

## 2 m 望远镜消旋 K 镜转台的模型辨识

夏培培<sup>1,2</sup>, 邓永停<sup>1\*</sup>, 王志乾<sup>1</sup>, 李洪文<sup>1</sup>, 王显军<sup>1</sup>

- (1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 针对某 2 m 望远镜消旋 K 镜转台, 提出了一种基于 Hankel 矩阵奇异值分解的特征系统实现算法对系统的参数和阶次进行辨识。首先, 以正弦扫描信号激励转台并同步采集位置反馈信息, 利用谱分析法对测试数据进行分析, 得到了系统的频率特性曲线; 其次, 对系统的 Hankel 矩阵进行奇异值分解, 得到了 K 镜转台的结构模型; 最后, 采用特征系统实现算法对 Hankel 矩阵进行辨识, 得到了 K 镜转台的参数模型。实验结果显示: K 镜转台相对均衡的最小阶阶次为 6 阶, 在系统的中低频段获得幅度 $\pm 0.31$  dB 和相位 $\pm 0.87^\circ$  的辨识精度, 相对于参数递阶辨识方法, 分别提高了 50.7% 和 23%。结果表明: 该方法能够确定一个与系统外特性“等价”的相对均衡的最小阶状态空间模型, 在辨识系统阶次和参数估计方面具有较好的可行性和实用性。

**关键词:** K 镜转台; 系统辨识; 奇异值分解; 特征系统实现算法; Hankel 矩阵

**中图分类号:** V556 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0318001

## Model identification for K mirror turntable of 2 m telescope

Xia Peipei<sup>1,2</sup>, Deng Yongting<sup>1\*</sup>, Wang Zhiqian<sup>1</sup>, Li Hongwen<sup>1</sup>, Wang Xianjun<sup>1</sup>

- (1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A model identification method based on the singular value decomposition and eigensystem realization algorithm(ERA) using Hankel matrix, was proposed for K mirror turntable of 2 m telescope to identify the model's order and parameters. Firstly, the plant was excited using the sweep signal and the position feedback signal was recorded, the test data were analyzed through the power spectrum density function to get the frequency response function of the system. Secondly, the singular value decomposition (SVD) was adopted to identify the Hankel matrix of the system to acquire the order model of the K mirror turntable. Finally, the ERA was adopted to identify the Hankel matrix to acquire the model parameters of the system. The experiment results show that the minimum order of the K mirror turntable is 6, the magnitude phase measurement accuracies of transfer function are  $\pm 0.31$  dB and  $\pm 0.87^\circ$  in middle

收稿日期: 2017-10-05; 修订日期: 2017-11-05

基金项目: 国家自然科学基金(11603024)

作者简介: 夏培培(1986-), 女, 博士生, 主要从事望远镜精密跟踪伺服控制技术方面的研究。Email: peiwaer07@163.com

导师简介: 李洪文(1970-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要从事地基高分辨率成像光电望远镜电控系统总体设计及电机控制方面的研究。Email: lihongwen1970@yahoo.com

通讯作者: 邓永停(1987-), 男, 副研究员, 博士, 主要从事望远镜精密跟踪控制技术及电子学设计方面的研究。

Email: dyt0612@163.com

frequency range respectively, compared with the hierarchical identification method, the identification accuracies are improved 50.7% and 23% separately. Results indicate that the proposed method can determinate a balanced and minimal order state-space representation equal to the system's dynamic performance, which is practical and effective in model order determination and parameter estimation.

**Key words:** K mirror turntable; system identification; SVD; ERA; Hankel matrix

## 0 引言

地基大口径望远镜应用于天文观测、监视定轨及成像识别等领域<sup>[1]</sup>。K镜作为望远镜系统中的—个子系统,主要用于补偿由望远镜俯仰、方位轴协调联动带来的视场转动(即像旋)<sup>[2]</sup>,为提高其跟踪精度,通常采用基于经典控制理论的对数频率综合法<sup>[3-4]</sup>和基于现代控制理论的状态空间法<sup>[5-7]</sup>,但作为频域和空间设计方法的基础,需建立能真实反映其动态特性的传递函数模型。传递函数模型的建立包括对系统阶次的辨识和未知参数的辨识。对系统阶次的辨识是一个很重要的问题,阶次太低会造成对系统重要动态特性的不完整描述,导致系统闭环不稳定;相反,阶次太高会引入不必要的动态特性<sup>[8]</sup>,导致伺服控制系统的分析和设计非常复杂<sup>[9]</sup>,但是对该问题的研究成果相对较少。而对系统参数的辨识可以建立系统精确的控制模型,为伺服控制系统的分析、设计和控制算法的仿真奠定理论基础,从而提高伺服控制系统的设计效率<sup>[10]</sup>。因此,开展K镜转台跟踪系统传递函数的辨识研究具有很高的工程应用价值。

目前,针对光电跟踪系统的传递函数辨识方法已有很多研究,以获取系统的频率响应特性数据和辨识系统的传递函数为基础。参考文献[11]中采用白噪声测试法对某光电跟踪转台进行了频率特性测试,但是白噪声测试法辨识的结果中噪声相对较大。参考文献[12]中采用正弦扫描法,对某光电跟踪伺服系统进行了频率特性测试,但需要反复测量多个频率点,增加了实验周期。参考文献[12-13]中采用参数递阶方法分别对某光电跟踪系统和某转台伺服系统的参数进行了辨识,虽然在不同频段辨识出的系统传递函数比较精确,但是在辨识过程中需要不断地从原始数据中修正掉已辨识频段的影响,过程比较繁琐。参考文献[14]中以某光电跟踪架频率响应测试所得的Bode图为依据,首先采用递阶辨识思

想推断出系统的阶次,在此基础上,基于Levy法和其改进算法辨识系统的参数,但它对系统阶次的确定并没有严格的证明,所得到的传递函数模型不一定最优。参考文献[15]提出了基于状态空间模型分解的辨识方法,可以同时辨识出系统的模型参数和阶次,但是该方法仅适用于分数阶线性系统;参考文献[16]采用改进差分进化算法对某复合轴主子系统的参数模型进行了辨识,但是智能算法设计复杂,运行时间长,不便于工程实现。参考文献[17]对某光电经纬仪进行了位置差分测速传递函数的推导。参考文献[11, 18]中采用特征系统实现算法(Eigensystem Realization Algorithm, ERA)对某光电跟踪转台的参数模型进行了辨识,但是对系统结构的辨识并未做深入讨论。目前这些传递函数辨识的研究只是针对参数单独进行辨识或者对系统阶次的推断,建立的系统模型不够完善,不能充分地反映系统的动态特性,因此,研究过程中需同时考虑系统结构和参数的辨识,以便准确描述系统的运动规律。

文中针对K镜转台跟踪系统,采用参考文献[19]中的频率响应测试方案对其进行频率特性测试,提出一种基于Hankel矩阵奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)的特征系统实现算法,对系统的阶次和参数进行了精确的辨识。文中重点讨论了系统阶次辨识的SVD方法以获得系统相对均衡的最小阶阶次;在此基础上,研究了参数估计的ERA方法以获得能够反映系统内部行为特征的精确的参数模型。最后,通过在K镜转台上模型辨识的实验,以及与参数递阶辨识方法辨识精度的对比实验,验证了提出方法的有效性和优越性。

## 1 频率特性测试方法

在工程上,K镜转台通常采用直流力矩电机直接驱动,对电机施加一定的电压,则电机会以一定的速度驱动转台开环运行。K镜转台的开环频率特性

测试系统配置如图 1 所示, 在速度控制器输出处对系统施加正弦扫描激励信号, 驱动 K 镜转台做正弦摆动, 计算机同步记录编码器输出的位置信号, 系统对激励响应的速度信号由位置编码器值差分得到。根据采集到的测试数据确定系统的频率响应函数 (Frequency Response Function, FRF), 进而绘制系统的开环 Bode 图。

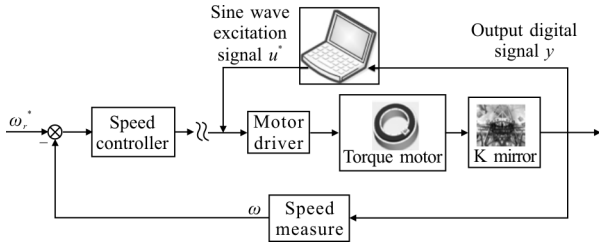


图 1 开环频率特性测试系统配置

Fig.1 System setup for open loop frequency characteristic test

正弦扫描激励信号的连续时间序列为:

$$u(t) = A \sin[2\pi\omega(t)] \quad (1)$$

式中:  $\omega(t) = f_0(1 + ct^n)$ ,  $c = \frac{f_T/f_0 - 1}{(n+1)T^n}$ 。  $f_0, f_T$  分别为激励信号的起始和截止频率;  $T$  为扫描时间;  $n$  为多项式的阶次。

对系统的输入和输出的测试数据进行离散傅里叶变换, 得到激励和响应信号的功率谱密度函数  $P_{uu}(\omega)$ 、 $P_{yy}(\omega)$  和  $P_{uy}(\omega)$ , 进而求取系统的频率响应函数, 定义如下:

$$\hat{G}(\omega) = \frac{P_{uy}(\omega)}{P_{uu}(\omega)} \quad (2)$$

## 2 结构辨识方法

### 2.1 Hankel 矩阵

因为系统开环频率特性测试记录的数据都是离散时间的输入、输出序列, 因此考虑如下状态空间模型:

$$\begin{cases} x_{i+1} = Ax_i + Bu_i \\ y_i = Cx_i + Du_i \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $x_i \in R^n$  为状态变量;  $u_i \in R, y_i \in R$  分别为系统的输入和输出变量;  $A \in R^{n \times n}, B \in R^n, C \in R^{1 \times n}, D \in R$  是系统参数(矩阵)。

系统的可控和可观矩阵分别定义为:

$$C_p = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n_0-1}B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (4)$$

$$O_p = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n_0-1} \ \dots \ CA^{p-1}]^T \quad (5)$$

式中:  $n_0$  表示系统的真正阶次, 未知。

系统的可控和可观格拉姆矩阵定义为:

$$\begin{cases} W_o(p) = O_p^T O_p \\ W_c(p) = C_p C_p^T \end{cases} \quad (6)$$

假定系统的初始条件为  $x_0 = 0$ , 脉冲输入序列为

$u_0 = 1, u_i = 0 (i = 1, 2, 3, 4, \dots)$ , 则系统的脉冲响应序列为:

$$\begin{cases} x_0 = 0, & y_0 = Du_0 = D \\ x_1 = Ax_0 + Bu_0 = B, & y_1 = Cx_1 + Du_1 = CB \\ x_2 = Ax_1 + Bu_1 = AB, & y_2 = Cx_2 + Du_2 = CAB \\ x_3 = Ax_2 + Bu_2 = A^2B, & y_3 = Cx_3 + Du_3 = CA^2B \\ \vdots & \vdots \\ x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} = A^{k-1}B, & y_k = Cx_k + Du_k = CA^{k-1}B \end{cases} \quad (7)$$

由公式(7)可知, 脉冲响应的表达式为:

$$y_k = \begin{cases} D, & k=0 \\ CA^{k-1}B, & k>0 \end{cases} \quad (8)$$

公式(8)被称为系统的马尔可夫参数, 定义如下:

$$h_k = CA^{k-1}B, k = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

将公式(4)左乘矩阵  $CA^{k-1}$  得如下矩阵:

$$H_k = [h_k \ h_{k+1} \ h_{k+2} \ \dots \ h_{k+p-1}] \in R^{1 \times p} \quad (10)$$

用  $k+i$  代替  $k, i = 0, 1, \dots, p-1$ , 可得  $p$  个等式, 则

Hankel 矩阵定义如下:

$$H_{k,p} = \begin{bmatrix} H_k \\ H_{k+1} \\ \vdots \\ H_{k+p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_k & h_{k+1} & \dots & h_{k+p-1} \\ h_{k+1} & h_{k+2} & \dots & h_{k+p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{k+p-1} & h_{k+p} & \dots & h_{k+2p-2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

由公式(11)可知, Hankel 矩阵中包含了系统的模型参数(A, B, C, D), 因此, Hankel 矩阵可用于系统的模型辨识。

### 2.2 结构辨识算法

对于控制来说, 状态向量  $x_k$  的维数用来表征系统阶次; 对于辨识来说, 系统阶次被定义为即可控又可观的子系统的维数<sup>[20]</sup>。因此, 系统阶次表示为:

$$n_0 = \min\{\text{rank}[C_p], \text{rank}[O_p]\} \quad (12)$$

假定  $\text{rank}[C_p = n_1]$ , 即存在一组不全为零的系数  $\alpha_{ij}$  满足下列关系式:

$$A^{i+n_1}B = \alpha_{i1}A^iB + \alpha_{i2}A^{i+1}B + \dots + \alpha_{in_1}A^{i+n_1-1}B \quad (13)$$

$$i = 0, 1, \dots, (p-n_1-1)$$

将公式(13)两边左乘矩阵  $CA^{k-1}$  得:

$$h_{k+i+n_1} = \alpha_{i1}h_{k+i} + \alpha_{i2}h_{k+i+1} + \dots + \alpha_{in_1}h_{k+i+n_1-1} \quad (14)$$

由公式(14)知,  $\text{rank}[H_{k,p}] = n_1$ , 因此, 根据 Hankel 矩阵的秩能够确定系统可控子系统的维数。同理, 假定  $\text{rank}[O_p] = n_2$ , 可以证明:  $\text{rank}[H_{k,p}] = n_2$ , 因此, 根据 Hankel 矩阵的秩能够确定可观测子系统的维数。由公式(12)可知:

$$\text{rank}[H_{k,p}] = n_0, p \geq n_0, k \geq 1 \quad (15)$$

由公式(15)可知, Hankel 矩阵的秩与系统的真正阶次相等。

对 Hankel 矩阵第一项  $H_{1,p}$  进行奇异值分解如下:

$$H_{1,p} = V\Gamma^2 U^T \quad (16)$$

其中,  $UU^T = I, V^T V = I$ , 矩阵  $\Gamma^2$  如下:

$$\Gamma^2 = \begin{bmatrix} \gamma_1^2 & & & & \\ & \gamma_2^2 & & & \\ & & \dots & & \\ & & & \gamma_m^2 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \in R^{p \times p} \quad (17)$$

式中:  $\gamma_i (i=1, 2, \dots, m)$  是矩阵  $H_{1,p}$  的奇异值,  $\lambda_i = \gamma_i^2 (i=1, 2, \dots, n)$  是对称方阵  $H_{1,p}^T H_{1,p}$  的特征值  $\text{rank}[H_{1,p}] \leq m, \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m > 0, \lambda_{m+1} = \dots = \lambda_p = 0$ 。

由于  $U, V$  是正交矩阵, 则:

$$\begin{aligned} \text{rank}[H_{1,p}] &\leq \min\{\text{rank}[U], \text{rank}[\Gamma^2], \\ &\text{rank}[V]\} = \text{rank}[\Gamma^2] = m \end{aligned} \quad (18)$$

由公式(18)知, 矩阵  $H_{1,p}$  的非零奇异值  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$  的个数等于 Hankel 矩阵的秩, 即为系统模型的阶次。

$H_{1,p}$  矩阵与可控、可观矩阵的关系表达式为:

$$H_{1,p} = O_p C_p \quad (19)$$

比较公式(16)和(19)得:

$$\begin{cases} O_p = V\Gamma \\ C_p = \Gamma U^T \end{cases} \quad (20)$$

将公式(20)代入公式(6)可得:

$$\begin{cases} W_o(p) = O_p^T O_p = \Gamma^2 \\ W_c(p) = C_p C_p^T = \Gamma^2 \end{cases} \quad (21)$$

由公式(21)可知, 在时间  $T=[0, p\Delta t]$ s 内, 系统的可控格拉姆矩阵  $W_c(p)$  和可观格拉姆矩阵  $W_o(p)$  是对角阵且相等。它代表的实际物理意义是: 系统辨识的每一个状态的可控和可观性是相等的, 即采用奇异

值分解 Hankel 矩阵得到的模型具有均衡代表性, 因此可以确定系统的最小阶结构模型。

综上, 在理想情况下, 奇异值分解方法非常简单, 根据非零奇异值的个数来确定系统相对均衡的最小阶阶次, 但是在实际工程中, 测量误差不可避免是存在的, 而矩阵  $H_{1,p}$  的奇异值  $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m)$  是 Hankel 矩阵的范数, 代表每一个状态的重要性, 奇异值越大, 状态越重要, 可控和可观性相对比较弱的状态对应的  $\lambda_{m+1} = \dots = \lambda_p = 0$ , 对系统的动态特性影响很小, 通常低于测量噪声的影响, 可以忽略不计, 因此通过计算比较前后两个奇异值的比值  $\gamma_i/\gamma_{i+1}, \gamma_i/\gamma_{i+1}$  取最大值时所对应的  $n$  即为系统的真正阶次。

### 3 参数估计方法

根据公式(11), Hankel 矩阵  $H_{1,p}$  和 shifted Hankel 矩阵  $H_{k,p}$  表达式如下:

$$H_{1,p} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \dots & h_p \\ h_2 & h_3 & \dots & h_{p+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_p & h_{p+1} & \dots & h_{2p+1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$H_{k,p} = \begin{bmatrix} h_k & h_{k+1} & \dots & h_{k+p-1} \\ h_{k+1} & h_{k+2} & \dots & h_{k+p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{k+p-1} & h_{k+p} & \dots & h_{k+2p-2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

在公式(19)中, 可控和可观矩阵  $C_p, O_p$  是未知的。但是, 通过测量系统的脉冲响应可以得到 Hankel 矩阵  $H_{1,p}, H_{2,p}$ , 并且矩阵  $H_{1,p}, H_{k,p}$  的表达式不依赖于系统坐标系的变化, 因此, 可以对 Hankel 矩阵的前两项进行线性分解, 得到与公式(19)同样的效果:

$$H_{1,p} = PQ \quad (24)$$

式中:  $P$  和  $Q$  是满秩矩阵  $rp \times n, n \times sp, n \leq sp, n \leq rp, skp = skq = n$ 。故:

$$H_{1,p}^+ = Q^+ P^+ \quad (25)$$

式中:  $P^+$  和  $Q^+$  分别为矩阵  $P$  和  $Q$  的伪逆矩阵。满足:

$$P^+ P = I, Q Q^+ = I \quad (26)$$

根据 shifted Hankel 矩阵的定义可知:

$$h_k = E_r^T H_{k,p} E_s = E_r^T O_p A^{k-1} C_p E_s \quad (27)$$

式中:  $E_r^T = [I, 0, \dots, 0]$ , 将公式(24)~(26)代入公式(27), 进一步转化可得:

$$h_k = E_r^T P (P^+ O_p A C_p Q^+)^{k-1} Q E_s \quad (28)$$

将公式(28)和公式(9)进行对比,得:

$$\begin{cases} A=P^+H_{2,p}Q^+ \\ B=QE_s, E_s=[I_s \ 0 \ \cdots \ 0]^T \\ C=E_r^T P, E_r=[I_r \ 0 \ \cdots \ 0]^T \end{cases} \quad (29)$$

由公式(29)可知,对 Hankel 矩阵进行线性分解,能够获得系统的参数模型(A,B,C)。

针对公式 (24) 的分解方法有很多种,例:Cholesky、LU、QR。但由 2.2 节可知,通过奇异值分解方法分解 Hankel 矩阵,得到的状态空间参数模型(A,B,C,D)具有均衡代表性,因此文中采用 SVD 的分解方法对  $H_{1p}$  进行线性分解。

根据公式(20)可知,矩阵 Q 和 P 的伪逆矩阵为:

$$\begin{cases} P^+=\Gamma^{-1}V^T \\ Q^+=U\Gamma^{-1} \end{cases} \quad (30)$$

将公式(20)、(23)、(30)代入公式(29),可得到系统的参数模型(A,B,C)。

综上,基于脉冲响应的 Hankel 矩阵,采用奇异值分解的特征系统实现算法,能够精确地辨识出系统具有均衡代表性的参数模型。但是,在实际工程中,文中采用正弦扫描法获取频率响应特性数据,而不是脉冲响应法,因此,测量得到的数据非马尔可夫参数本身,利用参考文献[11]中的方法求取马尔可夫参数,其中马尔可夫参数序列的第一个元素就是反馈参数 D,因此,能够得到系统的参数模型(A,B,C,D)。

### 4 实验结果与分析

为了验证文中提出的辨识方法,在某 2 m 望远镜消旋 K 镜转台上进行了实验。实验系统实物图如图 2 所示,由基于直流力矩电机直接驱动的 K 镜转



图 2 实验系统实物图

Fig.2 Physical map of experiment system

台、伺服控制器、驱动器、编码器等组成。为了较好的覆盖 K 镜转台的频率范围,控制系统采样频率设置为 500 Hz。

#### 4.1 开环频率特性测试

采用正弦扫描法进行开环频率特性测试。采用以下实验条件: $A(t)=24\text{ V}; f_0=0.1\text{ Hz}; f_T=250\text{ Hz}; n=3; T=25\text{ s}$ ; 正弦扫描激励信号如图 3 所示,K 镜转台对激励信号的响应如图 4 所示,由频率响应函数所得实际传递函数的 Bode 图如图 5 所示,从图 5 中可以

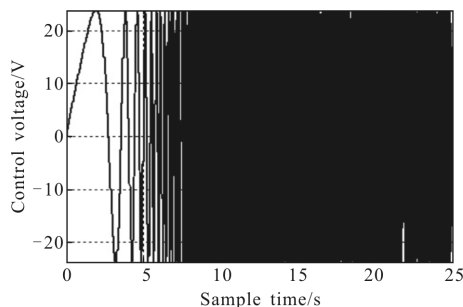


图 3 模型辨识的测试输入信号

Fig.3 Test input signal for model identification

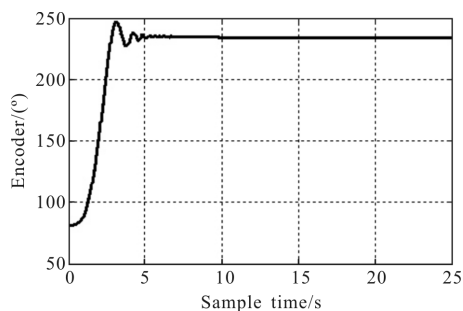


图 4 模型辨识的测试输出信号

Fig.4 Test output signal for model identification

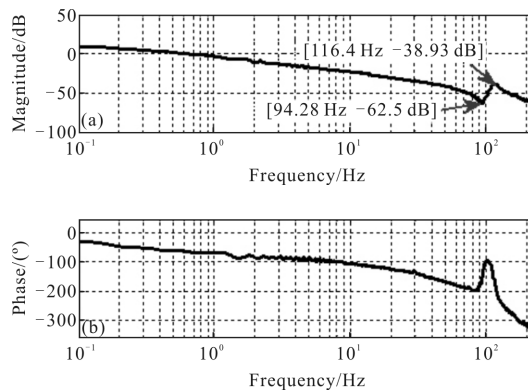


图 5 频率响应函数的 Bode 图

Fig.5 Bode diagram of frequency response function

看出,系统高频段的锁定转子频率 (Locked Rotor Frequency, LRF) 为 94.28 Hz, 谐振频率为 116.4 Hz。LRF 对控制系统速度环、位置环带宽的设计有重要的参考,速度环的带宽最大不超过 LRF 的 60%,位置环带宽为 LRF 的 20%~30%。

### 4.2 K 镜转台的结构辨识

基于 4.1 节中测试数据建立的 Hankel 矩阵,通过奇异值分解方法对 K 镜转台进行结构辨识。采用以下实验条件: $T=25\text{ s}$ , $f_s=500\text{ Hz}$ , 采样长度  $q=12\ 500$ ,马尔可夫参数序列个数  $p=30$ ,由于数据样本数  $q$  大于未知的马尔可夫参数个数  $p$ , 因此能够保证测量输入矩阵满秩,进而能够求取马尔可夫参数,结果如图 6 所示。

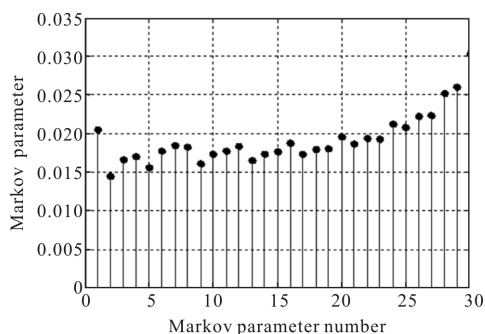


图 6 系统响应正弦扫描信号的马尔可夫参数

Fig.6 Markov parameters of the system that correspond to the sweep-sine response

基于以上求取的马尔可夫参数序列, 建立

Hankel 矩阵  $H_{1,30}, H_{2,30}$  对矩阵  $H_{1,30}$  进行奇异值分解,得到的奇异值如图 7 所示, 由图中可以看出, 矩阵  $H_{1,30}$  的前 10 个奇异值是非零的, 而其余的奇异值为零。奇异值从第 6 个到第 7 个, 大小发生了显著变化, 因此可以确定 2 m 望远镜 K 镜转台的最小阶次为 6 阶, 第 7 个到第 10 个奇异值所代表的状态对系统动态性能的影响很小, 可以忽略不计, 以避免引入不必要的动态特性而给伺服系统的设计增加难度。

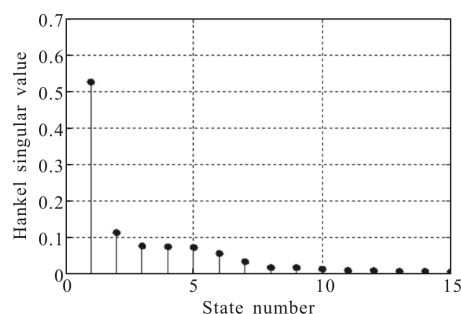


图 7 辨识模型的 Hankel 奇异值

Fig.7 Hankel singular values of the identified model

### 4.3 K 镜转台的参数估计

基于 4.2 节建立的矩阵  $H_{1,30}, H_{2,30}$ , 通过特征系统实现算法对 K 镜转台进行参数估计, 得到系统的状态矩阵  $A$ , 输入矩阵  $B$  和输出矩阵  $C$ , 再结合反馈矩阵  $D$  (即系统马尔可夫参数矩阵的第一个元素), 得到系统的参数模型 (矩阵) 如公式 (31) 所示, 该参数模型将为伺服控制系统的分析、设计和控制算法仿真提供理论基础。

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 1.0194 & -0.0643 & 0.0235 & 0.0153 & -0.0251 & 0.0122 \\ -0.0643 & 1.2876 & -0.2761 & 0.0143 & 0.1378 & 0.1602 \\ 0.0235 & -0.2761 & -0.9231 & 0.2661 & 0.2512 & 0.0203 \\ -0.0153 & -0.0143 & -0.2661 & -0.0040 & -0.8916 & -0.1280 \\ -0.0251 & 0.1378 & 0.2512 & 0.8916 & 0.0731 & -0.2380 \\ -0.0122 & -0.1602 & -0.0203 & -0.1280 & 0.2380 & 0.5225 \end{bmatrix} \\
 B &= [-0.1263 \quad -0.0194 \quad 0.0107 \quad -0.0296 \quad -0.0224 \quad -0.0404]^T \\
 C &= [-0.1263 \quad -0.0194 \quad 0.0107 \quad 0.0296 \quad -0.0224 \quad 0.0404] \\
 D &= [0.0205]
 \end{aligned} \tag{31}$$

### 4.4 实验对比验证

为验证提出方法的有效性, 图 8 给出了频率响应函数、参数递阶辨识方法 (Hierarchical Identification, HI)、SVD+ERA、参考文献 [14] 中所采

用的 Levy 算法四种方法得到的传递函数的 Bode 图, 从图中可以看出: SVD+ERA 算法拟合传递函数的 Bode 图与实际传递函数的 Bode 图能很好地吻合, 验证了提出方法的有效性。

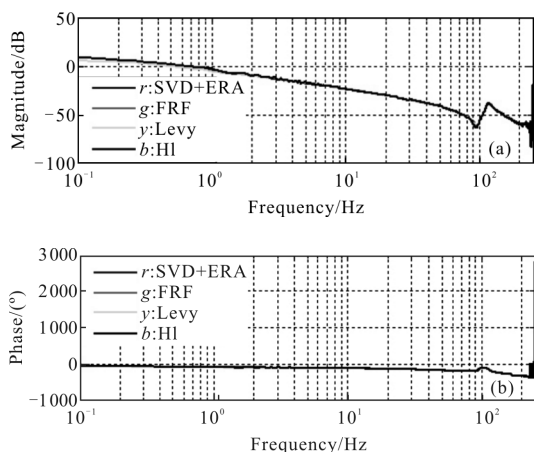


图 8 SVD+ERA, HI, FRF, Levy 四种传递函数的 Bode 图

Fig.8 Bode diagram of four transfer function through SVD+ERA, HI, FRF, Levy

为验证提出辨识方法的优越性,图 9 给出了由 SVD+ERA 算法、HI 和 Levy 方法所得传递函数的频率特性曲线与 FRF 所得实际传递函数的频率特性曲线之间的误差,为了更直观地评价辨识性能,图中显

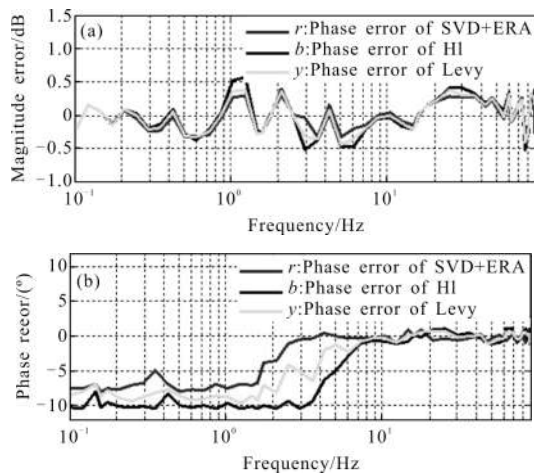


图 9 SVD+ERA, HI, Levy 三种方法的辨识误差

Fig.9 Identification errors of SVD+ERA, HI and Levy methods

示了从[0.1, 60]Hz 范围内的误差曲线,高频部分的幅频和相频特性误差随机谐振逐渐增大而未给出。从图中可以看出,采用 SVD+ERA 的辨识方法,在[0.1, 60]Hz 的频率范围内,幅频特性绝对误差在 $\pm 0.31$  dB 之间波动,在[2, 60]Hz 的频率范围内,相频特性绝对误差在 $\pm 0.87^\circ$ 之间波动,而在[0.1, 2]Hz 之间的最大相位差为 $-7.9^\circ$ ,原因是系统在低频段受摩擦的影响相对较大,响应缓慢导致了相角滞后。对比于参数递阶辨识和 Levy 方法的幅频 $\pm 0.63$  dB、

$\pm 0.45$  dB 和相频 $\pm 1.13^\circ$ 、 $\pm 0.93^\circ$ 的波动,辨识精度得到了提高,原因是由于 SVD 算法精确地辨识出了系统的阶次,在此基础上通过 ERA 方法所得到的数学模型更能反映系统内部的运动规律,验证了提出方法的优越性。

## 5 结论

文中提出一种基于 Hankel 矩阵奇异值分解的特征系统实现算法,对某 2 m 望远镜消旋 K 镜转台的阶次和参数模型进行了辨识。根据激励输入和响应输出序列建立的 Hankel 矩阵,采用 SVD 和 ERA 方法,得到了系统的相对均衡的最小阶阶次和参数模型。相较于传统的辨识方法,该方法能够精确地辨识出系统的阶次和参数模型。相较于参数递阶辨识方法,文中提出的辨识方法简单易实现,能够精确地确定系统的最小阶结构模型为 6 阶,对幅频和相频辨识的精度分别提高了 50.7%和 23%,由此得到的精确的数学模型为伺服控制系统的分析、设计和控制算法的仿真提供理论基础,从而提高伺服系统设计效率。该辨识方法同样适用于具有相似结构的转台系统,具有较高的工程应用价值。

## 参考文献:

- [1] Zhang Jingxu. Overview of structure technologies of large aperture ground-based telescopes [J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(4): 327-336. (in Chinese)
- [2] Wang Zhichen, Zhao Yongzhi, Zhou Chao. Design of K mirror for alt-az telescope [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, 41(7): 762-765. (in Chinese)
- [3] Wang Jianli. Study on TV tracking system of O-E theodolite to track and acquire fast moving targets [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics. Chinese Academy of Sciences, 2002. (in Chinese)
- [4] Hu Haojun. Line-of-sight stabilization of acquisition, tracking and pointing system on moving bed [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002. (in Chinese)
- [5] Song Yan, Gao Huibin, Zhang Shumei. The analysis and design of low velocity estimation based on observer [C]// International Conference on Automation and Logistics Shenyang, China, 2009: 766-771.
- [6] Gawronski W K. Modeling and Control of Antennas and Telescopes [M]. US: Springer Science & Business Media, 2008.

- [7] Gawronski W K. Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures[M]. New York: Springer, 2004.
- [8] Juang J N, Pappa R S. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, 8(5): 620–627.
- [9] Li Jun, Xiu Jihong, Huang Pu, et al. Identification of linear approximation for scanning mirror system of aerial camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(7): 1771–1779. (in Chinese)
- [9] Hei Mo, Fan Shixun, Liao Hongbo, et al. Modeling of precision harmonic drive system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(7): 1843–1848. (in Chinese)
- [10] Wang Hao, Liu Jinghong, Deng Yongting, et al. Control model identification of opto-electronic tracking turntable [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 0601007. (in Chinese)
- [11] Wang Shuai, Chen Tao, Li Hongwen. Frequency characteristic test and model identification for O–E tracking servo system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(1): 79–84. (in Chinese)
- [12] Zhao Xia, Yao Yu, Fang Qiang. The study on the hierarchical identification method in the debugging of turntable servo system [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(2): 229–234. (in Chinese)
- [13] Qin Laian, Hou Zaihong, Wu Yi. Transfer function identification method and its application in photoelectrical tracking system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(10): 2810–2816. (in Chinese)
- [14] Wang Zhenbin, Cao Guangyi, Zhu Xinjian. Identification algorithm for fractional order systems based on state spacedecomposition [J]. *System Engineering and Electronics*, 2004, 26(12): 1848–1851. (in Chinese)
- [15] Wang Wanting. Research on composite control strategy based on high precision identification [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2016. (in Chinese)
- [16] Wang Jianli, Chen Juan, Chen Tao, et al. The derivation of the position differential digital velocity transfer function [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, 9(1): 74–76. (in Chinese)
- [17] Shao Minqiang, Chen Weidong, Che Chongxi. Experiment study on the active vibration control using  $H_\infty$  method based on ERA identification model [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(2): 72–76. (in Chinese)
- [18] Zhang Min, Chen Tao, Li Hongwen, et al. Frequency characteristic test for the plant of rotator servo system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(5): 0531003. (in Chinese)
- [19] Ding Feng. System identification. Part A: Introduction to the identification [J]. *Journal of Nanjing University of Information Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2011, 3(1): 1–22. (in Chinese)