

锗酸铋电光晶体的半波电压调控

谢楠¹, 邱鑫茂², 徐启峰¹, 谭巧¹, 马靖²

- (1. 福州大学 电气工程与自动化学院, 福建 福州 350108;
2. 福州大学 物理与信息工程学院, 福建 福州 350108)

摘要: 提出了一种通过改变晶体切割方向, 调控和提高锗酸铋晶体半波电压的方法, 可以显著扩大光学电压传感器的测量范围。使用电光效应耦合波理论, 分析了半波电压对晶体切割方向的依赖关系。晶体切割方向决定了锗酸铋晶体的通光方向和电场方向。分析结果表明, 当晶体沿 $[-2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 和 $[0.219, 0.219, 0.951]$ 方向切割时, 可使半波电压提高为标准切割方向的 5 倍; 当晶体沿 $[0.140, 0.275, 0.951]$ 和 $[2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 方向切割时, 半波电压可提高至 12 倍。讨论了光传播方向对半波电压的影响, 锗酸铋晶体采用标准切割方向, 光路角度偏移在 $\pm 0.05\pi$ 范围内时, 半波电压的变化量小于 0.06%。该半波电压调控方法同样适用于其它电光晶体。

关键词: 半波电压; 锗酸铋; 切割方向; 耦合波理论

中图分类号: TN204 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0420003

Regulation of bismuth germanate electro-optic crystal's half-wave voltage

Xie Nan¹, Qiu Xinmao², Xu Qifeng¹, Tan Qiao¹, Ma Jing²

- (1. College of Electric Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;
2. College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: To increase the measurement range of optical voltage sensor, a method for regulating and increasing the half-wave voltage of bismuth germanate crystal by varying the cutting direction was proposed. With the electro-optic wave coupling theory, the dependence of half-wave voltage on crystal cutting direction was investigated. The light propagation direction and the electrical field direction of bismuth germanate crystal were determined by the crystal cutting directions. The results demonstrate that the half-wave voltage is increased to 5 times when crystal is cut along direction $[-2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ and $[0.219, 0.219, 0.951]$. And the half-wave voltage is increased to 12 times when crystal is cut along direction $[0.140, 0.275, 0.951]$ and $[2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$. The influence of light propagation direction on half-wave voltage was also discussed. When bismuth germanate crystal is cut along the standard direction, the variation of half wave voltage is less than 0.06% with angle error of light propagation in the range of $\pm 0.05\pi$. This method of half-wave voltage regulation is also suitable for other electro-optic crystals.

Key words: half-wave voltage; bismuth germanate; cutting direction; wave coupling theory

收稿日期: 2017-11-05; 修订日期: 2017-12-03

基金项目: 福建省中青年教育科研项目(JA15060); 福建省科技厅引导性项目(2017H0013)

作者简介: 谢楠(1985-), 男, 助理研究员, 博士, 主要从事线性电光效应和光学电压传感器等方面的研究。Email: xien551@gmail.com

通讯作者: 马靖(1977-), 女, 副教授, 博士, 主要从事信息光学和激光光谱方面的研究。Email: majing@fzu.edu.cn

0 引言

基于泡克尔斯效应^[1-4]的光学电压传感器^[5-7]通常采用锆酸钽($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$, BGO)晶体^[8-11]作为传感介质。BGO 晶体是 43 m 对称点群的立方晶体,无自然线性双折射和圆双折射。BGO 晶体在 350 nm~4 μm 波长范围内透明,温度稳定性佳,无热电效应,容易获取光学质量优良的大体积晶体^[9]。其半波电压较高,调制方式通常采用横向调制或纵向调制。

BGO 晶体的半波电压限制了光学电压传感器的测量范围^[6,12]。为了解决这一问题,通常采用介质分压方法,即在 BGO 晶体和电极之间附加石英晶体等透明绝缘介质,减小 BGO 晶体承受的电压^[12-14]。但是额外介质的引入会增加系统的复杂度,同时改变电场的分布^[6,13-14]。石英介质和 BGO 晶体的热膨胀系数不同,由于温度改变产生的热应力会给测量带来随机误差^[15]。因此迫切需要提出一种新的方法,提高 BGO 晶体的半波电压,增加光学电压传感器测量范围。

文中提出了一种显著增加 BGO 晶体半波电压的方法,通过选择合适的 BGO 晶体切割方向对半波电压进行调控。文中采用电光效应耦合波理论^[16-19],分析了半波电压对晶体切割方向的依赖关系。BGO 晶体电光调制的通光方向和外加电场方向由切割方向决定。当两个切割面的法向量为 $[-2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 和 $[0.219, 0.219, 0.951]$ 时,半波电压可增加为标准切割方向的 5 倍。当两个切割面的法向量为 $[0.140, 0.275, 0.951]$ 和 $[2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 时,半波电压可增加为标准切割方向的 12 倍。文中还讨论了光路偏移对半波电压的影响。切割面的法向量为 $[-2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 和 $[2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 时,光路偏移角度小于 0.05π ,其半波电压的改变不超过 0.06%。研究结果给 BGO 晶体半波电压的调控提供了新的思路,可有效增加光学电压传感器的测量范围。该方法无需引入额外的光学介质,不会增加光学电压传感器的复杂度。文中提出的半波电压调控方法具有通用性,同样适用于其他电光晶体。

1 电光调制的计算方法

1.1 电光效应耦合波理论

耦合波理论^[16]可计算任意光传播方向和任意电

场方向的电光效应。通常单色平面波存在两个独立的电矢量分量 (E_1 和 E_2), E_0 为外加静电场或频率远小于光频率的低频电场。 a, b, c 分别为 $E_1(r), E_2(r)$ 、外电场 E_0 的单位向量,且 $a \cdot b = 0$ 。

电光晶体中的光传播方向和偏振方向如图 1 所示。波矢量 k 与 z 轴夹角为 θ , 在 $x-y$ 面内投影与 x 轴的夹角为 φ , 此时两个独立的光电场偏振方向 a 和 b 可分别表示为:

$$\begin{aligned} a &= [\sin\varphi, -\cos\varphi, 0] \\ b &= [-\cos\theta\cos\varphi, -\cos\theta\sin\varphi, \sin\theta] \end{aligned} \quad (1)$$

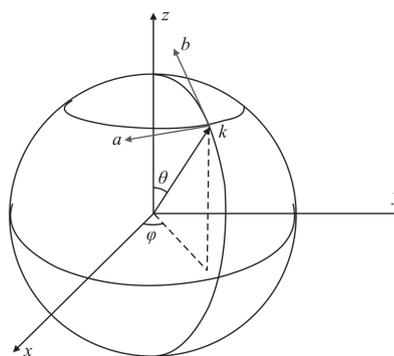


图 1 光传播方向和偏振方向示意图

Fig.1 Diagram of light propagation direction and polarization direction

电光效应的耦合方程可以写为:

$$\begin{cases} \frac{dE_1(r)}{dr} = -id_1E_2(r)e^{i\Delta kr} - id_2E_1(r) \\ \frac{dE_2(r)}{dr} = -id_3E_1(r)e^{-i\Delta kr} - id_4E_2(r) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\Delta k = k_2 - k_1$, k_1 和 k_2 分别对应 E_1 和 E_2 的波矢, 参数 $d_i (i=1, 2, 3, 4)$ 表达式为:

$$\begin{cases} d_1 = \frac{k_0}{2n_1} r_{\text{eff}1} E_0, d_2 = \frac{k_0}{2n_1} r_{\text{eff}2} E_0 \\ d_3 = \frac{k_0}{2n_2} r_{\text{eff}1} E_0, d_4 = \frac{k_0}{2n_2} r_{\text{eff}3} E_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: n_1 和 n_2 分别为 E_1 和 E_2 对应的折射率, 其中 r_{eff} ($i=1, 2, 3$) 为有效电光系数, 可表示为:

$$\begin{cases} r_{\text{eff}1} = \sum_{j,k,l} (\epsilon_{ij}\epsilon_{kk})(a_j\gamma_{jk}b_kc_l) \\ r_{\text{eff}2} = \sum_{j,k,l} (\epsilon_{ij}\epsilon_{kk})(a_j\gamma_{jk}a_kc_l) \\ r_{\text{eff}3} = \sum_{j,k,l} (\epsilon_{ij}\epsilon_{kk})(b_j\gamma_{jk}b_kc_l) \end{cases} \quad (4)$$

式中: a_j, a_k, b_j, b_k 和 $c_l (j, k, l=1, 2, 3)$ 分别为向量 $a, b,$

c 的分量; γ_{jk} 为电光张量元; ε_{ij} 和 ε_{kk} 为介电张量对角元, 并且 $\varepsilon_{ij}=n_{ij}^2$, $\varepsilon_{kk}=n_{kk}^2$ 。令

$$\begin{cases} \gamma = \frac{d_4 - d_2 - \Delta k}{2} \\ \mu = \frac{\sqrt{(\Delta k + d_2 - d_4)^2 + 4d_1 d_3}}{2} \end{cases} \quad (5)$$

设 $E_1(0)$ 和 $E_2(0)$ 分别为两个独立光电场分量 (E_1 和 E_2) 的初始值, r 为通光长度。通过求解耦合方程可以得到均匀电场调制下出射光的偏振态, 用琼斯矩阵表示为:

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} E_1(0) \\ E_2(0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\mu r) + i\gamma \sin(\mu r)/\mu & -id_1 \sin(\mu r)/\mu \\ -id_3 \sin(\mu r)/\mu & \cos(\mu r) - i\gamma \sin(\mu r)/\mu \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.2 计算模型

图 2 为 BGO 晶体振幅调制模式的计算示意图。取坐标 xyz 为电光晶体的 3 个主轴方向。 s_1 、 s_2 和 s_3 分别为 BGO 晶体切面的法线方向, s_1 垂直于晶体的 A 、 B 面, s_2 垂直于晶体的 C 、 D 面, s_3 垂直于 s_1 和 s_2 。BGO 晶体横向电光调制时在 C 、 D 面上施加外电场, 光传播方向垂直于晶体的 A 、 B 面入射。 s_1 和 s_2 可由下式表示:

$$s_1(\theta, \varphi) = [\sin(\theta)\cos(\varphi), \sin(\theta)\sin(\varphi), \cos(\theta)] \quad (8)$$

$$s_2(\mu, \nu) = [\sin(\mu)\cos(\nu), \sin(\mu)\sin(\nu), \cos(\mu)] \quad (9)$$

式中: θ 、 μ 为法线 s_1 、 s_2 与 z 方向的夹角, 即天顶角; φ 、 ν 为 s_1 、 s_2 在 x - y 面内的投影与 x 轴的夹角, 即方位角。

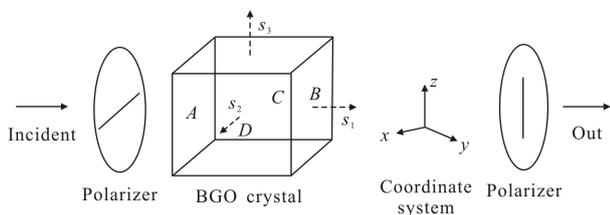


图 2 BGO 晶体横向振幅调制示意图

Fig.2 Schematic diagram of transverse amplitude modulation with BGO crystal

对 BGO 晶体切割方向 s_1 、 s_2 与半波电压之间的关系解释如下: s_1 代表光传播方向, AB 面的垂直距离为通光长度 l ; s_2 代表电场方向, CD 面的垂直距离

为电极间距 d 。当 l 和 d 为固定值, 半波电压由切割方向 s_1 和 s_2 决定。已知 s_1 和 s_2 在晶体坐标系中的球坐标 θ 、 φ 、 μ 、 ν , 即可求出半波电压的大小。

2 计算与讨论

2.1 半波电压的计算方法

BGO 电光晶体的标准切割方向为: $[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$, $[-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$ 和 $[0, 0, 1]$ 。常温下当电光调制所用波长 λ 为 1310 nm 时, 电光系数 $\gamma_{41}=1.15$ pm/V, 折射率 $n=2.045$ ^[9], 设 BGO 电光晶体的通光长度 l_0 为 1 cm, 电极间距 d 为 1 cm, 半波电压值为:

$$V_{\pi} = \frac{\lambda}{2n^3 \gamma_{41}} \cdot \frac{d}{l_0} = 66.4 \text{ kV} \quad (10)$$

对于任意切割方向, 取起偏器方向为 a , 入射光的电矢量分量为 $E_1=1, E_2=0$ 。检偏器方向为 b , 经过检偏器后, 出射光仅有 E_2 分量, 输出光强(透射率)为:

$$I_{out} = |E_2|^2 \quad (11)$$

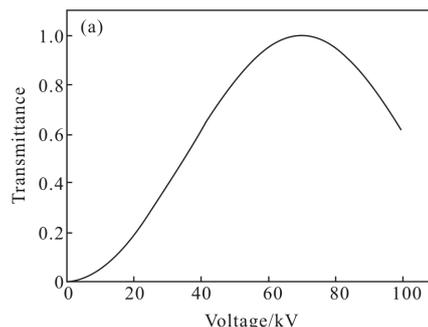
晶体快慢轴与 a 和 b 的夹角为 45° , 电光相位延迟为:

$$\Gamma = \left| \arg \left[\frac{\sqrt{2}}{2} (E_1 + E_2) \right] - \arg \left[\frac{\sqrt{2}}{2} (E_1 - E_2) \right] \right| \quad (12)$$

以图 3 为例, 说明半波电压的计算过程。取 $\theta=0.4\pi$ 、 $\varphi=0.75\pi$ 、 $\mu=0.5\pi$ 、 $\nu=0.25\pi$, 切割方向 $s_1=[-0.6725, 0.6725, 0.3090]$, $s_2=[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$ 。根据公式(1)~(9)和(11), 计算输出光强(透射率) I_{out} 与横向调制电压 V 的函数关系, 如图 3(a)所示。输出光强为极大值时对应的电压为半波电压 69.8 kV, 其相位延迟为 π , 如图 3(b)所示。由于相位延迟与外电压为线性关系, 有:

$$V_{\pi} = \frac{\pi}{\Gamma_{66.4\text{kV}}} \times 66.4 \text{ kV} \quad (13)$$

式中: $\Gamma_{66.4\text{kV}}$ 为 66.4 kV 电压对应的相位延迟。



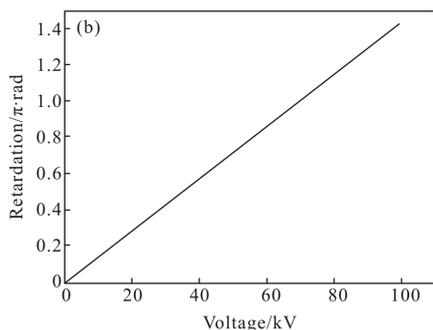


图 3 切割方向 s_1 和 s_2 的球坐标为 $\theta=0.4\pi$ 、 $\varphi=0.75\pi$ 、 $\mu=0.5\pi$ 、 $\nu=0.25\pi$ 时, (a) 输出光强(透射率)与电压的函数关系, (b) 相位延迟与电压的函数关系

Fig.3 Spherical coordinates of cut direction s_1 and s_2 are $\theta=0.4\pi$, $\varphi=0.75\pi$, $\mu=0.5\pi$, $\nu=0.25\pi$, (a) functional relationship between (light intensity) transmittance and voltage, (b) functional relationship between phase retardation and voltage

2.2 晶体切面对半波电压的影响

2.2.1 半波电压随晶体切割方向 s_2 的变化关系

s_2 方向即横向调制的电场方向, 垂直于图 2 中的 CD 面。取 A 、 B 的法线方向 s_1 为 $[-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$, 即 $\theta=0.5\pi$, $\varphi=0.75\pi$ 。选择 s_2 的方位角 ν 为 0.25π , 天顶角 μ 为变量, 图 4 展示了半波电压随 μ 的变化关系。半波电压的变化曲线关于 $\mu=0.5\pi$ 对称。当 $\mu=0.5\pi$, C 、 D 面法线方向为 $[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$, 半波电压为 1×66.4 kV。 μ 在 $0.3\pi \sim 0.7\pi$ 范围内变化时, 半波电压的改变量较小。当 $\mu=0.1\pi$ 或 $\mu=0.9\pi$ 时, 即 s_2 为 $[0.219, 0.219, \pm 0.951]$ 时, 半波电压可达到 5×66.4 kV。

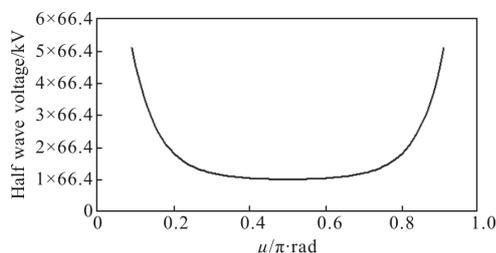


图 4 半波电压大小随 μ 的变化

Fig.4 Half-wave voltage vs μ

2.2.2 切割方向 s_1 对半波电压的影响

s_1 垂直于图 2 所示的 AB 面, 为入射光的传播方向。令 $\mu=0.5\pi$, $\varphi=0.25\pi$, 即 s_2 为 $[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$ 。

s_1 的球坐标 θ 和 φ 为变量。图 5(a) 给出了 θ 在 $0.1\pi \sim 0.9\pi$ 、 φ 在 $0.55\pi \sim 0.95\pi$ 范围内的 BGO 晶体半波电压分布, 电压大小以 66.4 kV 的倍数表示; 分布图关于 $\theta=0.5\pi$, $\varphi=0.75\pi$ 对称; 在分布图的边缘, 半波电压达到了 12 倍。因此通过改变晶体的切割方向可极大地拓宽 BGO 的半波电压。

为了进一步讨论半波电压的分布, 分析图 5(a) 中的两条线段 A 和 B 上半波电压随 θ 角的变化, 如图 5(b) 所示。水平线 B 两端处的半波电压达到 3.23×66.4 kV, 此时 A 、 B 面法线 s_1 为 $[-0.219, 0.219, \pm 0.951]$; 对角线 A 的两端的半波电压达到 12×66.4 kV, 此时 s_1 为 $[0.140, 0.275, 0.951]$ 和 $[-0.275, -0.140, -0.951]$ 。

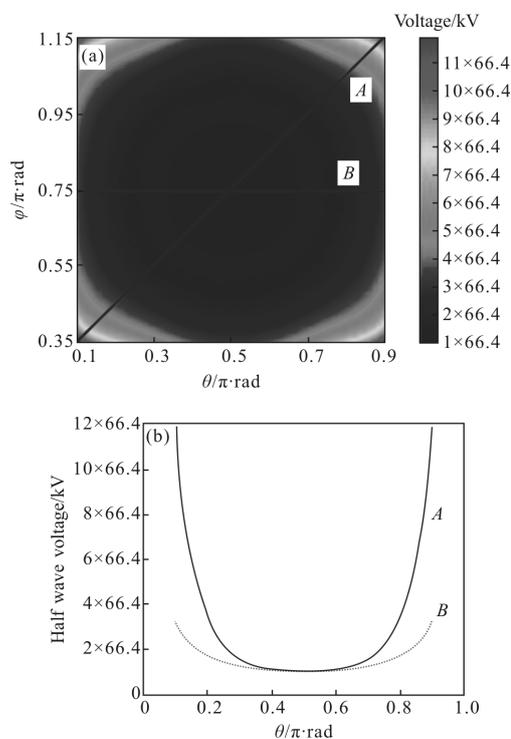


图 5 (a) 半波电压大小随切割面 $s_1(\theta, \varphi)$ 的变化; (b) 线段 A 和 B 上的半波电压变化

Fig.5 (a) Half-wave voltage vs $s_1(\theta, \varphi)$; (b) change of half-wave voltage on line A and B

2.3 光传播方向对半波电压的影响

图 6 给出光传播方向的偏移对半波电压的影响。图 6(a) 为光路变化示意图, α 和 β 为传播方向在水平方向和竖直方向的角度偏移。晶体采用标准切割, 电场方向为 $[1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$, 理想通光方向为 $[-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$, 其球坐标为 $\theta=0.5\pi$, $\varphi=0.75\pi$ 。对于立方晶体, α 和 β 的取值范围可以设

为 $-0.25\pi \sim 0.25\pi$ 。 l_0 为无角度偏移时的通常长度, 光在 BGO 晶体内的传播长度 l 可表示如下:

$$l = \sqrt{\sin^2\alpha + \sin^2\beta + 1} \times l_0 \quad (14)$$

由于电场方向和电极间距固定, 半波电压由透光长度 l 和光路偏移角度 α 和 β 决定。其中 α 和 β 改变了通光方向与电场方向的夹角, 从而影响电光调制的强度。半波电压的计算过程如下: 由 α 和 β 得到通光方向在 BGO 晶体坐标系中的球坐标: $\theta = \alpha + 0.5\pi$, $\varphi = \beta + 0.75\pi$ 。电场方向为 $c = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]$ 。将上述参数代入公式(1)~(9)、(11)~(13), 即可计算出半波电压。

如图 6(b) 所示, α 和 β 在 $-0.25\pi \sim 0.25\pi$ 范围变化, 半波电压最大将达到 1.39×66.4 kV。 α 和 β 在 $-0.05\pi \sim 0.05\pi$ 范围内, 半波电压的变化小于 0.06%, 可以忽略。

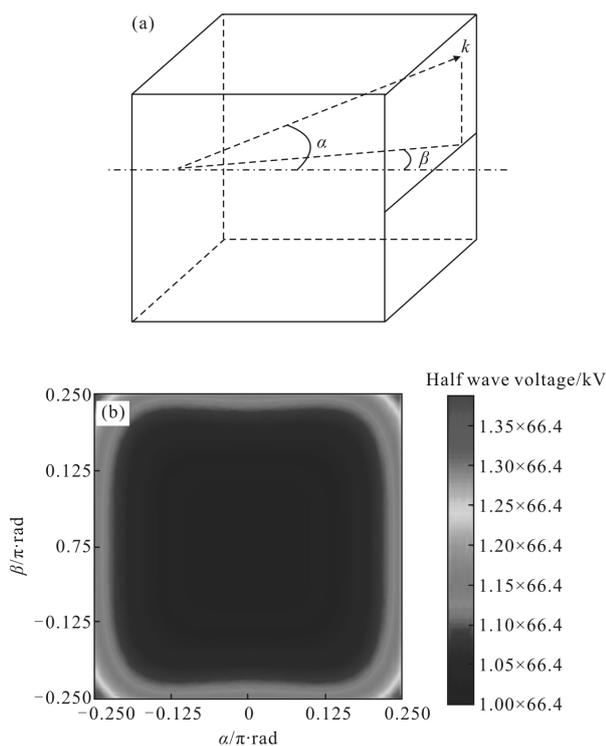


图 6 (a) 光路变化示意图; (b) 半波电压随光路偏移 (α 和 β) 变化
Fig.6 (a) Illustration of change of light propagation direction;
(b) change of half-wave voltage when light propagation direction (α and β) is altered

3 结论

为了提高光学电压传感器的测量范围, 实现对 BGO 晶体半波电压的调控, 文中基于电光效应耦合

波理论, 研究了晶体切割面的法线方向 $s_1(\theta, \varphi)$ 和 $s_2(\mu, \nu)$ 对半波电压的影响。 s_1 和 s_2 分别代表了 BGO 电光晶体的光传播方向和电场方向。 s_1 和 s_2 为 $[-2^{-0.5}, 2^{0.5}, 0]$ 和 $[0.219, 0.219, \pm 0.951]$ 时, 可使半波电压提升到标准切割方向的 5 倍; s_1 和 s_2 为 $[0.140, 0.275, 0.951]$ 和 $[2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 时可使半波电压拓宽到 12 倍。文章还分析了通光方向对半波电压的影响。当 BGO 晶体为标准切割方向, s_1 和 s_2 分别为 $[-2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 和 $[2^{-0.5}, 2^{-0.5}, 0]$ 时, 光源入射角在 $-0.05\pi \sim 0.05\pi$ 范围内, 半波电压的变化小于 0.06%。文中对 BGO 半波电压的分析也适用于其它电光晶体, 具有通用性。论文提出一种通过改变电光晶体切割方向, 显著增加其半波电压的方法。研究成果可应用于新型光学电压传感器的设计, 有效增加其电压测量范围。

参考文献:

- [1] Li Yongqian, Meng Xiangteng, An Qi, et al. Design and implementation of electro-optic modulator adaptive polarization control system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(6): 1854-1858. (in Chinese)
- [2] Xing J, Li Z, Zhou P, et al. Compact silicon-on-insulator-based 2x2 Mach-Zehnder interferometer electro-optic switch with low crosstalk [J]. *Chinese Optics Letters*, 2015, 13(6): 061301.
- [3] Li Kewu, Wang Zhibin, Zhang Rui, et al. LiNbO₃ transverse electro-optical modulation characteristics for light pass along optical axis [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(5): 1227-1232. (in Chinese)
- [4] Li Kewu, Wang Liming, Wang Zhibin, et al. Phase-modulated ellipsometry combined photo-elastic modulation with electro-optic modulation [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(4): 690-697. (in Chinese)
- [5] Li H, Cui L, Wang X, et al. Analysis and design of loop gains to optimize the dynamic performance of optical voltage sensor based on pockels effect [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(14): 3108-3115.
- [6] Wen Haiyan, Lei Linxu, Zhang Chaoyang, et al. Research situation and design of optical voltage transducer based on pockels effect [J]. *Smart Grid*, 2013, 1(2): 58-64. (in Chinese)
- [7] Li Changsheng, Wang Weiqi. Review of optical voltage sensor based on electroluminescent effect [J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(1): 30-40. (in Chinese)
- [8] Xie Kecheng. Analysis of stability for linear electrooptical

- effect of $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ crystal[J]. *Piezoelectrics & Acousto-optics*, 1990, 12(4): 46–51. (in Chinese)
- [9] Williams P A, Rose A H, Lee L S, et al. Optical, thermo-optic, electro-optic, and photoelastic properties of bismuth germanate ($\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$) [J]. *Applied Optics*, 1996, 35(19): 3562–3569.
- [10] Xiang Tian, Jin Xi, Dong Jianing, et al. Design of fluorescence simulator with large dynamic range for scintillation crystal [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(2): 304–310. (in Chinese)
- [11] Tan Qiao, Xu Qifeng, Xie Nan, et al. Quantitative research on the intrinsic linear birefringence and temperature characteristic of BGO crystal [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 247–252. (in Chinese)
- [12] Santos J C, Taplamacioglu M C, Hidaka K. Pockels high-voltage measurement system [J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2000, 15(1): 8–12.
- [13] Tan Q, Xu Q F, Chen L Y, et al. A new method to improve internal electric field distributions of pockels OVS [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(13): 4115–4121.
- [14] Huang Yifan, Xu Qifeng, Chen Linyang, et al. Medium enwrapping method for improving internal electric field distribution of OVT [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(7): 0722004. (in Chinese)
- [15] Lee K S. New compensation method for bulk optical sensors with multiple birefringences [J]. *Applied Optics*, 1989, 28(11): 2001–2011.
- [16] She W L, Lee W K. Wave coupling theory of linear electrooptic effect[J]. *Optics Communications*, 2001, 195(1): 303–311.
- [17] Zheng G L, Xu J, Chen L X, et al. A thermal design for the potassium titanyl phosphate electrooptical modulator [J]. *Applied Optics*, 2006, 46(27): 6774–6778.
- [18] Xie N, Xu Q F, Ma J, et al. Thermally insensitive design for the LiNbO_3 electro-optical modulator under dynamic electric field [J]. *Journal of Optics*, 2014, 16(8): 085201.
- [19] Qiu xinmao, Ma Jing, Xie Nan, et al. A method of electro-optic device's simulation and analysis in arbitrary direction and arbitrary electric field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(12): 1223001. (in Chinese)