

## 带热流密度限制的推力可控导弹三维制导律

王宏涛<sup>1</sup>, 石德平<sup>2</sup>, 刘恒军<sup>1</sup>

(1. 北京电子工程总体研究所, 北京 100854; 2. 中国长峰机电技术研究设计院, 北京 100854)

**摘要:** 传统三维制导律设计通常将三维空间分成垂直面和水平面分别考虑, 容易导致耦合信息的缺失, 同时没有考虑导弹红外导引头对导弹头部热流密度的限制和终端速度约束。针对以上问题, 基于具有推力可控能力的导弹, 在视线旋转坐标系的视线瞬时旋转平面内进行制导律设计。该制导律包含根据运动伪装理论设计的一种新的满足运动伪装条件的视线法方向加速度指令, 以及通过变系数加权法综合考虑导引头热流密度限制及终端速度约束的视线方向加速度指令。数值仿真结果表明了存在导引头初始对准误差时, 该制导律在满足红外导引头对导弹头部的热流密度限制、终端速度约束以及轴向过载限制下对高速机动目标制导性能良好, 视线角速率可控制在  $3(^{\circ})/s$  以下, 具有一定的工程应用价值。

**关键词:** 三维制导律; 推力可控; 运动伪装; 导引头; 热流密度; 终端速度

**中图分类号:** TJ765.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0304004

## Three-dimensional guidance law for missile of adjustable thrust with heat flux limit

Wang Hongtao<sup>1</sup>, Shi Deping<sup>2</sup>, Liu Hengjun<sup>1</sup>

(1. Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China;

2. Changfeng Electromechanical Technology Design Academy, Beijing 100854, China)

**Abstract:** The traditional three-dimensional guidance law generally divides three-dimensional space into vertical plane and horizontal plane respectively, which may lead to the lack of coupling information. It also doesn't take heat flux of infrared seeker and constraint of terminal velocity into account. To solve this problem, a guidance law based on the missile of adjustable thrust was proposed in the instantaneous rotary line-of-sight plane of rotary line-of-sight frame. The acceleration instruction in the direction of perpendicular to line-of-sight was designed to satisfy the criterion of motion camouflage strategy. Meanwhile, an overload instruction in the direction of line-of-sight was built with variable weighted change rate of heat flux limit and ideal overload which can satisfy the constraint of terminal velocity. Simulation results demonstrate that the designed guidance law has a good performance with the heat flux limit of infrared seeker, constraint of terminal velocity and available axial overload limit when attacking the high maneuvering target and initial misalignments of infrared seeker exists. The rate of line-of-sight is under  $3(^{\circ})/s$ , so it has certain engineering application value.

**Key words:** 3D guidance law; thrust control; motion camouflage; seeker; heat flux; terminal velocity

收稿日期: 2017-10-10; 修订日期: 2017-11-20

作者简介: 王宏涛(1990-), 男, 博士生, 主要从事飞行器总体设计方面的研究。Email: 381094332@qq.com

导师简介: 石德平(1960-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事飞行器总体设计方面的研究。Email: hteysdp@sina.com

## 0 引言

在当前广泛使用的传统制导律中,比例导引及扩展比例导引等制导律<sup>[1-2]</sup>均通过对导弹垂直于速度方向的法向过载指令控制导弹命中目标。但在处理三维制导问题时,以上制导律通常通过纵向平面及水平面双平面解耦的方法将问题转化为在两个二维平面进行独立设计制导律<sup>[3]</sup>。然而根据运动学机理,这种拆分运动自由度的方法容易造成运动信息的损失<sup>[4]</sup>。对于该问题,黎克波等人提出在视线瞬时旋转坐标系内设计制导律<sup>[5]</sup>来解决,如垂直弹目视线方向的真比例导引制导律(TPN)。然而其提出年代较早,无法解决速度方向上的需用过载问题,其应用受到限制。同时TPN在拦截大机动目标时,无法有效抑制导弹视线角速率,导致弹道末端的需用过载较大<sup>[5]</sup>。

当代,随着发动机研究的发展,导弹推力控制技术的实现已经成为可能。目前,变流量涵道式冲压发动机是国外应用于空空导弹冲压发动机的重要研究方向。欧洲最新一代超视距空空导弹“流星”的动力系统便采用了涵道式冲压发动机<sup>[6]</sup>,这种发动机控制进气及燃油比例的余气系数来对发动机推力进行调节,进而对导弹速度进行调节,使导弹增加了一维的速度控制能力<sup>[7]</sup>。如若将推力可控能力应用在末制导律设计上,基于视线旋转坐标系设计的三维制导律便可实现。

导弹导引头通常位于导弹头部,而头部驻点处为导弹飞行时气动加热较为严重的部位<sup>[8]</sup>。在末制导段导引头工作时,导弹头部驻点热流密度过大会导致热窗干扰,严重影响红外导引头的工作状态<sup>[9-10]</sup>。另外,对制导武器而言,由于在终端获得较高的速度可以提高终端可用过载并增强对目标的毁伤程度,在制导律设计中考虑终端速度约束同样重要。目前对含有终端速度约束的末端制导律设计仍处在探索摸索阶段。李佳峰等人建立了以终端速度最大作为目标函数的最优控制数学模型并利用序列二次规划算法获得最优解<sup>[11]</sup>,但非线性规划求解对弹上计算机要求较高;Ebrahimi根据滑模变结构方法设计了一种满足脱靶量与终端速度约束的制导律方法<sup>[12]</sup>,但并未考虑目标的机动性。因

此,设计含有红外导引头对导弹头部驻点处气动热流密度限制及终端速度约束,计算简单并对高速机动目标具有良好制导特性的制导律具有重要的研究意义。

近年来,一种用于描述自然界生物捕食策略的运动伪装理论(Motion Camouflage Theory)被提出并被用于视线旋转平面内的制导律设计,其可以描述为捕食者在捕食过程中时刻处于伪装背景与猎物的连线上,在猎物视角下,捕食者在伪装背景下的相对位置时刻保持不变,导致猎物无法感知捕食者的运动。在制导律设计上,视线旋转坐标系内可以设计满足运动伪装条件的制导律,具有较高的理论价值。Justin将运动伪装理论用于二维平面内的制导律设计,并通过仿真结果验证了其可靠性,证明其可以有效抑制视线角速率<sup>[13]</sup>。而Reddy等人将运动伪装理论拓展至三维空间,推导了在视线瞬时旋转平面下导弹处于运动伪装的条件,并在Frenet标架下建立了三维运动伪装制导律<sup>[14]</sup>,仿真结果证明了导弹的视线角速率可以在有限时间内收敛,然而该制导律在弹目距离较远时需用过载较大,高长生等人也基于运动伪装条件设计了三维制导律<sup>[15]</sup>,然而该制导律对末制导初期对准误差较敏感,鲁棒性差,在末制导初段导弹导引头存在初始对准误差下,导弹的需用过载会大幅提高。

文中在以上文献基础上,针对具有推力可控能力的导弹,通过降维方法在视线旋转坐标系中的视线瞬时旋转平面内对制导律进行设计,构建了一种新的满足运动伪装条件的视线法方向加速度指令;同时考虑将红外导引头对导弹头部驻点的热流密度限制转化为对导弹的速度限制,并结合终端速度约束通过变系数加权设计了视线方向加速度指令;最后通过对该制导律进行运动学数值仿真,检验了该制导律在导引头存在初始对准误差下,对高速机动目标拦截的有效性及其制导性能。

## 1 问题的描述

导弹三维末制导问题在惯性坐标系 $Ox_0Y_0Z_0$ 中的相对运动关系如图1所示。

图中, $M, T$ 分别代表导弹和目标质点。 $\theta, \psi_v$ 分别为导弹的弹道倾角与弹道偏角; $r$ 为弹目视线矢

量; $q, \varphi$  分别为弹目视线高低角和方位角; $V_M, V_T$  分别为导弹与目标的速度。

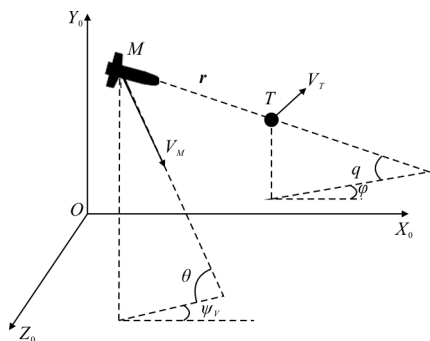


图1 三维弹目相对运动示意图

Fig.1 Figure of relative movement of 3D missile-target

三维制导律可以在视线旋转坐标系下进行设计,视线旋转坐标系定义如公式(1)所示,即由弹目视线单位矢量  $e_r$ ; 视线在惯性空间内瞬时旋转角速度方向的单位矢量  $e_\omega$ ; 与二者同时正交的单位向量  $e_\theta$  构成。

$$\begin{cases} e_r = \frac{r}{r} \\ e_\theta = e_\omega \times e_r \\ e_\omega = \frac{\omega}{\omega} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\omega$  为视线瞬时旋转角速度; $\omega$  为视线瞬时旋转角速率; $r$  为弹目相对距离。在忽略视线绕自身滚转的情况下,参考文献[5]提出弹目相对运动可分解为视线瞬时旋转平面内的相对运动与该平面的转动,并推导了视线坐标系与视线旋转坐标系的转换关系,如公式(2)所示。

$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\dot{q}}{\sqrt{(\dot{\varphi}\cos q)^2 + \dot{q}^2}} & \frac{-\dot{\varphi}\cos q}{\sqrt{(\dot{\varphi}\cos q)^2 + \dot{q}^2}} \\ 0 & \frac{\dot{\varphi}\cos q}{\sqrt{(\dot{\varphi}\cos q)^2 + \dot{q}^2}} & \frac{\dot{q}}{\sqrt{(\dot{\varphi}\cos q)^2 + \dot{q}^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:视线坐标系  $OX_sY_sZ_s$  可由惯性坐标系  $OX_0Y_0Z_0$  通过“23”轴旋转得到,由  $(e_r, e_\theta, e_\omega)$  构成的视线旋转坐标系可由视线坐标系  $OX_sY_sZ_s$  绕视线瞬时旋转角

速度  $\omega$  旋转得到。

在视线旋转坐标系内,三维弹目相对运动关系可由公式(3)表示<sup>[7]</sup>。

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\omega^2 = a_{Tr} - a_{Mr} \\ r\dot{\omega} + 2\dot{r}\omega = a_{T\theta} - a_{M\theta} \\ r\omega\dot{\phi} = a_{T\omega} - a_{M\omega} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $a_{Mr}(a_{Tr})$ 、 $a_{M\theta}(a_{T\theta})$  及  $a_{M\omega}(a_{T\omega})$  分别表示导弹(目标)的加速度在视线旋转坐标系三轴的分量; $\phi$  为视线瞬时旋转平面的旋转角速率。

由于导弹在实际工作过程中,通过导弹过载指令对导弹的运动进行控制,文中假设末制导过程中攻角与侧滑角较小,此时导弹过载指令通常定义在速度坐标系下的三个坐标轴方向:轴向过载  $N_x$ 、法向过载  $N_y$  以及侧向过载  $N_z$ ,其与速度系中的导弹加速度可表示为公式(4)的关系。

$$\begin{cases} N_x = \frac{a_{Mx}}{g} + \sin \theta \\ N_y = \frac{a_{My}}{g} + \cos \theta \\ N_z = \frac{a_{Mz}}{g} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $g$  为重力加速度,文中取值统一为  $9.81 \text{ m/s}^2$ ;  $a_{Mx}$ 、 $a_{My}$  及  $a_{Mz}$  分别为导弹加速度在速度坐标系下的三分量,可通过视线旋转坐标系下的加速度分量  $a_{Mr}$ 、 $a_{M\theta}$  及  $a_{M\omega}$  进行坐标变换求得,参考文献[5]详细证明了视线瞬时旋转平面的旋转角速率不会对导弹对目标的拦截效果产生影响,文中不再赘述,因此加速度在  $e_\omega$  方向上的分量可以忽略。

如果定义导弹末端速度为  $V_{m,end}$ ,文中在视线旋转坐标系内的三维制导律问题则可以描述为设计导弹视线方向加速度指令及视线法方向加速度指令  $a_{M\theta}$ , 以使得导弹在末制导过程中时刻满足导引头热流密度约束,并在命中目标时,导弹终端速度等于期望速度  $V_{m,end}$ 。

## 2 制导律设计

### 2.1 运动伪装状态

在应用于制导律设计时,运动伪装理论可描述为,在末制导过程中,导弹时刻处在伪装背景与目标

的连线上,从而达到导弹与伪装背景视差最小。如图2所示,当伪装背景取无穷远时,在导弹处于运动伪装状态下导弹的过载指令可使每时刻的弹目连线近似保证平行关系,因此基于运动伪装理论设计的制导律是一种近似理想平行接近法的制导律。对目标的机动响应较快,导弹末端需用过载小。

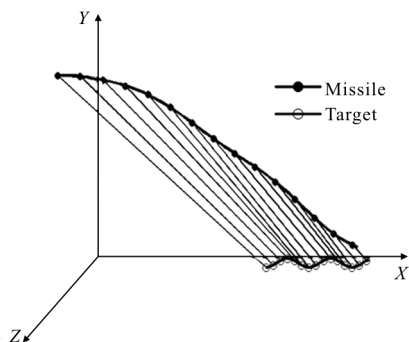


图 2 导弹在运动伪装状态下的运动示意图

Fig.2 Motion of missile under motion camouflage

导弹末制导阶段的运动伪装状态指标变量  $\Gamma$  的定义如公式(5)所示<sup>[14]</sup>。

$$\Gamma = \frac{\dot{r}}{|\dot{\mathbf{r}}|} = \frac{\dot{r}}{\sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \omega^2}} \quad (5)$$

式中: $\dot{\mathbf{r}}$ 为相对速度矢量; $\dot{r}$ 为相对速度; $\omega$ 为视线瞬时旋转角速率,导弹命中目标的必要条件是 $\dot{r} < 0$ 恒成立。显然,当 $\Gamma = -1$ 时, $\omega = 0$ ,弹目视线方向保持不变(平行),即可保证导弹处于运动伪装状态。参考文献[14]进而提出导弹处于运动伪装并能命中目标的条件,推导过程文中不再赘述,该条件可用公式(6)表示。

$$\dot{\Gamma} = \frac{\dot{r}}{r} (1 - \Gamma^2) - \frac{\dot{r} r \omega}{|\dot{\mathbf{r}}|^3} (a_{T\theta} - a_{M\theta}) + \frac{\omega^2 r^2}{|\dot{\mathbf{r}}|^3} (a_{Tr} - a_{Mr}) \leq 0 \quad (6)$$

该条件可以理解为由由于  $\Gamma$  具有极小值-1,因此只要确保 $\dot{\Gamma}$ 恒小于0,即可确保 $\Gamma$ 可以收敛到-1,保证导弹快速进入运动伪装状态。由于弹目相对加速度在 $e_r$ 方向上的分量较 $e_\theta$ 方向上的分量为高一阶小量,可以忽略,因此运动伪装条件可简化为公式(7)所示。

$$\dot{\Gamma} = \frac{\dot{r}}{r} (1 - \Gamma^2) - \frac{\dot{r} r \omega}{|\dot{\mathbf{r}}|^3} (a_{T\theta} - a_{M\theta}) \leq 0 \quad (7)$$

因此,文中根据运动伪装条件构造了不同于参考

文献[15]的视线法向加速度指令 $a_{M\theta}$ ,其表述如下。

$$a_{M\theta} = [-(\mu + 1) \frac{|\dot{\mathbf{r}}|^2}{r} + 2\dot{r}] \omega e_\theta \quad (8)$$

式中: $\mu$ 为取值大于1的导引系数。将公式(8)代入运动伪装制导律条件公式(7),有:

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma} &= \frac{\dot{r}}{r} (1 - \Gamma^2) - \frac{\dot{r} r \omega}{|\dot{\mathbf{r}}|^3} (a_{T\theta} - [-(\mu + 1) \frac{|\dot{\mathbf{r}}|^2}{r} + 2\dot{r}] \omega) = \\ &= (1 - \Gamma^2) \left[ \frac{\dot{r}}{r} - \mu \frac{|\dot{\mathbf{r}}|}{r} + \frac{\dot{r}}{r \omega |\dot{\mathbf{r}}|} (a_{T\theta} - a_{M\theta} - 2\dot{r} \omega) \right] = \\ &= (1 - \Gamma^2) \left[ (1 - \mu) \frac{|\dot{\mathbf{r}}|}{r} + \frac{\dot{r}}{r \omega |\dot{\mathbf{r}}|} (a_{T\theta} - a_{M\theta} - 2\dot{r} \omega) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

由于公式(9)中存在目标加速度,导弹导引设备无法直接测量。对于目标加速度的估算,弹目相对运动方程组公式(3)给出了对目标加速度进行求解的一种方法,如公式(10)所示。

$$a_{T\theta} = a_{M\theta} + 2\dot{r} \omega + r \dot{\omega} \quad (10)$$

然而,公式(10)中视线旋转角速率 $\omega$ 与角加速度 $\dot{\omega}$ 无法直接通过导引设备获取,若忽略弹目视线绕自身的滚转, $\omega$ 需要依靠视线高低角 $q$ 与方位角 $\varphi$ 间接求解,有:

$$\omega = \sqrt{(\dot{\varphi} \cos q)^2 + \dot{q}^2} \quad (11)$$

将公式(11)关于时间微分后,可得到视线旋转角加速度 $\dot{\omega}$ 的计算公式,如公式(12)所示。

$$\dot{\omega} = \frac{\ddot{\varphi} \cos q - \dot{\varphi} \dot{q} \sin q + \dot{q} \ddot{q}}{\sqrt{(\dot{\varphi} \cos q)^2 + \dot{q}^2}} \quad (12)$$

值得注意的是,在计算获得弹目视线旋转角加速度 $\dot{\omega}$ 的过程中需要视线高低角 $q$ 和视线方位角 $\varphi$ 及其一二阶导数。其中,视线高低角 $q$ 和视线方位角 $\varphi$ 可以直接由导弹导引头测量;视线角(加)速度、方位角(加)速度的测量均依靠滤波间接获得<sup>[16]</sup>。但经过二阶滤波获得的视线角加速度 $\ddot{q}$ 及方位角加速度 $\ddot{\varphi}$ 往往误差较大。在导弹与目标靠近过程中,公式(10)表明随着 $r$ 的减小, $r\ddot{q}$ 项相对于 $2\dot{r}\dot{q}$ 项属于小量,因此文中将 $r\ddot{q}$ 项忽略。

综上,公式(9)可整理为公式(13)。

$$\dot{\Gamma} = (1 - \Gamma^2) (1 - \mu) \frac{|\dot{\mathbf{r}}|}{r} \quad (13)$$

由于运动伪装理论指标变量  $\Gamma$  恒小于 1, 因此只要导引系数  $\mu$  取值大于 1, 即公式(8)所示的视线法向加速度  $a_{M\theta}$  可以确保导弹处于运动伪装状态。

### 2.2 导引头热流密度限制

在导弹的方案设计中, 驻点热流密度  $\dot{Q}_s$  (单位为  $\text{kW}/\text{m}^2$ ) 在工程上可以通过估算公式来求解, 如公式(14)所示。

$$\dot{Q}_s = \frac{2.373}{\sqrt{R_N}} \times 10^{-7} \left( \frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty} \right)^{0.25} \left( \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)^{0.25} \rho_\infty^{0.5} V_\infty^3 \quad (14)$$

式中:  $R_N$  为导弹驻点处钝化半径;  $\gamma_\infty$  为来流比热比;  $\rho_\infty$  为来流密度;  $V_\infty$  为来流速度(导弹飞行速度);  $\gamma$  为导弹头部气体比热比, 文中取值 1.4。

在导弹最大允许热流密度  $\dot{Q}_{\max}$  一定时, 将公式(14)进行变化, 可得到最大飞行速度  $V_{\max}$  的计算公式。

$$V_{\max} = A \rho_\infty^{-1/6} \quad (15)$$

$$\text{式中: } A = \left( \frac{\dot{Q}_{\max} \sqrt{R_N}}{2.373 \times 10^{-7}} \left( \frac{\gamma_\infty}{\gamma_\infty - 1} \right)^{0.25} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^{0.25} \right)^{1/3}$$

公式(15)揭示了导弹给定的头部驻点处最大热流密度  $\dot{Q}_{\max}$  与导弹最大速度  $V_{\max}$  的关系, 其中, 来流密度  $\rho_\infty$  主要受导弹飞行高度  $H$  影响, 二者关系可由公式(16)表示。

$$\rho_\infty = \begin{cases} 0.364e^{-\frac{H-11000}{6341.62}} & 11 \text{ km} \leq H \leq 20 \text{ km} \\ 1.225 \left( \frac{288.15 - 0.0065H}{288.15} \right)^{4.25588} & 0 \text{ km} \leq H \leq 11 \text{ km} \end{cases} \quad (16)$$

由公式(15)与公式(16)可知, 导弹每时刻最大允许飞行速度  $V_{\max}$  可由该时刻飞行高度  $H$  唯一确定。同时导弹最大允许速度  $V_{\max}$  随着飞行高度的下降而下降, 因此针对于从中制导段转入末制导段采用俯冲攻击的导弹, 每时刻的最大允许速度限制是需要被考虑的。

如 2.1 节所述, 弹目相对加速度在  $e_r$  方向上的分量较  $e_\theta$  方向上的分量为高一阶小量, 不会影响运动伪装指标变量  $\Gamma$  的收敛, 因此可以独立针对导弹的  $e_r$  方向的加速度指令  $a_{Mr}$  进行设计。同时, 运动伪

装条件可以使导弹的视线角速率收敛到一个较小值, 在末制导初始时刻由于假设导弹速度方向与视线方向误差较小, 因此导弹每时刻速度方向的视线方向  $e_r$  与导弹的轴向加速度  $a_{Mx}$  方向的夹角是一个小角度。如若忽略该角度, 即可通过设计导弹在轴向的加速度指令  $a_{Mx}$  来替代视线方向的加速度指令  $a_{Mr}$ 。

将公式(15)关于时间微分, 可求得最大速度变化率  $\dot{V}_{\max}$  与来流密度变化率  $\dot{\rho}_\infty$  的关系, 如公式(17)所示。

$$\dot{V}_{\max} = -\frac{A}{6} \rho_\infty^{-7/6} \dot{\rho}_\infty \quad (17)$$

公式(16)关于时间  $t$  微分后, 可得来流密度变化率  $\dot{\rho}_\infty$  与高度变化率  $\dot{H}$  的关系。

$$\dot{\rho}_\infty = \begin{cases} -5.74 \times 10^{-5} e^{-\frac{H-11000}{6341.62}} \dot{H} & 11 \text{ km} \leq H \leq 20 \text{ km} \\ -1.176 \times 10^{-4} (1 - 2.256 \times 10^{-5} H)^{3.25588} \dot{H} & 0 \text{ km} \leq H \leq 11 \text{ km} \end{cases} \quad (18)$$

将公式(18)代入公式(17), 有

$$\dot{V}_{\max} = \begin{cases} \lambda_1 A e^{\frac{H-11000}{6341.62}} \dot{H} & 11 \text{ km} \leq H \leq 20 \text{ km} \\ \lambda_2 A (1 - 2.256 \times 10^{-5} H)^{-1.70931} \dot{H} & 0 \text{ km} \leq H \leq 11 \text{ km} \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $\lambda_1 = 3.11 \times 10^{-5}$ ,  $\lambda_2 = 1.55 \times 10^{-5}$ 。将导弹高度变化率与速度的关系式  $\dot{H} = V_M \cos \theta_M$  代入, 即可得到导弹最大速度限制的变化率与导弹飞行状态的关系, 如公式(20)所示。

$$\dot{V}_{\max} = \begin{cases} \lambda_1 A e^{\frac{H-11000}{6341.62 \times 6}} \dot{H} & 11 \text{ km} \leq H \leq 20 \text{ km} \\ \lambda_2 A (1 - 2.256 \times 10^{-5} H)^{-1.70931} \dot{H} & 0 \text{ km} \leq H \leq 11 \text{ km} \end{cases} \quad (20)$$

在末制导开始时刻, 如果有  $V_M \leq V_{\max}$ , 那么在末制导阶段仅需保证导弹轴向加速度  $a_{Mx}$  满足  $a_{Mx} \leq \dot{V}_{\max}$ , 就可确保在末制导段每时刻的导弹速度满足导弹最大速度限制, 即红外导引头对导弹头部驻点处的热流密度限制。

### 2.3 命中点末速度约束

在任意时刻  $t$ , 终端速度  $V_{M,end}$  与当前导弹速度  $V_M(t)$  的关系可由公式(21)表示。

$$V_{M,end} = V_M(t) + \int_t^{t_{end}} a_{Mx} d\tau \quad (21)$$

定义末制导命中点轴向加速度  $a_{Mx,end}$ 。假设末制导阶段导弹的轴向加速度为常值, 此时, 在  $\tau(\tau \geq t)$  时刻导弹的轴向加速度  $a_{Mx}$  可由公式(22)表示。

$$a_{Mx}(\tau) = \frac{a_{Mx,end} - a_{Mx}(t)}{t_{end} - t} (\tau - t) + a_{Mx}(t) \quad (22)$$

式中:  $a_{Mx,end}$  为导弹命中时刻的轴向加速度;  $a_{Mx}$  为时刻  $t$  的轴向加速度;  $t_{end}$  为导弹命中目标的时间。将公式(22)代入公式(21), 可得:

$$V_{M,end} = V_M(t) + \int_t^{t_f} \left( \frac{a_{Mx,end} - a_{Mx}(t)}{t_f - t} (\tau - t) + a_{Mx}(t) \right) d\tau = V_M(t) + \frac{1}{2} [a_{Mx,end} + a_{Mx}(t)] (t_f - t) \quad (23)$$

公式(23)整理可得到实现命中点速度为  $V_{M,end}$  所需的  $t$  时刻导弹的轴向加速度  $a_{Mx,V}$ 。

$$a_{Mx,V} = \frac{2(V_{M,end} - V_M)}{t_{go}} - a_{M,end} \quad (24)$$

式中:  $t_{go}$  为导弹命中目标的剩余时间, 可由  $t_{go} = -r/\dot{r}$  进行估算。公式(24)中的  $a_{Mx,V}$  即为满足导弹末速度为  $V_{M,end}$  的每时刻导弹轴向加速度指令。

### 2.4 带热流密度限制的推力可控导弹三维制导律

在2.2节与2.3节中分别求得了满足热流密度限制及末端命中点终端速度约束的轴向加速度指令。很明显, 单纯将轴向速度加速度取作  $\dot{V}_{max}$  或者  $a_{Mx,V}$  会导致无法兼顾热流密度限制和终端速度约束。为综合考虑热流密度限制及命中速度约束, 将热流密度限制  $\dot{V}_{max}$  与满足终端速度约束的加速度  $a_{Mx,V}$  进行变系数加权构成导弹轴向加速度指令。导弹轴向加速度指令  $a_{Mx}$  设计如公式(25)所示。

$$a_{Mx} = \varepsilon_a \dot{V}_{max} + (1 - \varepsilon_a) a_{Mx,V} \quad (25)$$

式中:  $a_{Mx,V}$  为根据命中时间计算的需用轴向加速度, 由公式(24)计算得到;  $\varepsilon_a$  为导弹轴向加速度变加权系数, 有

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{a0} - \frac{\varepsilon_{a0}}{t_{go}} (t - t_0) \quad (26)$$

式中:  $\varepsilon_{a0}$  为轴向加速度加权系数的初值, 文中取值

0.8。由公式(25)及公式(26)可以看出, 在制导律前期, 理想轴向加速度及最大速度变化率的加权和可以确保导弹速度与最大允许速度保持较大差距, 但随着靠近命中点, 为使得导弹精确实现攻击速度约束, 根据公式(24)计算得到的轴向加速度  $a_{Mx,V}$  的权重逐渐提高, 在攻击点处导弹轴向加速度则完全等于  $a_{Mx,V}$ 。尽管  $a_{Mx,V} \leq \dot{V}_{max}$  条件无法时刻满足, 但只要确保末制导初期导弹速度与最大速度限制的保留一定余量, 即可确保满足导引头热流密度限制。

综上所述, 在忽略瞬时旋转角速度方向加速度的前提下, 文中在视线旋转坐标系内设计的带热流密度限制的推力可控导弹三维制导律表述如公式(27)所示。

$$\begin{cases} a_{Mr} = \frac{2(V_{M,end} - V_M)}{t_{go}} + \varepsilon_a \left( \dot{V}_{max} - \frac{2(V_{M,end} - V_M)}{t_{go}} \right) \\ a_{M\theta} = \left[ -(\mu + 1) \frac{|\dot{r}|^2}{\dot{r}} + 2\dot{r} \right] \omega \end{cases} \quad (27)$$

## 3 仿真结果分析

### 3.1 视线法方向加速度指令仿真结果及对比分析

由2.1节中的公式(13)可知, 热流密度限制的推力可控导弹三维制导律中的导引系数  $\mu$  的取值会影响运动伪装指标变量  $\Gamma$  收敛到-1的速度, 即影响导弹与目标之间的视线矢量  $r$  时刻近似保持平行的特性, 同时影响导弹对目标机动的响应速度。为分析该影响程度, 对视线法方向加速度指令对应的弹目运动进行运动学仿真分析, 将  $\mu$  分别取值为2, 3.5及5, 同时将  $a_{M\theta}$  通过坐标变换及公式(4)转换为速度系下导弹的过载指令。

末制导初始条件为: 导弹位置(0, 18, -10) km, 目标初始位置(20, 10, 0) km, 导弹初始速度1200 m/s, 假设中末制导交班后弹道近似对准目标(存在少量误差), 弹道倾角为-20°, 弹道偏角为-25°。目标水平运动速度350 m/s, 加速度在惯性坐标系下三个方向上分量为(0, 50sin( $\pi t/6 + \pi/2$ ), 50sin( $\pi t/6 + \pi/2$ )) m/s<sup>2</sup>。

仿真结果如图3及图4所示, 可以看出,  $\mu$  取值越大导弹对目标机动的响应越快, 末端需用过载越小, 命中时间越短, 然而导弹前中段的需用过载越

大;  $\mu$  取值较小会降低导弹初期的需用过载, 延长命中时间, 增大导弹末段的需用过载。

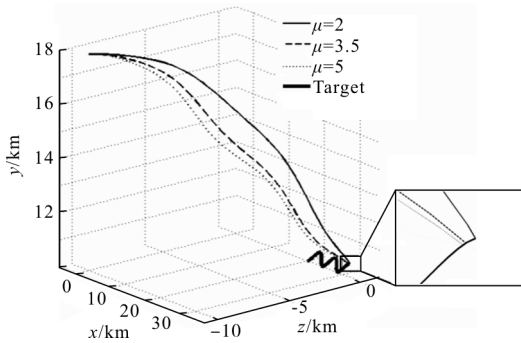
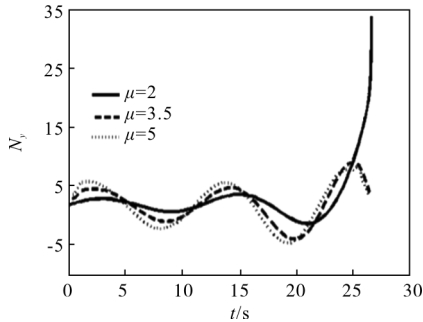


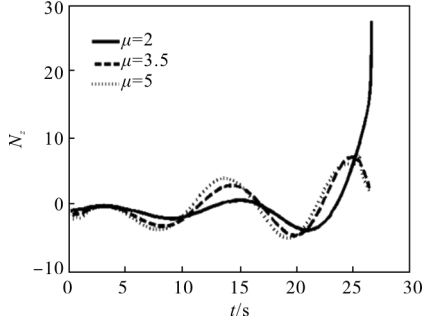
图3 不同导引系数对应的弹道轨迹

Fig.3 Trajectory of different steering coefficient



(a) 纵向过载指令

(a) Instruction of longitudinal overload



(b) 横向过载指令

(b) Instruction of lateral overload

图4 不同导引系数对应的过载指令

Fig.4 Overload of different steering coefficient

综上,  $\mu$  的取值对导弹轨迹的影响较大, 文中取值3。

为检验文中设计的视线法方向加速度指令(记作MCPG1)的效果, 引入其他在视线旋转平面内构造的加速度指令进行对比。

三维空间中视线旋转平面内设计的空间真比例导引制导律(TPN)如公式(28)所示。

$$a_{M\theta} = -K\dot{r}\omega \cdot e_\theta \quad (28)$$

式中:  $K$  为比例导引系数, 取值为3。

参考文献[15]基于运动伪装条件也构造了一种三维反馈运动伪装制导律(记作MCPG2), 可整理为公式(29)所示。

$$a_{M\theta} = \left[ N \frac{V_M}{\omega r} \left( \dot{r} - \frac{|\dot{r}|^2}{r} \right) + W \text{sat}(\omega) \right] \cdot e_\theta \quad (29)$$

式中:  $N$  为导引系数, 取值为1.5。

仿真条件方面, 末制导段弹目初始条件及目标机动方式不变, 仿真时间步长为0.001 s。三种不同形式制导律的仿真结果如图5、图6及表1所示。

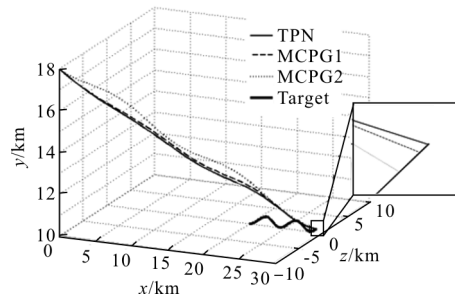
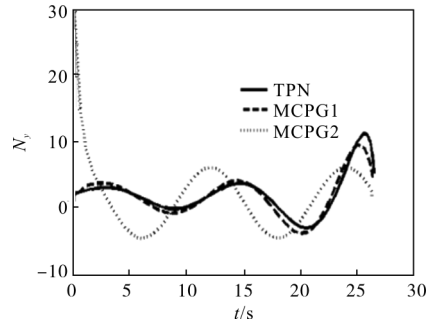


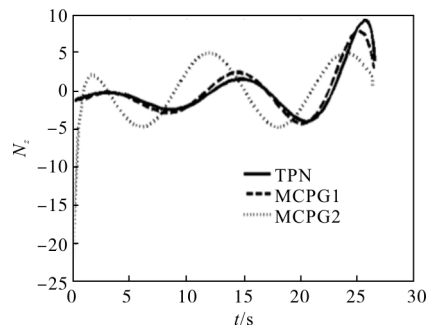
图5 三种制导律的弹道轨迹图

Fig.5 Trajectory of three guidance law



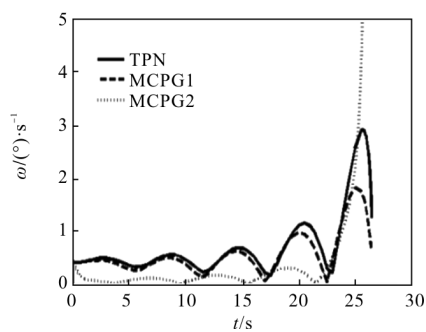
(a) 纵向过载指令

(a) Instruction of longitudinal overload



(b) 横向过载指令

(b) Instruction of lateral overload



(c) 视线角速率

(c) Line-of-sight rate

图 6 末制导性能参数随时间变化曲线

Fig.6 Curves of performance parameters of terminal guidance changing with time

表 1 末制导性能参数表

Tab.1 Performance parameters of terminal guidance

Performance parameters	TPN	MCPG1	MCPG2
Impact time/s	26.465	26.410	26.271
Miss distance/m	0.872	0.667	1.177

由图 5 可以明显看出, 三种制导律的弹道轨迹表明均可命中高速机动目标。然而, 图 6 表明, MCPG2 尽管可以实现命中点附近需用过载较小, 然而其弹道初始需用过载远大于 TPN 及 MCPG1, 这与参考文献[17]中的结果一致, 图 6 及图 7 表明, 该问题主要是由于 MCPG2 中的运动伪装指标变量  $\Gamma$  收敛过快, 导致导弹对目标机动跟踪过强, 进而在 MCPG2 的末制导初始即要求导弹速度方向快速与视线方向重合, 进入运动伪装状态。但末制导初始阶段导弹速度方向与视线方向通常存在对准误差, 同时对于具有推力可控能力的导弹末制导阶段一般为

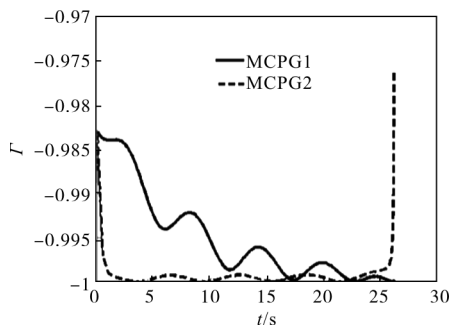


图 7 运动伪装指标变量随时间的变化曲线

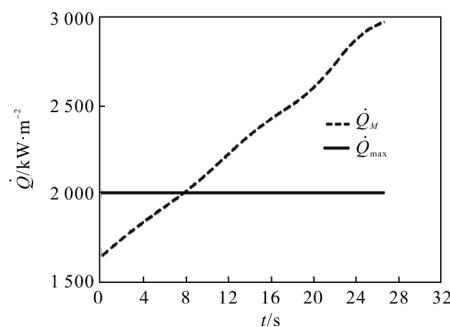
Fig.7 Curve of index variable of motion camouflage changing with time

俯冲攻击, 在较高的巡航高度下可用过载较低, 导致 MCPG2 末制导初段的较大需用过载在工程上难以实现。相比之下, MCPG1 较 MCPG2 运动伪装指标变量  $\Gamma$  收敛慢, 导致对目标地跟踪速度减弱, 但较 TPN 强, 能够较快地跟踪目标机动, 因此初始需用过载较 MCPG2 小, 末端需用过载较 TPN 小。

由表 1 可以看出, MCPG2 由于运动伪装特性强于 MCPG1, 命中时间最小, 但末端视线角速率的较早发散导致了其脱靶量较大, 而 MCPG1 的命中时间略大于 MCPG2, 但脱靶量是三种制导律最小的。

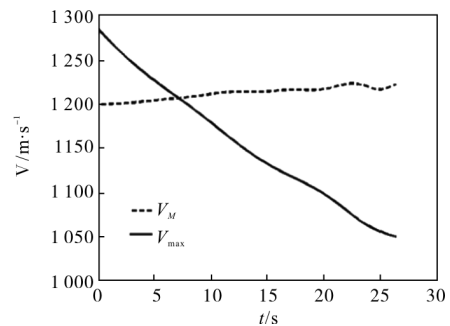
综上所述, 与 MCPG2 及 TPN 相比, 文中构造的 MCPG1 可以有减小导弹在末制导初始阶段及末端的需用过载, 较强的抑制视线角速率, 并使导弹收敛于运动伪装状态, 同时测量信息与 TPN 相同, 具有良好的工程可实现性。

然而, 按照 MCPG1 的运动学仿真, 假设导弹头部驻点处局部钝化半径 10 mm, 导引头允许最大热流密度 2 000 kW/m<sup>2</sup>, 导弹的热流密度与允许最大热流密度及其对应的速度如图 8 所示。



(a) 导弹驻点处热流密度

(a) Heat flux at stagnation point of missile



(b) 导弹速度

(b) Velocity of missile

图 8 末制导性能参数及其限制随时间变化曲线

Fig.8 Curves of parameters and limit of terminal guidance changing with time



图8表明单独的视线法方向加速度指令并未考虑热流密度约束,导弹速度将随时间变化逐渐增大,并逐渐超过导引头热流密度限制决定的最大速度  $V_{max}$  限制,导致导引头的热流密度逐渐超过最大热流密度  $\dot{Q}_{max}$ 。

### 3.2 三维推力可控导弹制导律仿真结果及分析

考虑到针对目标的毁伤效果,末制导终端速度约束  $V_{M,end}$  在满足热流密度的最大速度限制下尽量大,文中仿真中对终端速度  $V_{M,end}$  采用动态约束,即  $V_{M,end}$  取为每时刻目标高度对应的导弹导引头热流密度限制下允许的最大速度  $V_{Mmax,end}$  与速度余量  $dV$  之差,如公式(30)所示。

$$V_{M,end} = V_{Mmax,end} - dV \quad (30)$$

式中:最大速度  $V_{Mmax,end}$  可通过公式(15)求得。

另外,在实际应用中,具有推力可控能力导弹的轴向过载会受到发动机(如冲压发动机推力)能力限制。为简化问题,文中不采用动态过载约束,假设导弹轴向可用过载指令限制为  $1g$ 。为验证公式(27)所示制导律的有效性,对该制导律进行运动学仿真分析。

末制导段导弹与目标的初始条件及目标机动特性与3.1节相同,末端速度余量  $dV$  取  $20\text{ m/s}$ ,仿真时间步长  $0.001\text{ s}$ 。结果如图9与图10所示。

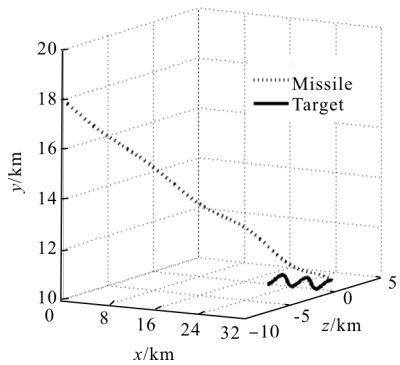
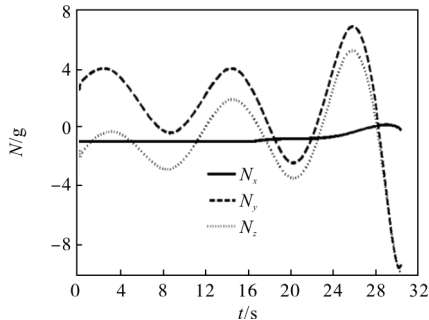


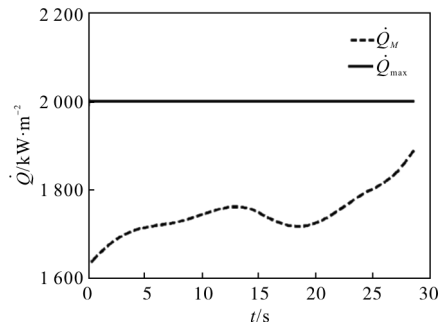
图9 弹道轨迹

Fig.9 Trajectory of missile



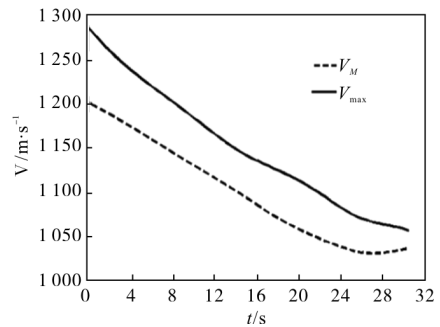
(a) 导弹需用过载

(a) Required overload of missile



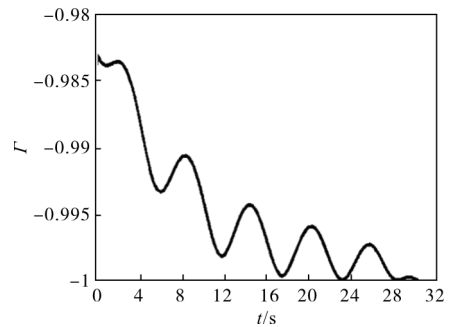
(b) 导弹驻点处热流密度

(b) Heat flux at stagnation point of missile



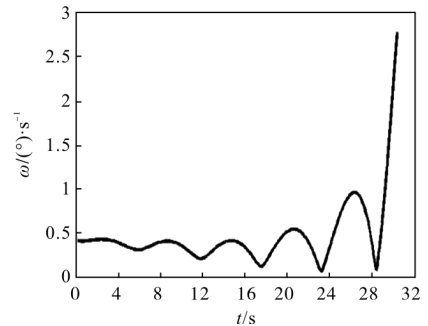
(c) 导弹速度

(c) Velocity of missile



(d) 运动伪装指标变量

(d) Index variable of motion camouflage



(e) 视线角速率

(e) Line-of-sight rate

图10 末制导性能参数随时间变化曲线

Fig.10 Curves of performance parameters of terminal guidance changing with time

制导律的脱靶量为 0.418 m, 期望终端速度 1 034.683 m/s, 实际终端速度 1 034.680 m/s, 速度误差为 0.003 m/s, 说明终端速度约束可以很好的满足。图 10(a)~(c)说明文中公式(27)设计的三维制导律可以满足导引头轴向需用过载限制、热流密度限制。同时, 法向与侧向需用过载在末制导初始段较小, 图 10(d)说明尽管由于目标的机动导致了运动伪装指标变量  $\Gamma$  的振荡, 但导弹在末制导阶段仍收敛于运动伪装条件, 图 10(e)表明末制导段导弹的视线角速率控制在  $3(^{\circ})/s$  以下。

综上所述, 文中通过在视线旋转坐标系内设计的制导律可以在满足存在导引头初始对准误差、红外导引头对导弹头部驻点的热流密度限制、轴向需用过载限制以及终端速度约束条件下命中目标。验证了对轴向加速度指令进行独立设计不会影响制导过程中运动伪装条件的收敛性, 导弹的视线角速率仍可保持在一个较小值, 降低了对导引头性能的要求, 并可以对高速机动目标进行精确打击。

## 4 结论

针对导弹拦截高速机动目标的问题, 文中基于具有推力可控能力的导弹, 在视线瞬时旋转坐标系内设计了一种制导律, 在解决三维拦截问题上获得了理想的制导效果。

(1) 文中采用运动伪装条件设计的视线法方向加速度指令, 与传统的真比例导引制导律及参考文献[15]设计的运动伪装制导律相比, 改善了二者在存在初始导引头对准误差下, 制导初始阶段及末端需用过载较大的缺点, 同时将视线角速率抑制在  $3(^{\circ})/s$  以下。

(2) 将红外导引头对导弹头部驻点处的热流密度限制转化为速度限制, 并通过变系数加权将其与终端速度约束结合设计出的轴向加速度指令是可行的, 可以使导弹同时满足导引头热流密度限制及终端速度约束, 同时其与视线法方向加速度指令的解耦设计不会影响运动伪装特性。

(3) 该制导律测量信息较少, 在满足轴向过载限制、导引头热流密度及终端速度约束下, 可以高精度地对大机动目标进行打击, 具有工程可实现性。

## 参考文献:

- [1] Chen Yang, Chu Hairong, Guo Lihong. Precision of integral proportion navigation guidance with strapdown seeker [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 0631001. (in Chinese)  
陈阳, 储海荣, 郭立红. 捷联导引头积分比例导引制导精度 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(6): 0631001.
- [2] Zang Luyao, Hou Miao, Wang Hui, et al. A switched-gain proportional navigation applicable for infrared guidance munitions [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(5): 0504004. (in Chinese)  
臧路尧, 侯淼, 王辉, 等. 一种适用于红外制导弹药的变增益比例导引律 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46(5): 0504004.
- [3] Wei X, Wang Y, Dong S, et al. A three-dimensional cooperative guidance law of multimissile system [J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2015 (4): 1-8.
- [4] Ye Jikun, Lei Humin, Zhao Yan, et al. Differential geometric guidance law based on second-order sliding control [J]. *Systems Engineering and Electronic*, 2017, 39(4): 837-845. (in Chinese)  
叶继坤, 雷虎民, 赵岩, 等. 基于二阶滑模控制的微分几何制导律 [J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(4): 837-845.
- [5] Li K B, Chen L, Bai X Z. Differential geometric modeling of guidance problem for interceptors [J]. *Sci China Tech*, 2011, 54(9): 2283-2295.
- [6] Hughes R. Wielding a Bigger Stick: Western advances in BVRAAM capabilities [J]. *Jane's International Defence Review*, 2016, 49(7): 50-55.
- [7] Halswijk W. Online dynamic flight optimisation applied to guidance of a variable-flow ducted rocket [C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2009: 1-14.
- [8] Kingery J E, Ames F E. Stagnation region heat transfer augmentation at very high turbulence levels [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2016, 138(8): 1-12.
- [9] Guan Yingzi. Effort of pneumatic calefaction of the dome on IR imaging system quality [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(2): 290-293. (in Chinese)  
关英姿. 整流罩气动加热对红外成像系统像质的影响 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(2): 290-293.
- [10] Wang Rui. Compound guided system with active laser imaging and passive infrared imaging [J]. *Chinese Optics*, 2013, 6(4): 536-543. (in Chinese)

- 王锐. 激光红外主被动复合导引系统[J]. 中国光学, 2013, 6(4): 536-543.
- [11] Li Jiafeng, Jiang Huan, Chen Wanchun. Midcourse trajectory optimization design for a surface-to-air missile based on legendre pseudospectral method [J]. *Journal of Ballistics*, 2009, 21(3): 69-73. (in Chinese)  
李佳峰, 姜欢, 陈万春. 基于拟勒让德谱变换的防空导弹弹道优化[J]. 弹道学报, 2009, 21(3): 69-73.
- [12] Ebrahimi B, Bahrami M, Roshanian J. Optimal sliding-mode guidance with terminal velocity constraint for fixed-interval propulsive maneuvers [J]. *Acta Astronautica*, 2008, 62(10): 556-562.
- [13] Justh E W, Krishnaprasad P S. Steering laws for motion camouflage [J]. *Proceeding of the Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Science*, 2005, 462 (2076): 3629-3643.
- [14] Reddy P V, Justh E W, Krishnaprasad P S. Motion camouflage in three dimensions [C]// IEEE Conference on Decision & Control, 2006: 13-15.
- [15] Gao Changsheng, Li Jianqing, Jing Wuxing. Motion camouflage strategy guidance law for intercepting maneuvering target [J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(6): 737-743. (in Chinese)  
高长生, 李涧青, 荆武兴. 拦截机动目标的运动伪装制导律[J]. 宇航学报, 2016, 37(6): 737-743.
- [16] Guo Ning, Lv Junwei, Deng Jiangsheng. Design of filter only by angle information in opto-electronic tracking system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(7): 1818-1824. (in Chinese)  
郭宁, 吕俊伟, 邓江生. 光电跟踪系统纯角度滤波器的设计[J]. 光学精密工程, 2013, 21(7): 1818-1824.
- [17] Li Jianqing. Study on compound guidance and control problems for long-range air to air missile [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014: 56-61. (in Chinese)  
李涧青. 远程空空导弹复合制导与控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014: 56-61.