

面向层结构的角谱传播计算全息算法(特邀)

曹良才¹,何泽浩¹,赵 燕²,金国藩¹

(1. 清华大学 精密仪器系 精密测试技术及仪器国家重点实验室,北京 100084;

2. 中国电子信息产业发展研究院,北京 100846)

摘要: 为了提高计算全息图的生成速度和再现像的重建质量,文中基于角谱传播的精确衍射计算过程,提出了一种面向层结构的角谱传播计算全息算法。该算法将三维场景分层,并将每层场景通过角谱衍射运算得到子全息图。通过子全息图在干涉面的叠加,最终生成整个三维场景的全息图。由于角谱运算没有旁轴近似,因此对于不同类型的三维数据,利用该算法计算得到的全息图均可重建得到精确的再现像。此外,该算法的计算复杂度不取决于三维场景的复杂度,只取决于分层层数,因此运算速度较传统点元法可提高两三个数量级。该算法为三维场景的动态显示提供了一种有效的解决方案。

关键词: 计算全息算法; 角谱传播理论; 层结构; 动态三维显示

中图分类号: O438.1 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.0603001

Computer-generated holographic algorithm based on layer structure using angular spectrum propagation theory(Invited)

Cao Liangcai¹, He Zehao¹, Zhao Yan², Jin Guofan¹

(1. State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instrument, Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. China Center for Information Industry Development, Beijing 100846, China)

Abstract: A computer-generated holographic (CGH) algorithm based on layer structure using angular spectrum propagation theory was proposed in order to improve the calculation speed and the reconstruction quality. The 3D scene was stratified, and the sub holograms of each layer were obtained by angular spectrum diffraction method. The hologram of the whole 3D scene was generated by the superposition of these sub holograms. Because there was no paraxial approximation in angular spectrum diffraction method, the algorithm could be applied to different kinds of 3D models. Besides, the computational complexity of the algorithm depended on the number of layers rather than the complexity of 3D scenes, so the computation speed could be increased by 2-3 orders of magnitude. The algorithm provides an effective solution for dynamic 3D display.

Key words: CGH algorithm; angular spectrum propagation theory; layer structure; dynamical 3D display

收稿日期: 2018-05-10; 修订日期: 2018-05-20

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2013CB328801)

作者简介: 曹良才(1977-),男,副教授,博士,主要从事全息 3D 显示、数字全息显微等方面的研究。Email: clc@mail.tsinghua.edu.cn

0 引言

全息显示可以提供人眼可以识别的所有深度信息,是最有前景的三维显示技术之一,它可以再现三维场景的全部光场^[1]。随着计算机技术和空间光调制器的发展,电子全息术可以用电子空间光调制器来动态显示计算全息图,避免了光敏材质和复杂的干涉过程^[2]。

现有的大部分三维计算全息算法是基于物理模型提出的,其特点是模拟三维场景光波传播到全息面的过程,主要包括点元法^[3]和面元法^[4]。具体的方式是三维物体被分成许多点或平面基元,提供了三维场景的精确几何信息。这种算法再现的结果可以提供连续运动视差和精确的深度信息,然而重建一个复杂的三维场景会产生巨大数据,因此运算量特别大。点元法研究领域有很多优化算法用来改进运算速度,包括查表法^[5-7]、GPU 并行算法^[8, 9]等;面元法常用旋转平面的角谱理论或解析算法来处理倾斜的三维面。点元法和面元法的运算时间取决于抽样单元的数目,运算随着三维场景的复杂度增加而增加。

近年来,为了提高全息图的运算速度,一些学者提出了基于菲涅耳算法的分层算法^[9-12],具体方式是将三维物体分层,计算每层到全息图上的复振幅分布然后相干叠加。基于菲涅耳衍射的方法有傍轴近似,在近距离光学重建质量会降低,在大数值孔径系统中计算误差会更严重。菲涅耳衍射运算的另一个特点是三维场景平面的采样间隔和全息图平面上的采样间隔不同,采样间隔与计算距离和波长相关。很多算法被提出用来解决采样间隔的问题,例如菲涅耳卷积算法^[13]、移动菲涅耳算法^[14-15]和多步菲涅耳算法^[16],然而这些算法增加了运算量。

为了加速复杂三维场景的全息图计算,文中提出了一种面向层结构的角谱传播计算全息算法。根据不同的位置信息,复杂的三维场景被平行分层。用衍射的角谱理论来模拟不同层到全息图平面的光学传播过程,角谱理论没有傍轴近似,可以精确再现深度信息。每层场景使用基于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)的衍射的角谱理论运算得到子层全息图,所有层的子全息图叠加成一个全息图,可以没有傍轴近似地精确显示整个衍射场。这种

算法的计算量与三维场景的复杂性没有关系,与分层的层数有关。

1 角谱的衍射理论

标量衍射理论可以用在平面波分解中,也称为角谱理论。对任一平面上的复光场分布做傅里叶分析,可以将所得的各个傅里叶分量看作沿不同方向传播的平面波^[17]。假设 \vec{k} 代表波矢, \vec{r} 代表空间位置矢量,则三维平面波可表示为:

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \exp(\vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0) = E_0 \exp(k_x x + k_y y + k_z z + \phi_0) \quad (1)$$

式中: ϕ_0 为初始相位。若以 α, β, γ 分别表示波矢与 x, y, z 轴的夹角, u, v, w 分别对应 x, y, z 轴的空间频率,公式(1)可以写作:

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \exp[2\pi(ux + vy + wz) + \phi_0] \quad (2)$$

$$u = \frac{\cos \alpha}{\lambda}, v = \frac{\cos \beta}{\lambda}, w = \frac{\cos \gamma}{\lambda} \quad (3)$$

设衍射屏和观察屏的距离为 z ,衍射屏和观察屏上的复振幅分布分别为 $U(x, y, 0)$ 和 $U(x, y, z)$,它们对应的角谱分布是 $A_0(u, v)$ 和 $A_z(u, v)$ 。在角谱理论中, $A_0(u, v)$ 和 $A_z(u, v)$ 分别是 $U(x, y, 0)$ 和 $U(x, y, z)$ 的傅里叶变换。

$$A_0(u, v) = \iint U(x, y, 0) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (4)$$

$$A_z(u, v) = \iint U(x, y, z) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (5)$$

自然地, $U(x, y, 0)$ 和 $U(x, y, z)$ 也可以写作 $A_0(u, v)$ 和 $A_z(u, v)$ 的逆傅里叶变换:

$$U(x, y, 0) = \iint A_0(u, v) \exp[j2\pi(ux + vy)] du dv \quad (6)$$

$$U(x, y, z) = \iint A_z(u, v) \exp[j2\pi(ux + vy)] du dv \quad (7)$$

由公式(6)和(7)可以看出,空域的光波是频域内沿各个方向传播的平面波总和。将公式(7)带入赫姆霍兹方程,在所有的无源点上, U 均满足赫姆霍兹方程,可以得到:

$$(\nabla^2 + k^2)\{A_z(u, v) \exp[j2\pi(ux + vy)]\} = 0 \quad (8)$$

根据微分方程理论,将公式(8)运算整理后得

到:

$$A_z(u,v)=A_0(u,v)\exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{1-(\lambda u)^2-(\lambda v)^2}\right] \quad (9)$$

公式(9)说明,沿 z 轴传播的光波在观察屏上的角谱函数是在 $z=0$ 平面的衍射屏的角谱函数乘以一个与传播距离 z 相关的传递函数。根据光传播的角谱理论,只要能求出衍射屏上 $U(x,y,0)$ 的角谱,可以按照公式(9)求得观察屏上的角谱,再通过傅里叶逆变换,就可以求出衍射屏后任意观察屏上的光波复振幅分布,引入傅里叶变换符号 F ,可以得到 $U(x,y,z)$ 的表达式:

$$U(x,y,z)=F^{-1}\{F\{U(x,y,0)\}\cdot H(u,v)\} \quad (10)$$

$$H(u,v)=\exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}z\sqrt{1-(\lambda u)^2-(\lambda v)^2}\right] \quad (11)$$

两次傅里叶变换可以通过快速傅里叶变换 FFT 得到。利用角谱理论进行衍射计算时,观察屏平面的抽样间隔与衍射屏上的抽样间隔相同,且前后孔径大小相同。

2 面向层结构的角谱算法原理

衍射的角谱传播理论遵从严格的标量衍射理论,无论光波的传播距离是否满足傍轴条件,都可以精确地描述光传播的物理过程。面向层结构的角谱传播计算全息算法主要步骤包括三维场景的分层,子层全息图的计算和全息图的编码

面向层结构的角谱计算全息算法的流程图如图1所示。首先,三维模型根据不同的深度信息切片成平行的 s 层, $i=1,2, \dots, s$ 是层的编号, L_i 表示第 i 层。医学电子计算机断层扫描数据的分层原则是切片的数目就是分层的数目。虚拟三维场景数据的分层原则是根据图像的灰度,8 bit 灰度图像即分成了 $2^8=256$ 层。然后,每一层的振幅信息能从渲染的图像中提取。随机相位加入振幅信息来模拟物体表面的散射效果。在面向层结构的角谱计算全息算法中,各层所加随机相位是随机产生的,不一定相同。其次,全息图的复振幅 H_i 通过角谱算法得到, $H_i=F^{-1}\{H_F\cdot F(L_i)\}$ 。 H_i 对应每一层的全息图, H_F 是角谱传播函数, F 是傅里叶变换, F^{-1} 是傅里叶逆变换。再次,重复各层的全息图的复振幅运算,叠加所有子层的复振幅分布,得到整个三维场景的全息图的复振幅分布。然后,提取全息图的相位信息,上传到相位

型空间光调制器上。最后,用相干光照明空间光调制器,用相机评价三维重建结果。

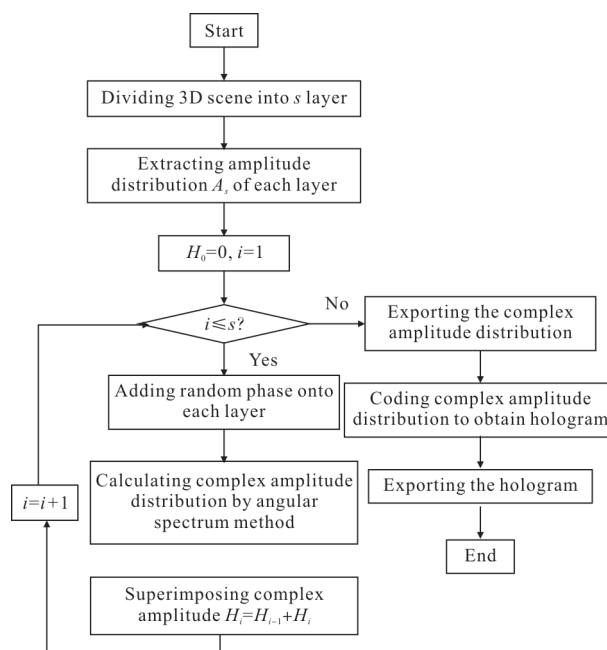


图 1 角谱算法流程图

Fig.1 Flowchart of angular spectrum algorithm

假设衍射场的宽度是 L , 采样率是 $N \times N$ 。公式(11)的离散分布可以描述为:

$$H_F(m,n)=\exp\left[jkz\sqrt{1-\lambda^2(mu_0)^2-\lambda^2(nv_0)^2}\right] \quad (12)$$

式中: $u_0=v_0=1/L$; $m,n=-N/2, -N/2+1, \dots, N/2+1$ 。简化计算,考虑 H_F 的一维光场分布,传递函数的公式可以表示为:

$$H(u,v)=\exp\left[j2\pi z\sqrt{\lambda^{-2}-u^2}\right]=\exp[j\phi(u)] \quad (13)$$

式中: $\phi(u)$ 的局域空间频率 f_{lu} 为:

$$f_{lu}=\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial u}\phi(u)=\frac{-zu}{\sqrt{\lambda^{-2}-u^2}} \quad (14)$$

为了避免采样过程中的混叠误差,采样间隔需要满足奈奎斯特采样定理:

$$\Delta u^{-1} \geq 2|f_{lu}| \quad (15)$$

从公式(14)和(15)可以得到有效的角谱传播距离 z 是:

$$z \leq L\sqrt{\lambda^{-2}u^2-1} \quad (16)$$

当最大频率时 $u_{\max}=N/(2L)$, 得到有效距离:

$$z \leq \frac{L\sqrt{4L^2\lambda^{-2}-N^2}}{N} \quad (17)$$

当衍射场的宽度 $L = \Delta x \cdot N$ 时,有效距离为:

$$z \leq L \sqrt{4(\Delta x)^2 \lambda^{-2} - 1} \quad (18)$$

根据上面的公式,可以选择传播距离 z ,计算宽度 L ,采样数 N ,抽样间隔 Δx 。当 $L=15.36 \text{ mm}$, $\lambda=532 \text{ nm}$, $N=1\ 920$ 时, $z < 461.7 \text{ mm}$; 当 $L=8.192 \text{ mm}$, $\lambda=532 \text{ nm}$, $N=1\ 024$ 时, $z < 246.2 \text{ mm}$; 当 $L=4.096 \text{ mm}$, $\lambda=532 \text{ nm}$, $N=512$ 时, $z < 123.1 \text{ mm}$ 。图 2 所示为该算法的有效距离和全息图大小和采样数之间的关系。

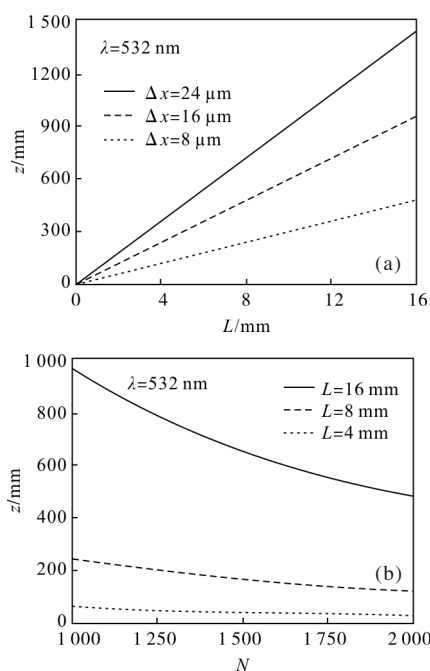


图 2 (a) 有效距离和全息图大小关系;
(b) 有效距离和采样数的关系

Fig.2 (a) Relationship between the effective distance and the size of the hologram; (b) relationship between the effective distance and the number of samples

3 三维数据的光学再现

基于面向层结构的角谱分层计算全息算法适用于多种三维数据,文中实验部分用两种类型的三维数据,一种是医学电子计算机断层扫描数据,即螺旋 CT 机对头颈血管扫描得到的一系列切片图片;另一种是在软件中建立的虚拟三维场景。

实验采用的三维显示系统如图 3 所示。光源是波长为 532 nm 的固体激光器。空间光调制器是 HOLOEYE 公司生产的 Pluto 反射式纯相位空间光调制器,像素数是 $1\ 920 \times 1\ 080$,像素大小为 $8 \mu\text{m}$ 。激光通过扩束准直系统、偏振片、分光棱镜后垂直入

射到空间光调制器上,将计算机生成全息图上传到空间光调制器上,用 Canon 500D 相机接收重建的图像。

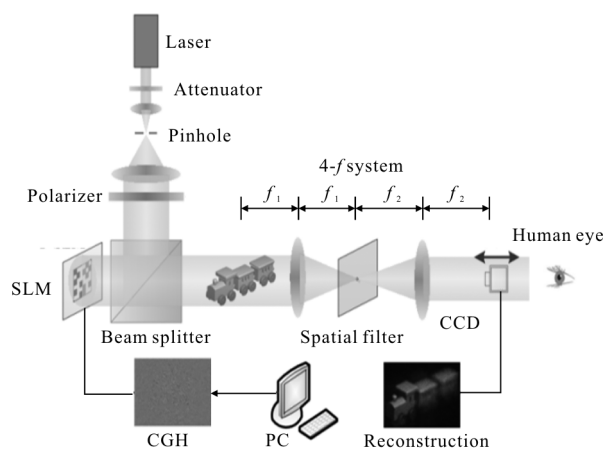


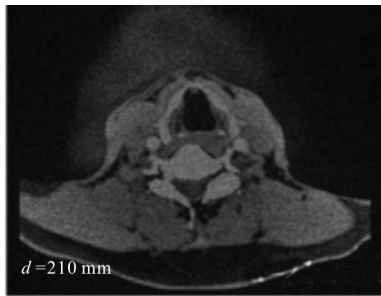
图 3 全息三维显示光学系统

Fig.3 3D holographic display optical system

实验中使用的 CT 图像数据来自北京 301 医院放射科 CT 室,由 64 位螺旋 CT 机扫描头颈血管得到,扫描时每隔 1 mm 取一次切片,共 100 张,每张 CT 切片大小是 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。对螺旋 CT 机扫描产生的 CT 图像进行预处理,去除冗余信息和不重要的多余物后,CT 图像之间的间距取 0.1 mm ,利用三维建模软件,生成头颈血管三维模型。取头颈血管 CT 图像模型大小为 $15 \text{ mm} \times 9 \text{ mm}$,距离全息图的距离是 $210 \sim 220 \text{ mm}$ 。

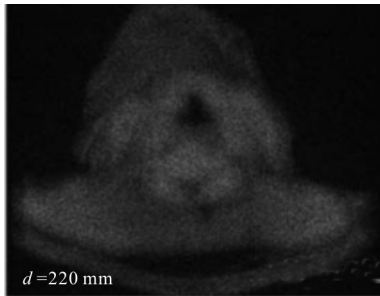
使用面向层结构的角谱传播计算全息算法,根据对应的深度信息分别计算每一张 CT 图对应的子全息图。之后将得到的 100 张子全息图复振幅分布相加,得到总的全息图复振幅分布。由于实验中使用的是纯相位型空间光调制器,因此将总全息图复振幅分布中的相位信息提取出来,上传到空间光调制器中。当相干光照射到空间光调制器上时,重建的头颈血管三维模型可以被相机所拍摄或被人眼直接观察到。

重建的头颈血管三维模型的数值模拟图如图 4(a)和图 4(b)所示,焦点分别选取在头颈血管前端和后端,其中前端距全息图 210 mm ,后端距离全息图 220 mm 。实验的光学成像效果如图 4(c)和图 4(d)所示,当相机对焦点分别选取在头颈血管前端和后端,都能在焦点处观察到比较清晰的明暗对比和图像细



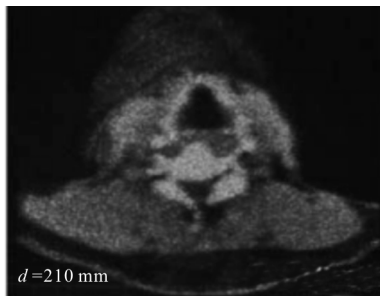
(a) 距离为 210 mm 的数值模拟结果

(a) Numerical simulation results from 210 mm



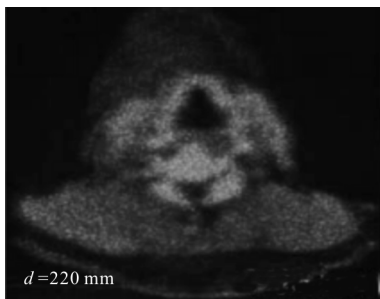
(b) 距离为 220 mm 的数值模拟结果

(b) Numerical simulation results from 220 mm



(c) 距离为 210 mm 的光学重建结果

(c) Optical reconstruction results from 210 mm



(d) 距离为 220 mm 的光学重建结果

(d) Optical reconstruction results from 220 mm

图 4 头颈血管三维重建

Fig.4 3D reconstruction of vessels in head and neck

节。数值模拟和光学重建结果显示,面向层结构的角谱传播计算全息算法可以再现出 CT 图像数据

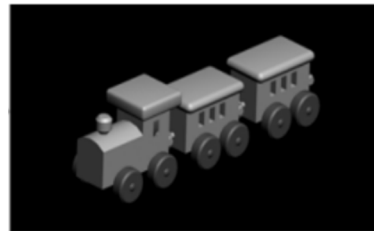
的深度信息,重建出三维的头颈血管。

借助三维建模的成熟技术可以为三维显示提供丰富的素材和广泛的应用领域。通过使用 Autodesk 公司出品的 3ds Max 建模软件,实验建立了虚拟的三维小火车模型,如图 5(a)所示。小火车模型的尺寸为 30 mm×5 mm×10 mm,纵深为 20 mm,距离全息图的距离是 210~230 mm。由于人眼是根据明暗的变化来识别物体的轮廓和外形,所以利用此模型生成明暗图,如图 5(b)所示。图 5(b)代表了模型表面的明暗特征,也就是决定了反射光的光强分布。同时,根据三维场景的景深分布,利用计算机图形学的渲染技术,生成深度图,如图 5(c)所示。图 5(c)中不同的明暗代表不同的深度,亮度越亮代表距离越近。



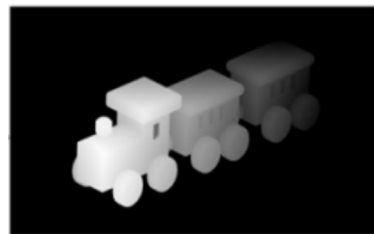
(a) 原始模型

(a) Original model



(b) 明暗图

(b) Shading model



(c) 深度图

(c) Depth model

图 5 小火车模型

Fig.5 Model of the small train

重建的小火车模型的数值模拟图如图 6(a)~(c)所示,分别表示在 210 mm 景深、220 mm 景深和

230 mm 景深能观察到的图像。实验的光学成像效果如图 6(d)~(f)所示,当相机对焦点分别选取在小火车模型的车头、车中、车尾三个不同位置,都能在焦点处观察到比较清晰的明暗对比画面,对焦点处的细节都得到很好的成像。

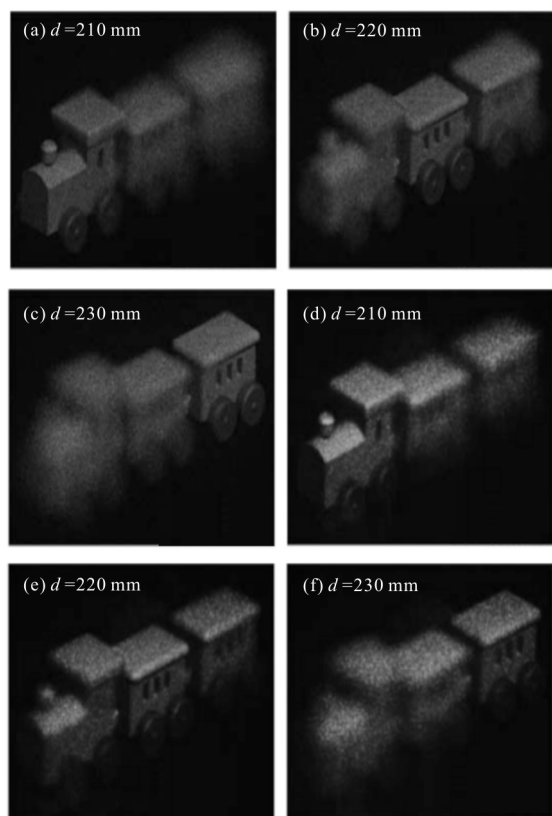


图 6 小火车模型三维重建

Fig.6 3D reconstruction of the small train model

运用面向层结构的角谱算法生成计算全息图,与点元法相比,最大的优点就是计算速度快,这种高效率为动态全息显示提供了可能。因此,实验通过建立三维模型和运动轨迹,运用面向层结构的角谱算法,进行了动态虚拟三维场景的再现。实验使用了清华大学大礼堂模型。大礼堂距离全息面约为 168 mm,高度约为 16 mm,并令其绕中心轴 360°旋转,共输出 360 帧图像。

将大礼堂模型分成 50 层,使用角谱算法,根据不同的深度信息分别计算每一分层子图对应的子全息图。之后将得到的 50 张子全息图复振幅分布相加,得到总的全息图复振幅分布。总共 360 帧画面按照 50 Hz 频率在空间光调制器中依次循环显示。当相干光照射到空间光调制器上时,重建的旋转大礼堂

堂动态效果就能被相机所拍摄或被人眼所观察到,图 7 为相机拍摄视频的部分截图。人眼可以自主选择不同深度的建筑物部件进行观察和跟踪,其余部件呈现真实景象的离焦效果。

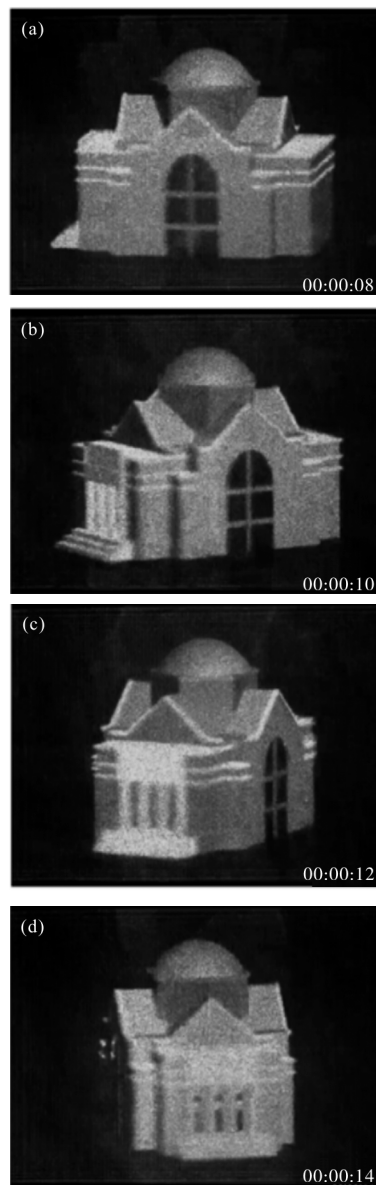


图 7 清华大学旋转大礼堂光学重建视频的部分截图

Fig.7 Part of screenshots of the optical reconstruction video of Tsinghua University Auditorium

4 算法的运算效率和重建质量

面向层结构的角谱算法的优点是低复杂度。使用点元法计算全息图,三维物体通常会被分成几万个点,再进行几万个指数和开方运算,计算量巨大。角谱算法可以避免点元法的大量运算,仅包括一次

指数运算、FFT 运算和 IFFT 运算。整个的运算时间是 $T_N=T_{FFT}+T_{IFFT}$ 。对 N 个抽样点来说,二维 FFT 运算的时间复杂度是 $O(N^2\log 2N)$ 。和点元法相比,面向层结构的角谱算法的运算效率大大提升,如表 1 所示。在相同的软硬件环境下,点元法计小火车全息图耗时为 10 695 s,层结构的角谱算法耗时为 22 s,耗时不到点元法的 1%,极大地提高了运算效率,这种高效率为动态全息显示提供了可能。

表 1 点元法和层结构角谱算法计算时间比较

Tab.1 Time consuming of point-cloud algorithm and the proposed angle spectrum algorithm

3D scene	Layers	Time consuming of point-cloud algorithm/s	Time consuming of the proposed angle spectrum algorithm/s
Vessel in the head and neck	100	189 326	95
Small train	50	10 695	22

全息图是灰度图像,全息图相位位深是指编码相位的灰度等级。通过降低全息图相位的位深可以进一步提高运算效率加速运算,节省计算时间,但同时也不能降低重建图像质量。课题组降低了全息图的位深,用峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR) 来评价相应的光学重建结果,其单位是分贝 (dB)。取 $n=8$ 的时候,PSNR 的公式是:

$$PSNR=10\log\left[\frac{255^2}{\frac{1}{mn}\sum_{m,n}[I_0(m,n)-I_r(m,n)]^2}\right] \quad (19)$$

式中: m 和 n 分别是轴向和纵向的像素数目; I_0 和 I_r 分别是源图像和重建图像。实验用面向层结构的角谱算法对各种三维场景按不同相位位深进行了全息图计算和三维重建图像的数值仿真,再根据三维重建图像与原图作比较,计算不同相位位深重建图像的 PSNR 值,如图 8 所示。

从图 8 中可以看出,当相位全息图的位深大于 2 时,就可以得到还能接受的重建图像质量。适当降低相位全息图的位深,可以在保证图像质量的前提下,提高运算的效率。

为了比较衍射的角谱传播理论和菲涅耳衍射理论的再现精度,用一维啁啾函数作为再现物体。啁啾函数模拟了物体的不同的空间频率,衍射模拟

中选用的参数和光学实验中的参数一致,采样间隔是 $8\ \mu\text{m}$,采样数是 1 920,计算宽度是 15.36 mm。

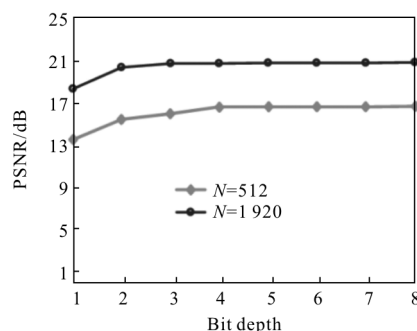


图 8 不同位深重建的全息图像对应的 PSNR

Fig.8 Corresponding PSNR of reconstructed holographic images with different bit depth

比较不同衍射传播的结果与瑞利-索末菲衍射积分结果的信噪比 (SNR),用 SNR 来衡量衍射的精确度。如图 9 所示,在近距离,角谱衍射的精度比菲涅耳衍射高。在远距离,角谱衍射的精度和菲涅耳衍射精度相当。这表明,在近距离,大视场角的角谱衍射的再现图像质量比菲涅耳衍射更好,而三维场景需要大视场角,角谱衍射理论更为适用。

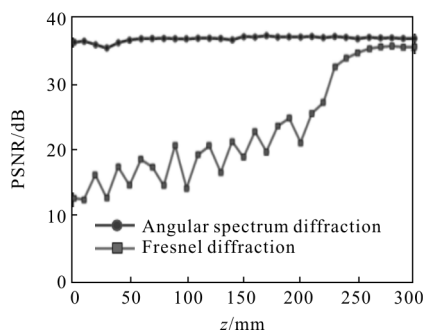


图 9 角谱衍射传播结果和菲涅耳再现结果比较

Fig.9 Comparison of results of angular spectrum diffraction and results of Fresnel reproduction

当人眼相对观察物体移动时,感知的三维物体的信息不同,当视角发生变化时,一些之前被遮挡住的信息,在特定的视角显现了出来。因此,移动视差一般由三维物体自身或不同物体之间遮挡效果提供,在不同视角下观察三维场景时,物体之间被遮挡的信息不同,这是三维场景的遮挡效果。

现有的计算全息显示算法大部分没有考虑遮挡问题,极大减小了三维图像的再现深度范围。为了实现遮挡显示效果和深度调节信息的真实感强的三维

显示,文中算法利用计算机图形学的渲染方法,将物理模拟的方法和全息立体图算法结合,提出了具有遮挡显示效果的重建效果。因此,在文中,三维物体的遮挡关系并不影响三维图像的再现深度,其示意图如图 10 所示。为了展示全息图的移动视差和遮挡效果,在不同视点位置利用相机对三维场景进行拍摄,从三幅拍摄的重建图像可以看出,两个物体的相对位置与遮挡关系随着视点的变化而相应地改变,



(a) 左视图

(a) Left view



(b) 中视图

(b) Middle view



(c) 右视图

(c) Right view

图 10 三维全息遮挡效果

Fig.10 Occlusion effect of 3D holographic display

表明上文所提出的算法可以准确地提供移动视差以及遮挡效果。

5 结 论

为了提高三维场景的计算全息图的运算效率,文中提出面向层结构的角谱计算全息算法。由于衍射的角谱传播理论遵从严格的标量衍射理论,因此无论光波的传播距离是否满足傍轴条件,都可以精确地描述光传播的物理过程。该算法适用于多种三维数据,如医学电子计算机断层扫描数据和虚拟三维场景。与点元法相比,该算法耗时不到点元法的 1%,极大地提高了运算效率。此外,适当降低相位全息图的位深,可以在保证图像质量的前提下,提高运算的效率。这种高效率为动态全息显示提供了可能。在近距离,大视场角的角谱衍射的再现图像质量比菲涅耳衍射更好,因此该算法在三维场景的显示领域具有极大的前景。

参考文献:

- [1] Yu Daoyin, Tan Hengying. Engineering Optics [M]. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2016. (in Chinese)
郁道银, 谈恒英. 工程光学 [M]. 第 4 版. 北京: 机械工业出版社, 2016.
- [2] Han Chao, Wei Sui, Quan Xilong, et al. Holographic display of digital micromirror device [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, 37(1): 190-194. (in Chinese)
韩超, 韦穗, 权希龙, 等. 数字微镜器件的全息显示[J]. 中国激光, 2010, 37(1): 190-194.
- [3] Chen R, Wilkinson T D. Computer generated hologram from point cloud using graphics processor [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(36): 6841-6850.
- [4] Sando Y, Itoh M, Yatagai T. Holographic three-dimensional display synthesized from three-dimensional Fourier spectra of real existing objects [J]. *Optics Letters*, 2003, 28(24): 2518-2520.
- [5] Lucente M. Interactive computation of holograms using a lookup table [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 1995, 2(1): 28-34.
- [6] Kim S C, Kim J M, Kim E S. Effective memory reduction of the novel lookup table with one-dimensional sub-principle fringe patterns in computer-generated holograms [J]. *Optics Express*, 2012, 20(11): 12021-12034.

- [7] Nishitsuji T, Shimobaba T, Kakue T, et al. Fast calculation of computer-generated hologram using run-length encoding based recurrence relation [J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 9852–9857.
- [8] Shimobaba T, Masuda N, Ito T. Simple and fast calculation algorithm for computer-generated hologram with wavefront recording plane[J]. *Optics Letters*, 2009, 34(20): 3133–3135.
- [9] Trester S. Computer-simulated Fresnel holography [J]. *European Journal of Physics*, 2000, 21(4): 317–331.
- [10] Chen J S, Chu D, Smithwick Q Y. Rapid hologram generation utilizing layer-based approach and graphic rendering for realistic three-dimensional image reconstruction by angular tiling [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2014, 23(2): 76–85.
- [11] Su P, Cao W, Ma J, et al. Fast computer-generated hologram generation method for three-dimensional point cloud model [J]. *Journal of Display Technology*, 2016, 12(12): 1688–1694.
- [12] Zhao Yan. Computer-generated hologram technologies for three-dimensional display[D]. Beijing: Tsinghua University, 2016. (in Chinese)
赵燕. 三维场景的计算全息显示技术[D]. 北京: 清华大学, 2016.
- [13] Bayraktar M, Özcan M. Method to calculate the far field of three-dimensional objects for computer-generated holography [J]. *Applied Optics*, 2010, 49(24): 4647–4654.
- [14] Muffoletto R P, Tyler J M, Tohline J E. Shifted Fresnel diffraction for computational holography [J]. *Optics Express*, 2007, 15(9): 5631–5640.
- [15] Okada N, Shimobaba T, Ichihashi Y, et al. Fast calculation of a computer-generated hologram for RGB and depth images using a wavefront recording plane method [J]. *Photonics Letters of Poland*, 2014, 6(3): 90–92.
- [16] Zhang F, Yamaguchi I, Yaroslavsky L P. Algorithm for reconstruction of digital holograms with adjustable magnification[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(14): 1668–1670.
- [17] Goodman J W. Introduction to Fourier Optics [M]. 4th ed. San Francisco: W. H. Freeman & Company, 2017.