

Pearcey 光束的形成及其聚焦特性

胡汉青^{1,2}, 吴逢铁^{1,2}, 胡润^{1,2}, 杨艳飞^{1,2}, 朱清智^{1,2}

- (1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 厦门 361021;
2. 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

摘要: 设计一种简单的光学元件——抛物缝孔径获得 Pearcey 光束, 基于空间域中的广义惠更斯-菲涅耳衍射积分, 导出该系统的 Pearcey 光束表达式。数值模拟和实验验证了 Pearcey 光束的产生。同时研究了 Pearcey 光束的自聚焦特性, 讨论了抛物缝孔径焦距对聚焦光斑的影响。实验所得自聚焦光斑大小与数值模拟相符, 研究结果对 Pearcey 光束用于光学囚禁提供理论和实验依据。

关键词: Pearcey 光束; 自聚焦特性; 抛物缝孔径; 形式不变光束

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0618003

Formation and focusing characteristics of Pearcey beam

Hu Hanqing^{1,2}, Wu Fengtie^{1,2}, Hu Run^{1,2}, Yang Yanfei^{1,2}, Zhu Qingzhi^{1,2}

- (1. College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China;
2. Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen 361021, China)

Abstract: Pearcey beam was obtained by designing a simple optical element—parabolic slit aperture. Based on the generalized Huygens–Fresnel diffraction integral in the spatial domain, the Pearcey beam expression of the system was derived. Numerical simulations and experiments verify the generation of Pearcey beams. At the same time, the self-focusing characteristics of the Pearcey beam were studied, and the effect of the focal distance of parabolic slit aperture on the focal spot was discussed. The experimental results show that the size of the self-focucal spot was consistent with the numerical simulation. The results provide theoretical and experimental basis for the Pearcey beam for optical trapping.

Key words: Pearcey beam; self-focusing characteristics; parabolic slit aperture; form-invariant beam

收稿日期: 2018-01-10; 修订日期: 2018-02-20

基金项目: 国家自然科学基金(11774103); 国家自然科学基金青年基金(61605049); 福建省科技重大项目(2016H6016)

作者简介: 胡汉青(1993-), 男, 硕士生, 主要从事光束传输与变换方面的研究。Email: 623807994@qq.com

导师简介: 吴逢铁(1958-), 男, 教授, 博士, 主要从事光束传输与变换、短脉冲技术及非线性光学等方面的教学与科研工作。

Email: fengtie@hqu.edu.cn

0 引言

近年来,学者们发现傍轴光束具有产生方法灵活可控,数学表示式简单,并且在传输过程中结构比较稳定等特点,这些特点引起了光学界对特殊光束傍轴传输特性研究的关注。在自由空间波动方程的傍轴近似特解中,人们发现一类特殊解^[1-2]满足其光场分布不随着传输距离而改变。这些函数对应的特殊光束称为无衍射光束^[3]。笔者所在的研究小组及其他研究小组对无衍射光束的传输特性与应用做过一些相关研究^[4-9]。

随着研究的深入,人们发现波动方程在傍轴近似下的另一类特殊解,其所对应的光场分布虽然与传输距离有关,但在传输过程中其光场分布对应的函数形式是不变的,即始终能用一个函数来表示,这类光束被称为形式不变光束(form-invariant beam)。大多数激光器出射的 Gaussian 光束就是典型的形式不变光束。2012 年有学者基于 Pearcey 函数^[10],实验产生了一种新的傍轴光束—Pearcey 光束^[11]。这种光束的传输特性与 Gaussian 光束^[12]相似,即随着传输距离的改变,其光场分布也在发生变化,但其光场分布始终可以用 Pearcey 函数表示。这表明,Pearcey 光束也是一种形式不变光束。近几年,国内外学者对 Pearcey 光束进行了一些相关研究。Ring 等^[11]利用相位调制法实验产生了 Pearcey 光束,并发现 Pearcey 光束的自聚焦和自愈合特性。任志君等^[13]利用振幅调制法实验产生了 Pearcey 光束。Kotlyar 等^[14]与任志君等^[15]分别理论构建和实验产生了 Half Pearcey 光束和 Dual Pearcey 光束。从近几年的研究中可以得出,目前实验产生 Pearcey 光束的方法主要有相位调制法^[11]和振幅调制法^[13]。文中基于振幅调制法提出抛物缝孔径-透镜组合系统产生 Pearcey 光束的新方法,与以往的振幅调制法相比,这种方法操作简单,成本低,并且可观测到 Pearcey 光束的自聚焦特性,同时讨论了抛物缝孔径焦距距 p 对 Pearcey 光束自聚焦特性的影响。实验所得自聚焦光斑大小与数值模拟相符,研究结果对于光学囚禁和粒子捕获有应用价值。

1 理论分析

计算光波在光学系统的空间域衍射时,笔者使用的是广义惠更斯-菲涅耳衍射积分^[16]。在傍轴近似下,广义惠更斯-菲涅耳衍射积分可写为:

$$U(x,y,z)=\left(-\frac{i}{\lambda B}\right)\exp(ikz)\iint_{\Omega}u(\zeta,\psi)\times\exp\left\{\frac{ik}{2B}\left[A(\zeta^2+\psi^2)+D(x^2+y^2)-2(x\zeta+y\psi)\right]\right\}d\zeta d\psi \quad (1)$$

式中: ζ,ψ 分别为源场上横向坐标; x,y 表示观察面的横向坐标; z 表示传输距离; $k=2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。

公式(1)中,传输距离 z 须满足一定的条件,即菲涅耳衍射成立的条件

$$z^3 \gg \frac{1}{8\lambda} \left[(x-\zeta)^2 + (y-\psi)^2 \right]_{\max}^2 \quad (2)$$

采用不同焦距距的抛物缝孔径时,可以获得不同光学结构的 Pearcey 光束。标准抛物线方程为:

$$\psi = \frac{\zeta^2}{2p} \quad (3)$$

式中: p 为标准抛物线方程的焦距距。

通过抛物缝孔径屏调制的光波振幅可表示为:

$$u(\zeta,\psi)=\delta\left(\psi-\frac{\zeta^2}{2p}\right) \quad (4)$$

此即为广义惠更斯-菲涅耳衍射积分中的初始光场。其中 δ 为脉冲函数。

光线在抛物缝孔径屏与观察面之间传输的 ABCD 矩阵为:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{L}{f} & f \\ -\frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中: L 为透镜 L3 到观察面的距离; f 为透镜 L3 的焦距,如图 1 所示。

将公式(4)、(5)代入公式(1),并利用 δ 函数的筛选性质可以得到观察面的光场分布为:

$$U(x,y,z)=\left(-\frac{i}{\lambda f}\right)\exp(ikz)\times\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{\frac{ik}{2f}\left[\left(1-\frac{L}{f}\right)\times\left(\zeta^2+\frac{\zeta^4}{4p^2}\right)-2\left(x\zeta+\frac{\zeta^2}{2p}y\right)\right]\right\}d\zeta \quad (6)$$

Pearcey 函数的形式为:

$$\text{Pe}(X,Y)=\int_{-\infty}^{\infty}\exp[i(s^4+s^2Y+sX)]ds \quad (7)$$

将公式(6)进行整理,并将 $L=z-f$ 代入:

$$U(x,y,z)=\left(-\frac{i}{\lambda f}\right)\times \exp(ikz)\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[\frac{ik}{2f}\times(M\zeta^4+N\zeta^2+Q\zeta)\right]d\zeta \quad (8)$$

式中: $M=\left(2-\frac{z}{f}\right)\frac{1}{4p^2}$, $N=2-\frac{z}{f}-\frac{y}{p}$, $Q=-2x$ 。

令 $\beta=\left[\frac{\pi}{4\lambda fp^2}\left(2-\frac{z}{f}\right)\right]^{1/4}$, 整理公式(8)得:

$$U(x,y,z)=\left(-\frac{i}{\lambda f\beta}\right)\times \exp(ikz)\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{i\alpha\left[(\beta\zeta)^4+\frac{N}{\beta^2}(\beta\zeta)^2+\frac{Q}{\beta}\beta\zeta\right]\right\}d(\beta\zeta)= \left(-\frac{i}{\lambda f\beta}\right)\exp(ikz)\text{Pe}\left(\frac{Q}{\beta},\frac{N}{\beta^2}\right) \quad (9)$$

从公式(9)可以看出,观察面的光场分布具有 Pearcey 函数的形式,即观察到的光束是 Pearcey 光束。当 $z=2f$ 时,从公式(9)可以看出,这时

Pearcey 光束的复振幅在 x 方向与 y 方向均是奇点,存在无穷倍的缩放,能量剧增,此时出现自聚焦效应。此时 Pearcey 光束的复振幅为:

$$U(x,y,2f)=\left(-\frac{i}{\lambda f}\right)e^{-i\pi/4}\sqrt{\frac{p\pi}{y}}\exp(i2kf)\times \exp\left(-\frac{ipx^2}{y}\right) \quad (10)$$

在实验中,受到抛物缝尺寸的限制,应给公式(9)加入积分上下限:

$$U(x,y,z)=\left(-\frac{i}{\lambda f\beta}\right)\exp(ikz)\int_{-a}^a\exp\left\{i\alpha\left[(\beta\zeta)^4+\frac{N}{\beta^2}(\beta\zeta)^2+\frac{Q}{\beta}\beta\zeta\right]\right\}d(\beta\zeta) \quad (11)$$

式中: a 为常数,由公式(11)得到 Pearcey 光束的光强分布函数为:

$$I(x,y,z)=|U(x,y,z)|^2 \quad (12)$$

2 数值模拟与实验结果

2.1 实验装置

实验装置如图 1 所示,采用输出模式为基横模

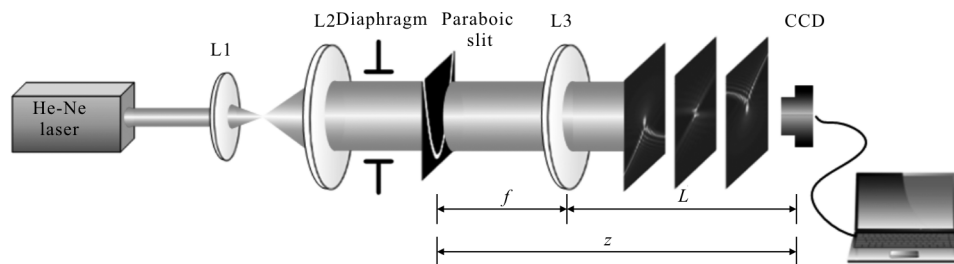


图 1 实验装置图

Fig.1 Schematic of experiment

的氦氖激光器(He-Ne Laser)作为光源,出射波长为 632.8 nm,先经过准直扩束系统(由焦距 f_1 为 15 mm 的透镜 L1 和焦距 f_2 为 300 mm 的透镜 L2 组成)扩束,再经光阑后获取光束半径为 4 mm 的光斑,入射至位于透镜 L3 焦平面处横向尺寸为 4 mm,缝宽为 0.1 mm 的抛物缝孔径屏(抛物缝孔径屏 0.1~0.5 mm 的缝宽对 Pearcey 光束传输特性的影响不大,但需尽量和模拟条件一致,受菲林片制作工艺限制,故选择 0.1 mm 缝宽)进行振幅调制,再经过焦距 f 为 400 mm 的透镜 L3 改变光束传输路径,使光束在更短的传输距离交叠在一起,产生 Pearcey 光束,最后在观察面由 CCD 记录 Pearcey 光束。

2.2 Pearcey 光束的产生

下面笔者研究 Pearcey 光束的产生。利用 MATLAB 进行数值模拟,模拟时选取 40 000 个数据点。根据公式(7),数值模拟不同传输距离处的 Pearcey 光束。抛物缝孔径的焦距距选用 $p=1/2$ mm (此后焦距距 p 的单位均为 mm),并根据实验光路图 1,利用 CCD 对不同传播距离处的 Pearcey 光束进行记录。图 2(a)~(c)分别是 $z=750$ mm, $z=800$ mm, $z=850$ mm 处 Pearcey 光束的数值模拟,图 2(d)~(f)分别是对应图 2(a)~(c)条件的 Pearcey 光束的实验结果。从数值模拟和实验结果可以看出,Pearcey 光束在离自聚焦点相同距离前后的光强分布是关于 y

轴对称的, 光束的自聚焦点在透镜 L3 的焦点处。比较图 2(d)~(f)与图 2(a)~(c)可以看出, 实验拍摄得到的不同传输距离处的 Pearcey 光束与其对应

位置的数值模拟基本相符。但由于透镜焦距误差与背景光扰动使得实验结果与数值模拟结果产生偏差。

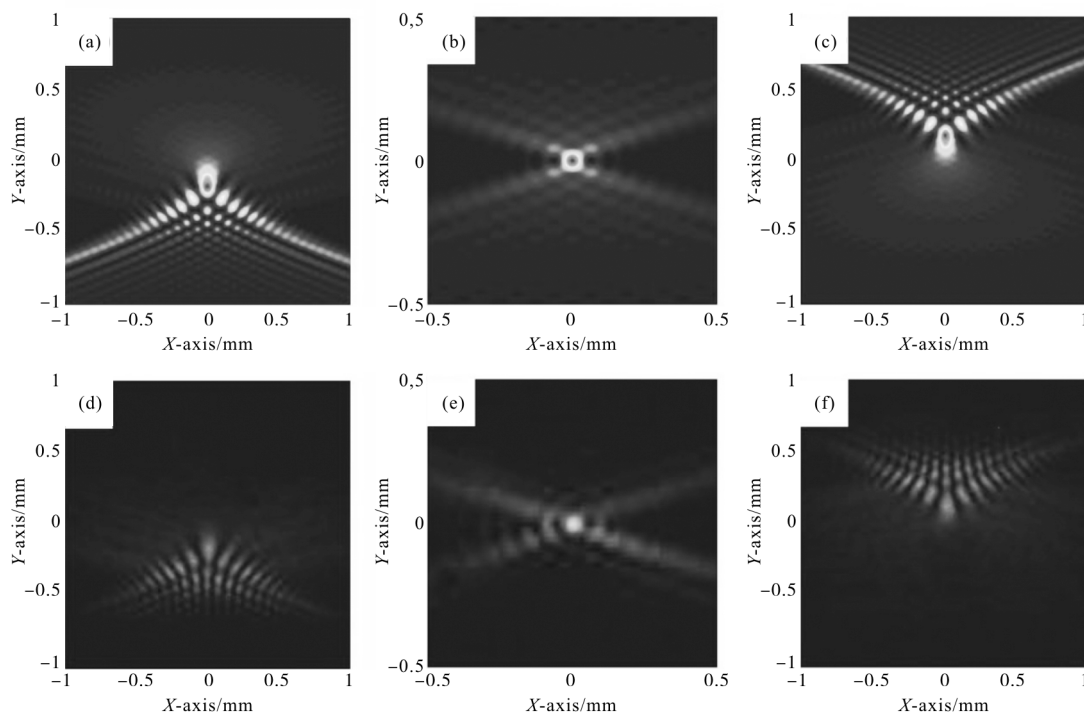


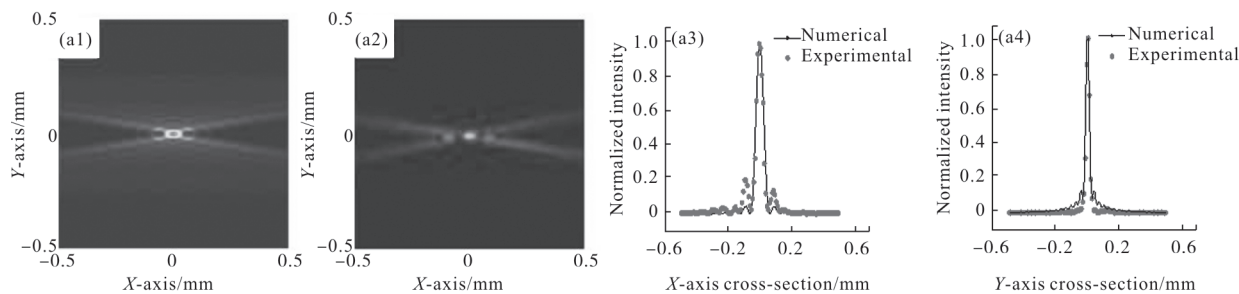
图 2 不同传输距离的 Pearcey 光束截面图。(a)~(c)为数值模拟图, 分别对应位置为 $z=750\text{ mm}, 800\text{ mm}, 850\text{ mm}$; (d)~(f)为相应的实验图

Fig.2 Section maps of the Pearcey beam at different distance. (a)~(c) is the numerical simulation, the corresponding position is $z=750\text{ mm}, 800\text{ mm}, 850\text{ mm}$; (d)~(f) is the corresponding experimental results

2.3 Pearcey 光束的聚焦特性

在研究过程中, 笔者发现 Pearcey 光束的自聚焦光斑大小与抛物缝孔径焦距距有关。图 3 是不同抛物缝孔径的焦距距产生的 Pearcey 光束的自聚焦光斑数值模拟图、实验图及聚焦光斑径向光强图。图 3(a1)~(d1)分别是抛物缝孔径的焦距距为 $p=1/4, p=1/3, p=1/2, p=1$ 的 Pearcey 光束聚焦点的数值模拟; 图 3(a2)~(d2)分别是对应图 3(a1)~(d1)条件的 Pearcey 光束聚焦点的实验结果; 图 3(a3)~(d3)分布是抛物缝孔径的焦距距为 $p=1/4, p=1/3, p=1/2,$

$p=1$ 在 X 轴方向 Pearcey 光束聚焦光斑的数值模拟与实验结果的径向光强归一化拟合。图 3(a4)~(d4)分别是抛物缝孔径的焦距距为 $p=1/4, p=1/3, p=1/2, p=1$ 在 Y 轴方向 Pearcey 光束聚焦光斑的数值模拟与实验结果的径向光强归一化拟合。从数值模拟和实验结果可以看出, 随着抛物缝孔径的焦距距 p 的增大, 聚焦光斑在 X 轴方向的尺寸不变, 但在 Y 轴方向的尺寸随之增大, 从数值模拟和实验结果中发现, 抛物缝焦距距与 y 轴方向的光斑半径之比为一定值 8.6。



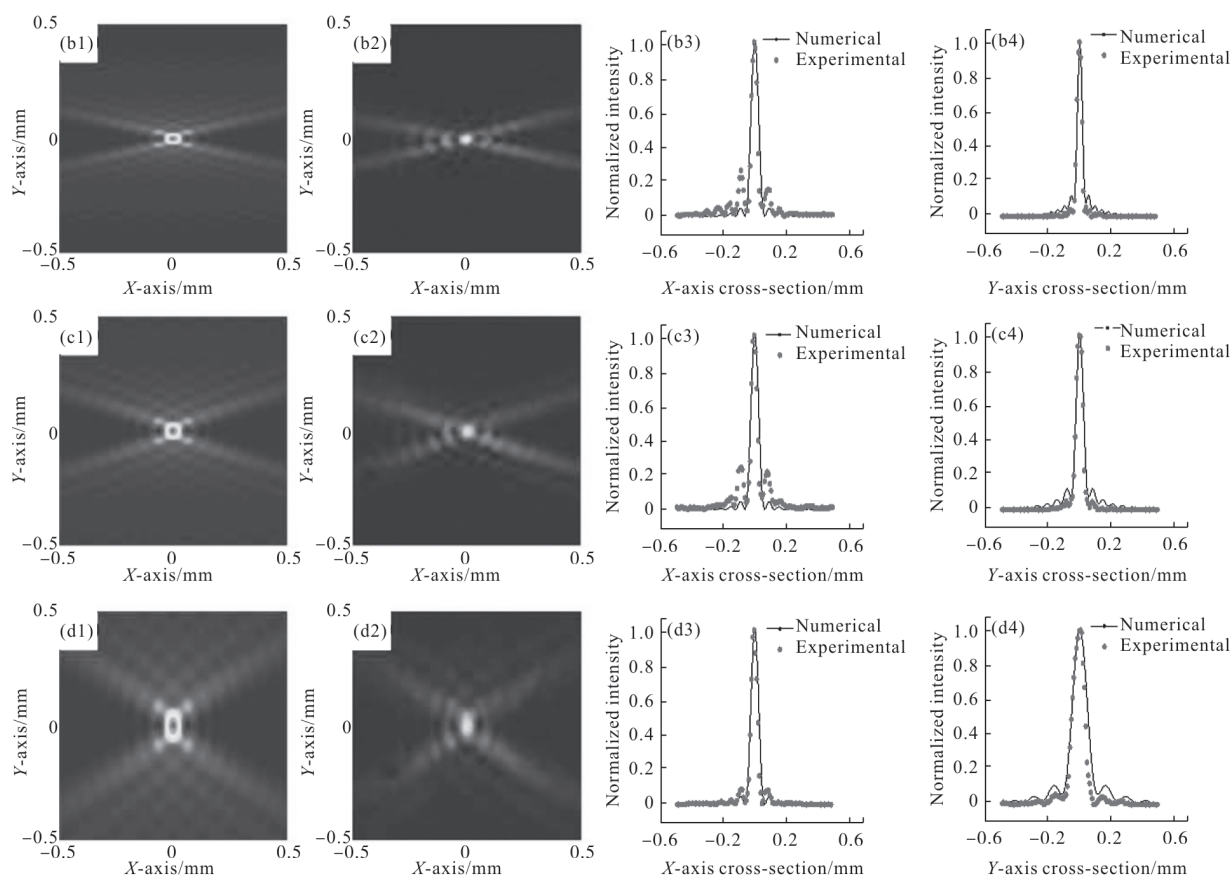


图 3 自聚焦点 Pearcey 光束截面图与径向光强图。(a1)~(d1)为数值模拟图,分别对应的焦距距为 $p=1/4, 1/3, 1/2, 1$; (a2)~(d2)为对应的实验图; (a3)~(d3), (a4)~(d4)是对应的自聚焦光斑的数值模拟与实验结果的径向光强归一化拟合, (a3)~(d3)为 X 轴方向, (a4)~(d4)为 Y 轴方向

Fig.3 Section maps and radial intensity distribution of Pearcey beam on self-focusing spot. (a1)~(d1) is the numerical simulation, corresponding to the focal distance of $p=1/4, 1/3, 1/2, 1$; (a2)~(d2) is the corresponding experimental result; (a3)~(d3), (a4)~(d4) is the normalized fitting of the radial intensity of the numerical simulation and the experimental results on the corresponding self-focusing spot, (a3)~(d3) is the X-axis direction, (a4)~(d4) is the Y-axis direction

3 结论

文中通过理论分析、数值模拟和实验测量验证了抛物缝孔径-透镜系统 Pearcey 光束的产生,同时研究了 Pearcey 光束的聚焦特性。结果表明,通过调节透镜焦距可以达到调节 Pearcey 光束的自聚焦位置的效果,改变抛物缝焦距 p 并不影响聚焦光斑在 X 轴方向的大小,而焦距 p 与在 Y 轴方向聚焦光斑半径成比例增大。

参考文献:

[1] Gutiérrezvega J C, Bandres M A. Helmholtz-Gauss waves

[J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2005, 22(2): 289-98.

[2] Dogariu A, Christodoulides D, Siviloglou G, et al. Observation of accelerating Airy beams [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(21): 213901.

[3] Durnin J, Miceli J J Jr, Eberly J H. Diffraction-free beams [J]. *Physical Review Letters*, 1987, 58(15): 1499-1501.

[4] Wang Shuochen, Wu Fengtie, Zhu Qingzhi. Numerical analysis and experiments of LED generating bottle beams [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(2): 0226002. (in Chinese)

王硕琛, 吴逢铁, 朱清智. LED 产生局域空心光束的数值分析与实验[J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(6): 0620006.

[5] He Yanlin, Xu Haobo, Wu Fengtie. Study on the image

- information carried by the non-diffraction beam imaging System[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(6): 0611002. (in Chinese)
- 何艳林, 徐浩博, 吴逢铁. 无衍射光束成像系统携带信息的研究[J]. 光学学报, 2017, 37(6): 0611002.
- [6] Xie Xiaoxia, Wang Shuochen, Wu Fengtie. Diffraction optical field of the Bessel beam through elliptical annular aperture[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(12): 124201. (in Chinese)
- 谢晓霞, 王硕琛, 吴逢铁. Bessel 光束经椭圆环形孔径后的衍射光场[J]. 物理学报, 2015, 64(12): 124201.
- [7] He X, Wu F, Chen Z, et al. Transverse characterization of focused Bessel beams with angular momentum applied to study degree of coherence [J]. *Journal of Optics*, 2016, 18(5): 055605.
- [8] He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, et al. Self-reconstruction of high-order Bessel beams generated by green LED light source [J]. *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2015, 45(1): 014202. (in Chinese)
- 何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 绿光 LED 产生高阶 Bessel 光的自再现 [J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45(1): 014202.
- [9] Cheng Zhen, Chu Xingchun, Zhao Shanghong, et al. Propagation characteristics in the far-field and evolution regular of Airy beam [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(10): 2906-2911. (in Chinese)
- 程振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里光束的远场特性及其演化规律[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(10): 2906-2911.
- [10] Pearcey T. The structure of an electromagnetic field in the neighbourhood of a cusp of a caustic [J]. *Philosophical Magazine*, 1946, 37(268): 311-317.
- [11] Ring J D, Lindberg J, Mourka A, et al. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams.[J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 18955-18966.
- [12] Deschamps G A. Gaussian beam as a bundle of complex rays [J]. *Electronics Letters*, 1971, 7(23): 684-685.
- [13] Ren Zhijun, Li Xiaodong, Jin Hongzhen. Generation of a family of Pearcey beams and their optical structure [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(23): 234205. (in Chinese)
- 任志君, 李晓东, 金洪震. Pearcey 光束簇的实验产生和光学结构研究[J]. 物理学报, 2015, 64(23): 234205.
- [14] Kovalev A A, Kotlyar V V, Zaskanov S G, et al. Half Pearcey laser beams[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(3):035604.
- [15] Ren Z, Fan C, Shi Y, et al. Symmetric form-invariant dual Pearcey beams [J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2016, 33(8):1523.
- [16] 吕百达. 激光光学: 光束描述、传输变换与光腔技术物理 [M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2003: 11-12.