

二维多项式位相光瞳滤波实现超分辨望远成像

刘显著^{1,2}, 王超¹, 江伦¹, 刘壮¹, 杨进华², 姜会林¹

- (1. 长春理工大学 光电测控与光信息传输技术教育部重点实验室, 吉林 长春 130022;
2. 长春理工大学 光电工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要: 为了对望远光学系统实现横向超分辨成像, 设计了一种高斯特列尔比的二维多项式函数形式的位相型光瞳滤波器, 分析了其对光学系统焦点附近光强分布的有益影响。理论分析表明, 加入滤波器之后, 与无滤波器时相比系统横向光学分辨率提升了 1.33 倍, 同时斯特列尔比为无滤波器时的 0.75 倍。给出了该种滤波器与典型的三区型、四区型和一维多项式位相型光瞳滤波器的对比, 从对比结果可知, 二维多项式型滤波器的斯特列尔比为几种滤波器中的最优, 且其横向分辨倍率仅次于四区型滤波器, 但四区型滤波器的斯特列尔比过低, 不适合应用于望远系统。研究了入射光视场角对应用该种滤波器的望远光学系统成像效果的影响, 视场角不大于 $\pm 4^\circ$ 时, 具有较佳的超分辨效果。

关键词: 超分辨成像; 光瞳滤波; 高斯特列尔比; 望远系统; 二维多项式

中图分类号: TH744 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0418007

Super-resolution in telescope imaging system by two-dimensional polynomial phase pupil filter

Liu Xianzhu^{1,2}, Wang Chao¹, Jiang Lun¹, Liu Zhuang¹, Yang Jinhua², Jiang Huilin¹

- (1. Key Laboratory of Education Ministry Optoelectronics Measurement & Control and Optical Information Transfer Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. College of Opto-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: In order to realize the transverse super-resolution imaging with a telescope optical system, a two-dimensional polynomial function phase pupil filter with a high strehl ratio was designed, and its improvement for the light distribution around the focal point of the optical imaging system was demonstrated. The result of the theory analysis shows that, when the filter is added into the system, the system transverse optical resolution is increased 1.33 times, and the Strehl ratio is 0.75 time as much as that of the system without this pupil filter. The performance of two-dimensional polynomial filter was compared with the other typical phase pupil filters, including the three-zone, the four-zone and the one-dimensional polynomial phase filter. The comparison results show that the Strehl ratio of the two-dimensional polynomial filter is the highest in these filters, and the transverse super-resolution ratio of this filter is next only to that of the four-zone filter. But the Strehl ratio of the four-zone filter is too low

收稿日期: 2017-11-05; 修订日期: 2017-12-09

基金项目: 国家自然科学基金(91338116, 91438204); 吉林省教育厅基金([2016]369)

作者简介: 刘显著(1989-), 男, 博士生, 主要从事光学设计、空间激光高速传输技术方面的研究。Email: liuxianzhu@cust.edu.cn

导师简介: 杨进华(1945-), 男, 教授, 博士, 主要从事图像处理技术方面的研究。Email: yangjh@cust.edu.cn

to be applied into the telescope. The influence of the incident field angle on the imaging results of the telescope optical system was also be studied, and it was found that the super-resolution effect of the system is better when the field-of-view is no more than $\pm 4^\circ$.

Key words: super-resolution imaging; pupil filter; high Strehl ratio; telescope system; two-dimensional polynomial

0 引言

光学望远镜自 400 多年前发明以来在星体探测、监测、遥感遥测、动态目标测量、激光通信等光学领域充当着重要的工具^[1-5]。由于光的衍射现象,望远镜的角分辨率受限于主镜尺寸 D 和光波波长 λ ,同时满足瑞利判据 $1.22\lambda/D$ 。增强望远镜分辨能力的主要手段在于增加主镜尺寸,但随着望远镜口径的增大,其加工、镀膜、装配的难度也大幅度提高。在望远系统中运用光瞳滤波超分辨技术有望解决这一难题,在口径不变的情况下获得更高的角分辨率^[6-7]。光瞳滤波器可分为位相型与振幅型两种,其中位相型滤波器与振幅型相比,在相同的超分辨条件下,滤波后的衍射花样有更高的中心主斑强度,更适合于天文望远、侦查遥感等应用场景^[8]。

一个超分辨成像系统的斯特列尔比定义为超分辨衍射斑与艾里斑中心主瓣最大强度之比,用于评价滤波器的能量利用率^[9]。光瞳滤波术实际上为引入一定波前像差,以达到特殊的超分辨率效果的技术,因此运用了该技术的系统的斯特列尔比必然低于无光瞳滤波的理想系统(斯特列尔比为 1.0)。而对于整合了超分辨技术的望远系统来说,其通常收集远距离传播而来的星体发出的微弱光,因此斯特列尔比是一个重要的指标,其不能过低,否则 CCD 会因信噪比太差而无法成像。由于超分辨倍率与斯特列尔比互相制约,以往研究中较少获得主瓣压缩倍率较高、同时光能利用率降低不多的结构,如赵丽娜^[10]等基于变形反射镜实现了 1.09 倍超分辨倍率, S 值为 0.704 8; Juana^[11]等基于正弦型位相板实现了 1.2 超分辨倍率, S 值为 0.45; 汤东亮^[12]利用超振荡位相板实现 1.8 倍超分辨倍率时, S 已下降至 0.007 1^[13-15]。如何寻找到综合指标更为优秀的滤波器表面位相结构,在获得较高超分辨倍率的同时维

持高斯特列尔比,仍是一个亟待解决的问题。

多项式型光瞳滤波器具有较多的调节参数,相位变化形式丰富,有助于提供更多提高成像效果的可能性^[16]。文中设计了一种基于二维多项式的位相型光瞳滤波器,分析了加入滤波器后望远光学系统焦点附近横向的光强空间分布,说明了其超分辨能力及较强的能量利用能力,并与常见的环带型和其他连续函数型位相滤波器的效果进行了对比分析。

1 光瞳滤波的基本原理

根据现代光学理论,光学系统的成像特性可由输入物为一点光源时,系统在焦平面位置输出像的光场分布评价,该光场分布即为点扩散函数。Born 等人指出,在单色照明的情况下,一般光学成像系统焦点附近的归一化复振幅分布可表示为^[17]:

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp\left(-\frac{1}{2} i u \rho^2\right) J_0(v \rho) \rho d\rho \quad (1)$$

式中: ρ 为光瞳归一化径向坐标; $P(\rho)$ 为光学系统的光瞳函数,可由光瞳滤波技术改变; $J_0(v\rho)$ 为零阶贝塞尔函数。 v 和 u 分别对应焦点附近的横向坐标 r 和轴向坐标 z ,如图 1 所示,并有如下关系:

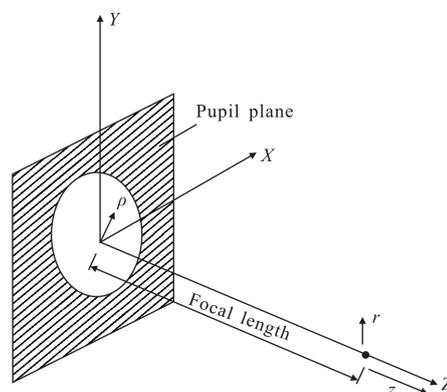


图 1 光学成像系统坐标示意图

Fig.1 Illustration of the optical imaging system coordinate

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} NA r \quad (2)$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} NA z^2 \quad (3)$$

式中: λ 为成像光波长; NA 为系统的数值孔径。

则焦点附近的光强分布可由下式表示:

$$I(v, u) = |U(v, u)|^2 \quad (4)$$

在望远系统光瞳处加入滤波器以实现变迹术时, 对系统成像能力的评价标准可概括如下:

(1) 光斑压缩比 G , 表示滤波器使用前与使用后衍射花样主瓣宽度之比。主瓣宽度理解为主瓣两侧的光强最低点之间的距离。 G 表征对系统分辨率的改善。大于 1 时, 说明系统分辨率得到了提高。

(2) 斯特列尔比 S 。 S 越接近 1, 能量损耗越小。

2 二维多项式位相型光瞳滤波器

一般情况下, 增加位相型滤波器后光学系统的光瞳函数可表示为:

$$P(\rho) = T(\rho) \exp[i\varphi(\rho)] \quad (5)$$

式中: $T(\rho)$ 为透过率函数, 对于纯位相型滤波器, $T=1$ 。超分辨率效果由 $\varphi(\rho)$ 决定。

与传统的以径向坐标为自变量的一维多项式函数相比, 采用包含径向坐标及角坐标变量的二维多项式作为位相函数, 其优势在于: 与以往只能在径向控制位相并旋转构成光瞳函数的一维多项式相比, 二维形式可以在角向调节整个二维光瞳面上的波前位相, 从而使光瞳函数形式更加丰富, 同时也增加了超分辨系数的精细调节能力, 有助于挖掘更优的位相板结构参数。

这里选择余弦函数与普通高次多项式混合的形式, 构造的二维多项式位相函数可以表示为:

$$\varphi(\rho, \theta) = \sum_{i=1}^N [c_{1i} + c_{2i} \cos^i(\theta)] \rho^i \quad (6)$$

式中: c_{1i} 和 c_{2i} 分别表示第 i 项幂级数的系数和余弦函数与幂级数乘积项的系数。

多项式的次数决定了位相函数的复杂程度。理论上来说, 多项式项数越多越有可能寻找到好的结果, 但阶次的增加也会同时显著地增加计算量及位相板加工难度。文中选择四次, 则位相函数的可调参数共有八个。

对二维多项式位相函数的各个系数设置取值范

围, 并对焦平面的光强分布进行数值计算。利用全局优化算法寻找最优结构参数。优化中必须满足的边界条件为:

$$\begin{cases} G > 1.2 \\ S \geq 0.75 \end{cases} \quad (7)$$

根据以上方法, 最终得到的光瞳滤波器位相函数系数如表 1 所示。

表 1 光瞳滤波器位相函数系数

Tab.1 Coefficients of the pupil filter phase function

Coefficients of phase function	Value
c_{11}	2.001 8
c_{12}	153.063 9
c_{21}	-96.771 4
c_{22}	-193.398 7
c_{31}	0.781 0
c_{32}	-1.417 7
c_{41}	-1.939 6
c_{42}	0.299 8

3 结果分析与评价

图 2 为超分辨望远光学系统的示意图。系统前半部分是一个中继光学系统, 主要作用是产生一次像面, 从而在该中间像面处可选择插入视场光阑, 以消除超分辨聚焦光场旁瓣对成像的干扰。光瞳滤波器被放置在这一中继系统的出瞳处。成像透镜组挨着光瞳滤波器放置, 其 NA 为 0.01, 成像波长为 602 nm。系统入瞳大小为 6 mm, 延迟镜组各透镜和成像透镜的焦距均设置为 300 mm。

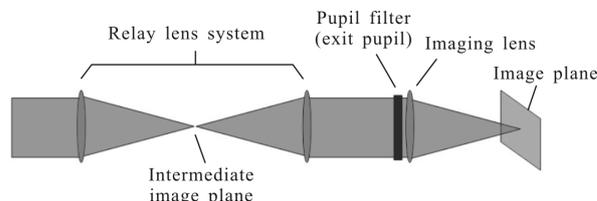


图 2 超分辨望远成像系统示意图

Fig.2 Schematic of superresolution telescope imaging system

图 3 为在图 2 中加入表 1 结构参数的光瞳滤波器后, 经数值模拟得到的焦平面上的光强分布。可见, 加入位相滤波器后, 光强分布中心亮斑尺寸变

小,说明系统分辨率得到了提升。

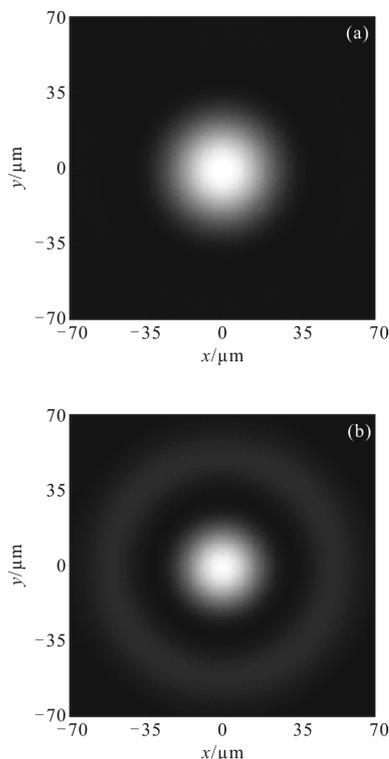


图 3 光瞳滤波器使用前后焦点光强分布

Fig.3 Radial distribution of intensity (a) without and (b) with phase pupil filter

通过将二维多项式位相滤波器与几种其他形式的滤波器进行对比,以说明该种滤波器所具有的优势。给出几种常见的滤波器位相函数,包括三区型^[9]、四区型^[9]与一维多项式型^[10],每种位相函数的结构参数均选用以往文献中的较优解。这几种位相函数可分别表示如下。

三区型:

$$\varphi_{\text{three-zone}}(\rho) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \rho \leq r_1 \\ \alpha\pi & r_1 < \rho \leq r_2 \\ 0 & r_2 < \rho \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\alpha=0.55$, r_1, r_2 为位相跃变的分界点, $r_1=0.31, r_2=0.49$ 。

四区型:

$$\varphi_{\text{four-zone}}(\rho) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \rho \leq r_1 \\ \pi & r_1 < \rho \leq r_2 \\ 0 & r_2 < \rho \leq r_3 \\ \pi & r_3 < \rho \leq r_4 \end{cases} \quad (9)$$

其中, r_1, r_2, r_3 为位相跃变的分界点, $r_1=0.20, r_2=$

$0.40, r_3=0.68$ 。

一维多项式型:

$$\varphi(\rho) = a\rho^3 + b\rho^2 + c\rho \quad (10)$$

其中, a, b, c 分别为不同阶次多项式的系数, $a=65, b=-107, c=42$ 。

图 4 给出了光学系统如图 2 所示时,这几种不同结构的位相型光瞳滤波器的横向超分辨仿真效果对比。由图可见,四区型位相滤波器的光斑压缩比最优,而二维多项式型滤波器和三区型在斯特列尔比方面占优。

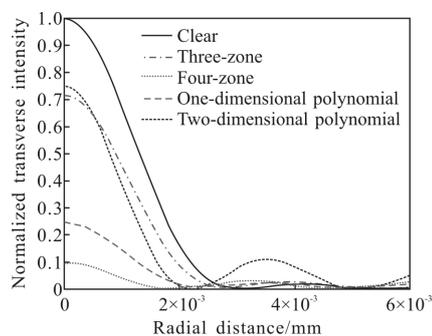


图 4 不同滤波器焦点附近的横向光强分布

Fig.4 Transverse light intensity distributions around the focal point for different filters

表 2 给出了几种光瞳滤波器的超分辨评价参量的对比。其中,如第一节中所述, G 表征超分辨倍率,表示滤波器使用前与使用后衍射花样主瓣宽度(以主瓣光强最低点为准)之比, G 值越大超分辨效果越明显; S 表示斯特列尔比,高 S 值代表着高能量利用率。从表 2 可以看出,二维多项式函数滤波器拥有最高的斯特列尔比,且其超分辨倍率仅次于四区型滤波器。四区型滤波器光斑压缩比虽然高,但其对应的 S 值过低,不适用于望远系统。三区型和一维多项式型滤波器在横向超分辨倍率和斯特列尔比上均低于二维多项式型滤波器。二维多项式型滤波器的缺点是有着相对较高的旁瓣因子。针对该特点,可在系统中采用视场光阑扫描的方式^[12],在图 2 的一次像面处加入一个视场光阑,每次成像只允许主瓣区域对应的光线通过而挡掉旁瓣,从而消除进行超分辨光瞳滤波后主瓣与旁瓣混叠的现象。平移视场光阑进行不同视场点的扫描成像,最后将扫描得到的多幅局部视场图像进行拼接。

表 2 不同类型光瞳滤波器的超分辨评价参数对比

Tab.2 Comparison of superresolution criterion parameters for different phase pupil filters

	Clear pupil	Three-zone phase function	Four-zone phase function	One-dimensional polynomial function	Two-dimensional polynomial function
G	1	1.095 7	1.637 7	1.287 5	1.331 2
S	1	0.714 9	0.099 4	0.266 0	0.749 7

以下将探索视场变化对超分辨成像效果的影响。当光线斜入射至光瞳滤波器上,此时成像系统焦点附近的横向归一化复振幅分布可修正为^[18]:

$$U(v, \varphi) = 2 \int_0^1 \exp(ik\rho \cos\varphi \sin\theta) P(\rho) J_0(v\rho) \rho d\rho \quad (11)$$

式中: θ 为入射光的视场角; v 对应焦点附近的横向坐标 r ; φ 为焦点附近的角向坐标。

图 5 为光线以 θ 角斜入射至系统出瞳, 即滤波器所在位置和后续成像的示意图。图 2 中的中继光学系统无放大作用, 因此光学系统的视场角 θ 即等于入射至光瞳滤波器的光线角度 θ 。由于该系统为旋转对称光学系统, 仅讨论 Y 方向线视场对超分辨性能的影响。图 6 给出了不同 Y 方向扫描视场下, 超分辨系统的像面光斑变化情况。表 3 给出了不同视场下 Y 方向的超分辨倍率。可见对于该系统, 半视场角在 4° 时, 超衍射焦斑分辨倍率稍有下降, 但仍保持在 1.3 左右; 视场角为 8° 时, 光斑出现明显畸变现象, Y 方向的超分辨效果已基本被抵消; 视场角为 10° 时, 倾斜像差占了主导地位, 使得 G 值小于 1, 光斑在垂直方向的长度已高于衍射极限光斑。可见该超分辨成像光学系统的视场角不超过 $\pm 4^\circ$ 。

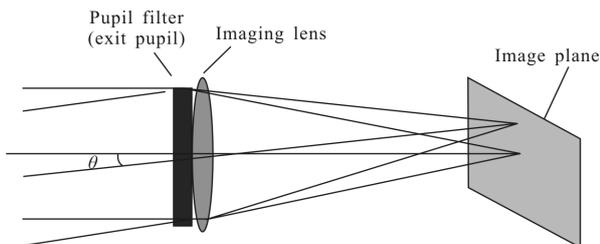


图 5 斜入射示意图

Fig.5 Schematic of oblique incidence

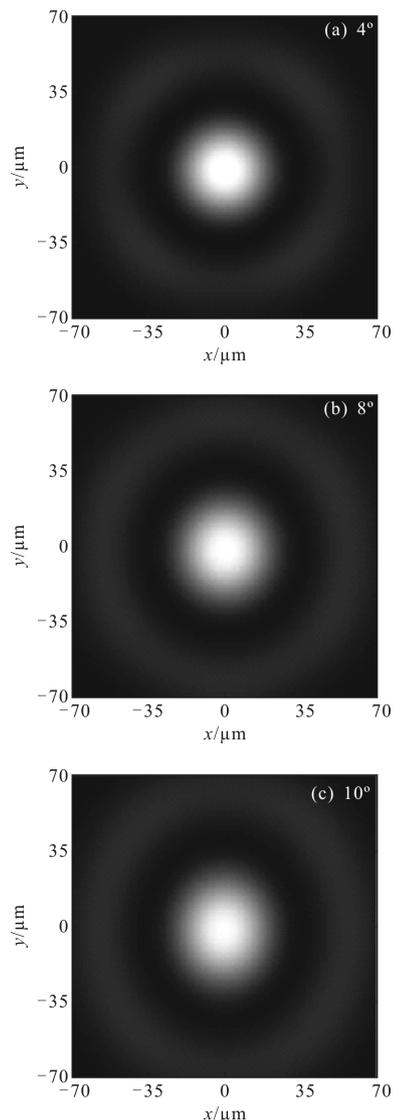


图 6 不同视场下, 超分辨系统的像面光斑变化情况

Fig.6 Change of radial distribution of intensity with different field-of-view super-resolution system

表 3 不同 Y 视场角光瞳滤波器的超分辨评价参数

Tab.3 Super-resolution evaluation parameters of the different Y field angle on pupil filter

Half field-of-view/ $^\circ$	4	8	10
G	1.298 9	1.008 3	0.905 4
S	0.751 0	0.760 2	0.781 6

4 结论

为提高望远光学系统的分辨本领, 同时尽量抑制光瞳滤波引起的能量损失, 设计了一种具有高斯

特列尔比的二维多项式位相型横向超分辨光瞳滤波器,并对加入不同类别滤波器后焦平面处的横向光强分布进行了分析。结果表明,与三区型和一维多项式型光瞳滤波相比,二维多项式型滤波在光斑压缩比和斯特列尔比方面都有了一定的提升;与四区型滤波相比,二维多项式型滤波的主瓣压缩因子略低,但斯特列尔比反超很多。视场角不超过 $\pm 4^\circ$ 时,该望远光学系统具有较佳的超分辨效果。因此二维多项式型位相滤波器同时具有较高的超分辨倍率和高光能利用率,在天文观测、遥感等超远距成像探测领域具有一定应用价值。

参考文献:

- [1] Zhou Jide, Chang Jun, Niu Yajun, et al. Novel multiple field of view detection method for the off-axis reflection zoom optical system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65 (8): 084208. (in Chinese)
- [2] Shi Haodong, Zhang Xin, Wang Lingjie. Aberration properties of off-axis fressform surface optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(7): 0708001. (in Chinese)
- [3] Vidal F Canales, Daniel M de Juana, Manuel P Cagigal. Superresolution in compensated telescopes [J]. *Optics Letters*, 2004, 29(9): 1-3.
- [4] Liu Bo, Ding Yalin, Jia Jiqiang, et al. Computer aided alignment of R-C optical system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 45(3): 0318001. (in Chinese)
- [5] Guan Shu, Wang Chao, Tong Shoufeng, et al. Optical antenna design of off-axis two-mirror reflective telescope with freeform surface for space laser communication [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46 (12): 1222003. (in Chinese)
- [6] Wereley Steve, Zhang Yuxing, Khor Jianwei, et al. Single-acquisition wide-field superresolution for telescopes [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(35): 10025-10029.
- [7] Wang Wei, Zhou Changhe, Yu Junjie. Transverse superresolution and extended axial focal depth realized by three zone annular phase pupil filter[J]. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(2): 024201. (in Chinese)
- [8] Eyal Ben-Eliezer, Naim Konforti, Benjamin Milgrom, et al. An optimal binary amplitude-phase mask for hybrid imaging systems that exhibit high resolution and extended depth of field [J]. *Optics Express*, 2008, 16(25): 20540-20561.
- [9] Liu Haitao, Yan Yingbai, Jin Guofan. Design theories and performance limits of diffractive superresolution elements with the highest sidelobe suppressed [J]. *Opt Soc Am A*, 2005, 22(5): 828-838.
- [10] Zhao Lina, Dai Yun, Zhao Junlei, et al. Super-resolution imaging using deformable mirror pupil filter [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(4): 041801. (in Chinese)
- [11] Daniel M de Juana, José E Oti, Vidal F Canales, et al. Design of superresolving continuous phase filters [J]. *Optics Letters*, 2003, 28(8): 607-609.
- [12] Tang Dongliang. Investigation of far-field super-resolution imaging method based on super-oscillatory phenomenon [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2016: 37-56. (in Chinese)
- [13] Cha Weiyi. Super-resolution optical imaging system principle and technology [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015. (in Chinese)
- [14] Liu Jiang, Miao Erlong, Wang Xueliang, et al. Depth of field extending and super-resolving with phase pupil filter of zernike polynomials [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(12): 1211002. (in Chinese)
- [15] Yu Xiaojun, Liu Xinyu, Gu Jun, et al. Depth extension and sidelobe suppression in optical coherence tomography using pupil filters[J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 26956-26966.
- [16] Zhou Guozun, Tian Weijian, Chen Huifang. Three-dimensional superresolving phase optical pupil filter with Polynomial Function [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(12): 1211002. (in Chinese)
- [17] Born M, Wolf E. Principles of Optics [M]. Oxford: Cambridge University Press, 1999: 484-494.
- [18] Zhao Bin, Li Du. The focus diffraction property of axicon illuminated by inclined plane wave [J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, 19(3): 299-305. (in Chinese)