E_i(u, v)$ : 首先将子孔径采集到的全息数据置于综合平面坐标原点并乘以  $\exp \left[ -i2\pi \left( \frac{ax}{\lambda z}, \frac{by}{\lambda z} \right) \right] \exp \left[ \frac{ik}{2z} (x^2+y^2) \right]$ , 然后进行傅里叶变换, 最后对变换结果乘以活塞相位和倾斜相位  $\exp \left[ \frac{i\pi}{\lambda z} (a_i^2 + b_i^2) \right] \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{a_i u}{\lambda z}, \frac{b_i v}{\lambda z} \right) \right]$ 。由于公式(4)不需要全息数据进行移位, 而是利用位置参数  $(a_i, b_i)$  计算各个相位因子, 因此  $a_i$  和  $b_i$  可以是任意数值, 由此实现了亚像素精度。此外, 数字全息综合孔径成像的运算量和硬件配置也是一个非常重要的问题。公式(4)所示的重构方法能够在牺牲一定分辨率的前提下显著减小孔径综合的运算量, 提高实时性, 降低对数字信号处理器的配置要求。以水平排列的两个子孔径综合为例, 假设子孔径中心间距为 0.05 m, 每个子孔径上的全息数据为 1 000×1 000 个点, 采样间隔为 5 μm, 那么综合孔径的矩阵大小为 1 000×11 000, 因此, 如果采用公式(1)进行孔径综合, 计算机的运算量非常大。然而采用公式(4)计算各个分量然后进行综合时, 综合孔径的矩阵维数只要大于 1 000×1 000 即可, 这时重构结果的分辨率会受到一定的影响, 但是运算量显著减小。因此, 这种方法对于实时测量而言, 具有非常重要的价值。

## 2 实验

建立了如图 2 所示的数字离轴全息实验装置。激光器的出射光束经过准直和扩束后由分束镜分为两路, 一路对目标进行照明, 另外一路作为本地参考光。CCD 记录目标散射光和参考光干涉形成的离轴全息图。激光器波长为 635 nm, CCD 像素数为 1 300×1 024, 只利用中心 1 024×1 024 像素部分, 每个

像素大小为 4.65 μm, 目标与 CCD 的距离约为 1.03 m, 目标是一枚直径为 0.025 m 的金属币。

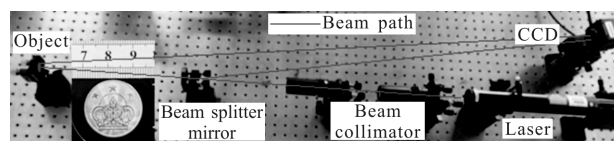


图 2 实验装置

Fig.2 Experimental setup

如图 3 所示, 从一帧 1 024×1 024 像素的全息图上截取出 9 个部分, 来模拟 9 个不同位置子孔径采集到的子全息图。每幅子全息图为 256×256 像素, 因此以第 5 个子全息图的中心作为综合平面的坐标原点, 第 1 个子全息图的中心位置为  $(-384 \times 4.65 \mu\text{m}, 384 \times 4.65 \mu\text{m})$ 。以第 5 个子全息图作为参考, 利用公式(4)计算出所有  $E_i(u, v)$  进行综合, 将综合重构结果与直接重构结果进行对比。直接重构结果为利用 CCD 采集到的全息图直接重构出的结果。

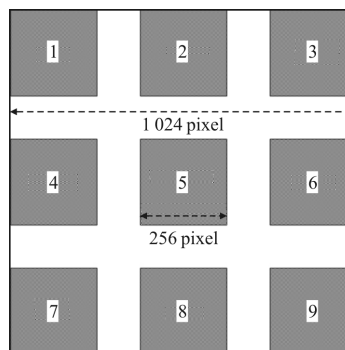


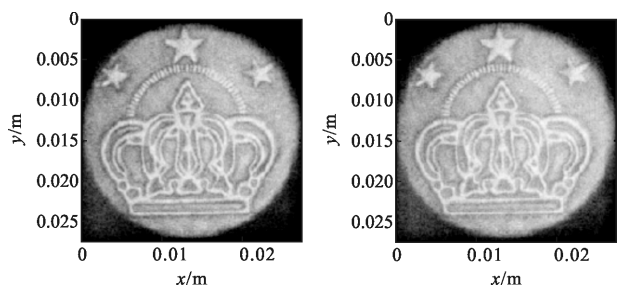
图 3 模拟 9 个不同位置的全息图

Fig.3 Scheme of nine holograms of different positions

实验结果如图 4 和图 5 所示, 其中图 4(a)为直接重构结果, (b)为综合重构结果; 图 5 为图 4 中  $y$  等于 0.0179 m 时的灰度值。可以看出, 二者的分辨率相同。因此文中提出的重构方法是可行的。需要说明的是, 尽管上述实验中各个子孔径的位移量是像素的整数倍, 但是如前所述, 该重构方法中  $a_i$  和  $b_i$  可以为任意值。

图 4 和图 5 所示实验结果是在综合孔径矩阵维数等于 1 024×1 024 的情况下得到的。如前所述, 采用公式(4)计算各个分量进行综合时, 综合孔径的矩阵维数只需大于单个子孔径维数 256×256 即可, 这样可以显著减小孔径综合的运算量, 但是重构图像

的分辨率会降低。综合孔径矩阵大小为  $512 \times 512$  时的实验结果如图 6 所示。图 7 为图 5 中  $y=0.0179\text{m}$  的灰度值。



(a) 直接重构结果 (b) 综合重构结果

(a) Direct reconstruction result (b) Results of synthetic reconstruction

图 4 实验结果

Fig.4 Experimental results

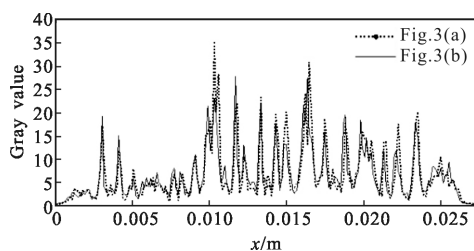


图 5  $y=0.0179\text{m}$  时图 3 所示图像的灰度值

Fig.5 Gray values of image in Fig.3 as  $y=0.0179\text{m}$

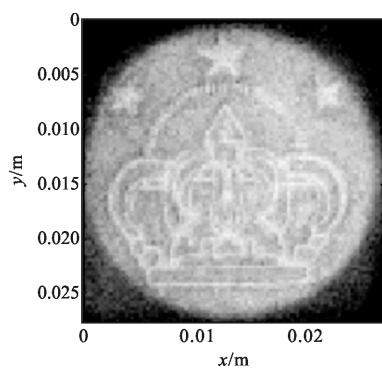


图 6 综合孔径矩阵维数等于  $512 \times 512$  时的重构结果

Fig.6 Synthetic results while the dimension of the synthetic aperture matrix is  $512 \times 512$

对比图 6 和图 4(b)、图 7 和图 5 可以看出:综合孔径矩阵维数等于  $512 \times 512$  时的重构分辨率约为原来的 0.5 倍,这与综合孔径直径是原来的 0.5 倍是一致的。然而矩阵维数等于  $512 \times 512$  时综合孔径的运算量显著减小,因此系统的实时性更好。

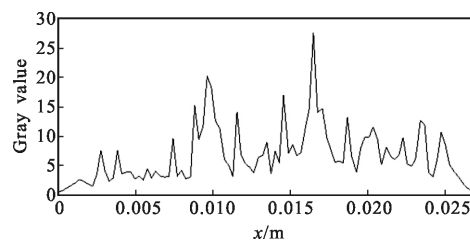


图 7  $y=0.0179\text{m}$  时图 5 所示图像的灰度值

Fig.7 Gray values of image in Fig.5 as  $y=0.0179\text{m}$

### 3 结论

综合孔径是提高数字全息成像分辨率的有效途径。数字全息数据是离散数据,因此,综合孔径是对全息数据直接移动的最小单元是探测器像素尺度。当子孔径的位置参数不是探测器像素尺度的整数倍时将会产生位移误差,从而影响重建精度。利用傅里叶变换的性质,将位移量转化为活塞相位和倾斜相位,实现了任意位移量的数字全息孔径综合。同时,采用这种方法进行综合时,综合孔径的矩阵维数只要大于单个子孔径维数即可,因此能够在牺牲一定分辨率的前提下显著减小孔径综合的运算量,同时降低处理器的硬件配置要求。

### 参考文献:

- [1] Guo Lihan, Wang Xinke, Zhang Yan. Terahertz digital holographic imaging of biological tissues [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(3): 611-615. (in Chinese)  
郭力茜, 王新柯, 张岩. 生物组织的太赫兹数字全息成像 [J]. *光学精密工程*, 2017, 25(3): 611-615.
- [2] Benzerdjeb N, Garbar C, Camparo P, et al. Digital holographic microscopy as screening tool for cervical cancer preliminary study [J]. *Cancer Cytopathology*, 2016, 124(8): 573-580.
- [3] Fan Junye, Yin Bochao, Wang Wensheng. Three-dimensional deformation measurement based on double exposure digital holographic technology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(5): 1582-1586. (in Chinese)  
范俊叶, 尹博超, 王文生. 双曝光数字全息三维变形测试 [J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(5): 1582-1586.
- [4] Chen Zhu, Jiang Hongzhen, Liu Xu, et al. Measurement of surface defects of optical elements using digital holography [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(3): 576-583. (in Chinese)

- 陈竹, 姜宏振, 刘旭, 等. 数字全息术用于光学元件表面缺陷形貌测量[J]. 光学精密工程, 2017, 25(3): 576-583.
- [5] Stafford J W, Duncan B D, Rabb D J. Phase gradient algorithm method for three-dimensional holographic lidar imaging[J]. *Applied Optics*, 2016, 55(17): 4611-4619.
- [6] Stafford J W, Duncan B D, Rabb D J. Holographic aperture lidar with range compression. [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2017, 34(5): A1-A9.
- [7] Massig J H. Digital off-axis holography with a synthetic aperture[J]. *Optics Letters*, 2002, 27(24): 2179.
- [8] Hao Y, Asundi A. Studies on aperture synthesis in digital Fresnel holography [J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2012, 50(4): 556-562.
- [9] Chen Bo, Yang Jing, Li Xinyang, et al. Digital fast correction of wavefront distortion in active imaging with coherent light illumination [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(7): 0732001. (in Chinese)
- 陈波, 杨靖, 李新阳, 等. 相干光照明主动成像波前畸变的数字式快速校正 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0732001.
- [10] Tippie A E, Kumar A, Fienup J R. High-resolution synthetic-aperture digital holography with digital phase and pupil correction[J]. *Optics Express*, 2011, 19(13): 12027-38.
- [11] Fienup J R, Tippie A E. Gigapixel synthetic-aperture digital holography[C]//SPIE, 2011, 8122(17): 1579-1584.
- [12] Marron J C, Kendrick R L, Seldomridge N, et al. Atmospheric turbulence correction using digital holographic detection: experimental results [J]. *Optics Express*, 2009, 17(14): 11638-11651.
- [13] Gao Benli, Gu Jihua, Zhou Hao, et al. Pre-magnified off-axis Fresnel digital holographic microscopy [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(7): 706-710. (in Chinese)
- 高本利, 顾济华, 周皓, 等. 预放大离轴菲涅耳数字全息显微技术[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(7): 706-710.