

## 高阶径向拉盖尔-高斯光束叠加态的实验研究

柯熙政, 石欣雨

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 利用径向指数相同、拓扑电荷数互为相反数的两束高阶径向拉盖尔-高斯光束共轴叠加, 产生了一种新型的复合涡旋光束, 从理论上研究了这种复合涡旋光束的光强分布特性以及空间传播特性, 并进行了实验验证。结果表明: 由高阶径向拉盖尔-高斯光束叠加而成的复合涡旋光束呈多层亮“花瓣”状; 当束腰半径相同时, 随传播距离的增加, 其光强分布呈展宽趋势但不旋转; 当束腰半径不同时, 其光强分布发生旋转, 并出现“旋转拖尾”现象, 旋转方向和“拖尾”方向取决于拓扑电荷数正负及束腰半径大小。研究结果对深入理解复合涡旋光束的产生并进一步拓展其应用范围提供了实验依据。

**关键词:** 物理光学; 复合涡旋光束; 共轴叠加; 光强分布; 径向指数

**中图分类号:** O436 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1207002

## Experimental study on the superposition of high-order radial Laguerre-Gaussian beams

Ke Xizheng, Shi Xinyu

(Institute of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** A new type of composite vortex beam was generated by the coaxial superposition of two high-order radial Laguerre-Gaussian beams with the same radial indices and opposite topological charges. The intensity distribution characteristic and space propagating property of composite vortex beams were studied theoretically and experimentally. The results show that the composite vortex beam, which is superimposed by the high-order radial Laguerre-Gaussian beam, has a multi-layer bright "petal"; When the beam waist radius are same, with the increase of propagation distance, the intensity distribution of the beam spreads but does not rotate; When the waist radius are different, the intensity distribution rotates, and the phenomenon of "rotating tail" appears. The rotating direction and "trailing" direction depend on the number of topological charges and the size of the waist radius. The results provide an experimental basis for understanding the generation of composite vortex beam and further extending its application scope.

**Key words:** physical optics; composite vortex beam; coaxial superposition; intensity distribution; radial index

收稿日期: 2018-07-10; 修订日期: 2018-08-28

基金项目: 国家自然科学基金(61377080, 60977054)

作者简介: 石欣雨(1994-), 女, 硕士生, 主要从事无线激光通信方面的研究。Email: 2425118911@qq.com

导师简介: 柯熙政(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事无线激光通信方面的研究。Email: xzke@263.net

## 0 引言

涡旋光束被研究和应用于很多领域<sup>[1-2]</sup>。其中,拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian, LG)光束是一种常见的具有螺旋相位因子  $\exp(i\ell\phi)$  ( $\phi$  为方位角)的涡旋光束,可由拓扑电荷数和径向指数  $p$  来描述, $p=0$  为零阶径向 LG 光束, $p \neq 0$  为高阶径向 LG 光束<sup>[3]</sup>。近年来,高阶径向 LG 光束因比零阶径向 LG 光束具有更高的信号功率而被广泛应用于轨道角动量复用<sup>[4-5]</sup>、引力波探测<sup>[6-7]</sup>和微粒操纵<sup>[8]</sup>等领域。

LG 光束具有特殊的螺旋相位结构,因此 LG 光束共轴叠加时可形成具有不同特征分布、传播特性以及特殊应用的复合涡旋光束。Naidoo 等采用腔内选模法,在固体激光器中将两束拓扑电荷数互为相反数的零阶径向 LG 光束相干叠加<sup>[9]</sup>,Huang 等则采用腔外转换法,通过改进计算全息图,对多束 LG 光束共轴叠加<sup>[10]</sup>。Vaity 等研究了 LG 光束共轴叠加形成的光环晶格结构的自修复特性<sup>[11]</sup>。Li 等<sup>[12-13]</sup>通过 LG 光束叠加实现了拓扑电荷数的测量。但他们的工作局限在径向指数的情况,对于高阶径向 LG 光束叠加态的研究一直很少被报道。Ando 等人根据拓扑电荷数、径向指数不同,分类讨论了 LG 光束叠加态在源平面处的相位奇点结构特征,给出了 LG 光束叠加态光强分布和相位分布的一般表达式<sup>[14]</sup>,但没有进一步探讨传播距离和束腰半径对 LG 光束叠加态的影响。

针对上述 LG 光束叠加态的研究中存在的问题,文中利用拓扑电荷数互为相反数的两束高阶径向 LG 光束共轴叠加,产生了一种新型的复合涡旋光束,从理论上研究了传播距离和束腰半径对复合涡旋光束光强分布的影响,并进行了实验验证。实验中利用叠加全息图实现共轴叠加,且可以灵活控制高阶径向 LG 光束的束腰半径。研究结果对深入理解复合涡旋光束的产生并进一步拓展其应用范围提供了实验依据。

## 1 理论分析

高阶径向 LG 光束的电场形式是傍轴波动方程在柱坐标系下的解,和高斯函数与拉盖尔多项式的积成正比,近轴传播条件下,高阶径向 LG 光束( $LG_p^1$ )

在柱坐标( $r, \phi, z$ )下的复振幅分布为<sup>[14]</sup>:

$$u_p^1 = \frac{(-1)^p}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{p!}{\pi(p+|l|)!}} \left( \frac{\sqrt{2} r}{\omega} \right)^{|l|} \times \exp\left(-\frac{r^2}{\omega^2}\right) L_p^1\left(\frac{2r^2}{\omega^2}\right) \exp(-i\ell\phi) \times \exp\left(-i\frac{z}{z_R} \frac{r^2}{\omega^2}\right) \exp(i\varphi) \quad (1)$$

式中: $r, \phi$  和  $z$  为柱坐标参数; $z_R$  为瑞利距离, $z_R = k\omega_0^2/2$ ;  $k$  为波常数; $\varphi$  为 Gouy 相位, $\varphi = (2p+|l|+1)\arctan(z/z_R)$ ; $\omega$  为距离  $z$  处的光束半径, $\omega = \omega_0 [1+(z/z_R)^2]^{1/2}$ ;  $\omega_0$  为光束的束腰半径; $l$  为角向指数(或拓扑电荷数), $p$  为径向指数(或径向节点数)。 $p=0$  时,光束光强分布为单环状; $p>0$  时,光束光强分布为多环状。

利用径向指数相同、拓扑电荷数互为相反数的两束高阶径向 LG 光束共轴叠加(其束腰半径分别为  $\omega_{01}$  和  $\omega_{02}$ )产生高阶径向 LG 光束叠加态的复振幅分布可描述为:

$$u_s = u_p^1(\omega_{01}) + u_p^{-1}(\omega_{02}) \quad (2)$$

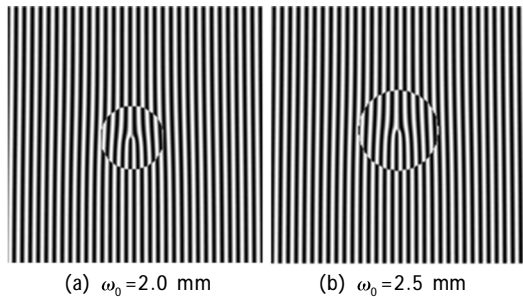
## 2 计算全息图的产生

利用空间光调制器(Space Light Modulator, SLM)对平面波进行相位调制可以得到高阶径向 LG 光束,公式如下<sup>[15]</sup>:

$$\varphi(r, \phi) = -l\phi + \pi\theta\left(-L_p^1\left(2r^2/\omega_0^2\right)\right) \quad (3)$$

式中: $\theta(x)$  为单位阶跃函数; $\omega_0$  为出射光在 SLM 平面上的束腰。通过 Matlab 软件模拟,可以得到产生单个高阶径向 LG 光束所需的计算全息图,如图 1 所示,图 1(a)和(b)分别是束腰半径  $\omega_0$  为 2 mm 和 2.5 mm 的  $LG_1^1$  光束所对应的叉形光栅。对比图 1(a)、(b)易知,束腰半径不同的高阶径向 LG 光束所对应的叉形光栅图是不同的,这是因为高阶径向 LG 光束的总相位由  $\exp(-i\ell\phi)$  和拉盖尔多项式  $L_p^1(2r^2/\omega_0^2)$  决定<sup>[3]</sup>,而  $p \neq 0$  时,拉盖尔多项式与  $\omega_0$  有关。另外,高阶径向 LG 光束和零阶径向 LG 光束相比,前者的叉形光栅有环状错位,而后者的叉形光栅没有环状错位。从图 1 可以看出,产生  $LG_1^1$  光束的叉形光栅图有 1 个环状错位,中心条纹错位开口方向朝下且条纹

错位处有 1 个条纹,但当束腰半径越大时,环状位错的半径越大。



(a)  $\omega_0=2.0$  mm (b)  $\omega_0=2.5$  mm

图 1 光束的叉形光栅

Fig.1 Fork-shaped gratings of beam

文中主要实现两路高阶径向 LG 光束的叠加态,因此将两路高阶径向 LG 光束的共轴叠加等效为其对应叉形光栅的叠加<sup>[9]</sup>。将平面波入射到加载了叠加全息图的 SLM 进行干涉实验,从而得到干涉叠加的复合涡旋光束。图 2 为不同束腰半径的  $LG_1^1$  和  $LG_1^{-1}$  光束叠加所对应的叠加全息图。对比图 2 (a)~(c) 可以发现,当束腰半径相等时,叠加全息图中只有一个环状位错。当束腰半径不相等时,叠加全息图的环状位错呈现更复杂的结构。

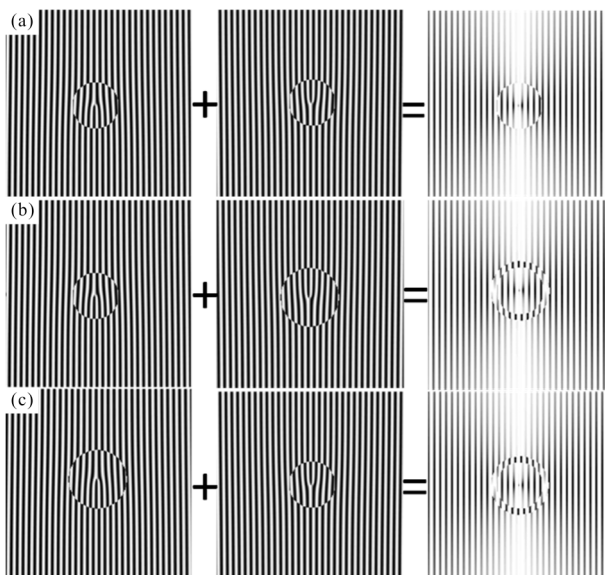


图 2 光栅叠加全息图的形成过程

Fig.2 Formation process of superimposed grating hologram

### 3 数值模拟及实验

图 3 是实现高阶径向 LG 光束共轴叠加的实验装置图。选择的光源是波长  $\lambda=632.8$  nm 的 He-Ne

激光器,渐变密度衰减片 (Gradient Density Filter, GDF)可以降低激光器的发射功率,偏振片可以滤除其他偏振方向的光从而得到单一偏振方向的光。利用双透镜实现光源的扩束准直,继而得到准直光束,之后照射在加载叠加全息图的反射式 SLM 上,实验所使用的 SLM 生产商为北京杏林睿光科技有限公司,型号为 RL-SLM-R2。因为只有正一级衍射波为实验产生的复合涡旋光束,所以此处利用光阑 (Aperture, A)进行了滤波,最后利用 CCD 实现复合涡旋光束光斑的采集。具体实验时,轴向传播距离为 SLM 平面到 CCD 探测平面的距离。

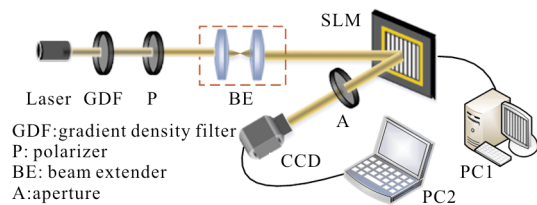


图 3 实验装置图

Fig.3 Experimental setup

基于公式(2),对高阶径向 LG 光束叠加态的光强分布进行数值仿真分析。计算参数:束腰半径  $\omega_{01}=\omega_{02}=1.0$  mm,波长  $\lambda=632.8$  nm,传播距离  $z=1.5$  m。图 4 是高阶径向 LG 光束叠加态的理论光强分布图。图 4(b1)、(b2)是  $LG_1^1$  和  $LG_1^{-1}$  光束叠加态的理论和实验光强分布图,可以看出外围有 2 层亮“花瓣”,每层 2 个,角向位置分别为  $0, \pi$ ,亮“花瓣”共 4 个;图 4(e1)、(e2) 是  $LG_1^3$  和  $LG_1^{-3}$  光束叠加态的理论和实验光强分布图,可以看出外围有 2 层亮“花瓣”,每层 6 个,角向位置分别为  $0, 1/3\pi, 2/3\pi, \pi, 4/3\pi, 5/3\pi$ ,亮“花瓣”共 12 个。其余情况不再赘述。以此类推,当  $p$  相同,  $l$  互为相反数的两束高阶径向 LG 光束共轴叠加时,产生的复合涡旋光束的光强分布呈现多层亮“花瓣”分布的特点,且呈现左右对称分布。其光强分布为  $p+1$  层亮“花瓣”,每层  $|l_2-l_1|$  个,角向位置为  $\phi_k=k\pi/l, (k=0, \dots, |l_2-l_1|)$ ,亮“花瓣”数目共计  $(p+1)|l_2-l_1|$  个。随着  $p$  的增大,高阶径向 LG 光束叠加态的整体光斑直径逐渐增大,而最内层的亮“花瓣”直径逐渐减小。实验结果和数值模拟基本一致。

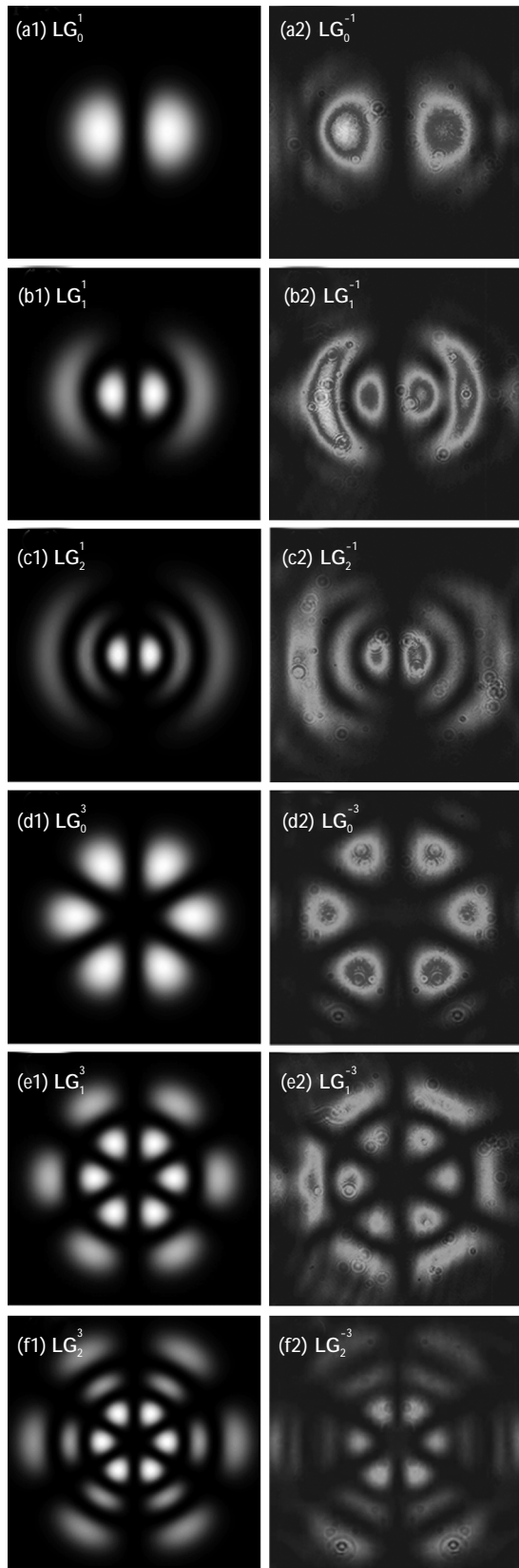
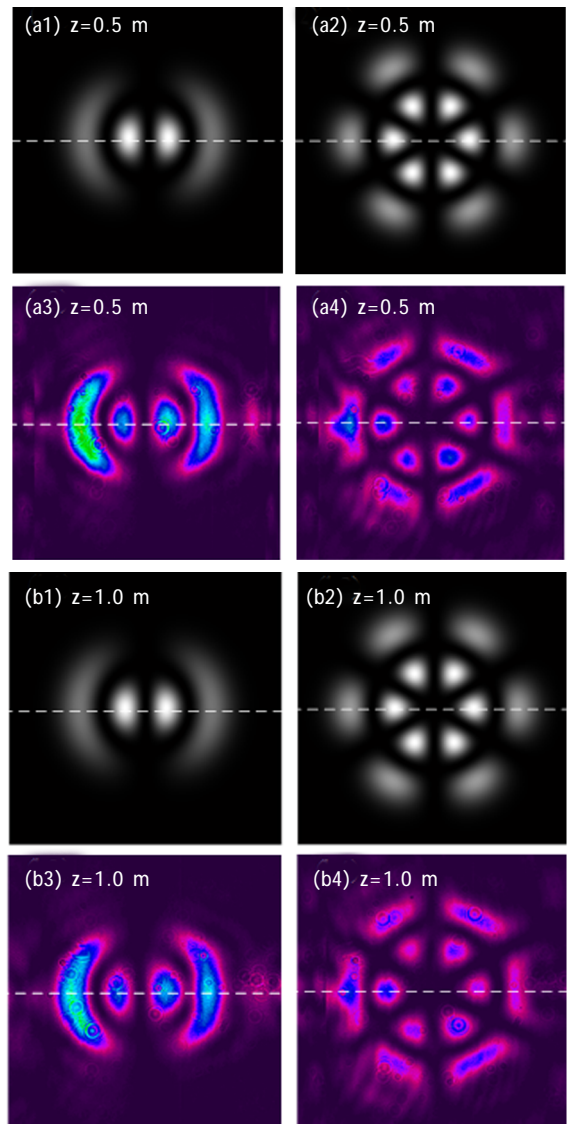


图 4 复合涡旋光束的理论和实验光强分布

Fig.4 Theoretical and experimental intensity distribution of composite vortex beams

为了研究两束高阶径向 LG 光束共轴叠加形成的复合涡旋光束的传播特性, 理论仿真计算了不同距离处复合涡旋光束的光强分布特性。计算参数: 束腰半径  $\omega_{01} = \omega_{02} = 1.0 \text{ mm}$ , 波长  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 。图 5 为不同传播距离下,  $\text{LG}_1^1$  和  $\text{LG}_1^{-1}$  光束叠加态、 $\text{LG}_2^3$  和  $\text{LG}_2^{-3}$  光束叠加态的光强分布特性。从图 5 可以看出, 随传播距离增加, 复合涡旋光束的光斑逐渐展宽, 是由于光束的衍射造成的。而且此时, 复合涡旋光束的光强分布不发生旋转, 这是因为径向指数相同、拓扑电荷数互为相反数的两束高阶径向 LG 光束的古伊相位刚好相反, 共轴叠加时会相互抵消为零, 由于没有产生额外相位, 所以并不会发生角向旋转。实验结果和数值模拟基本一致。



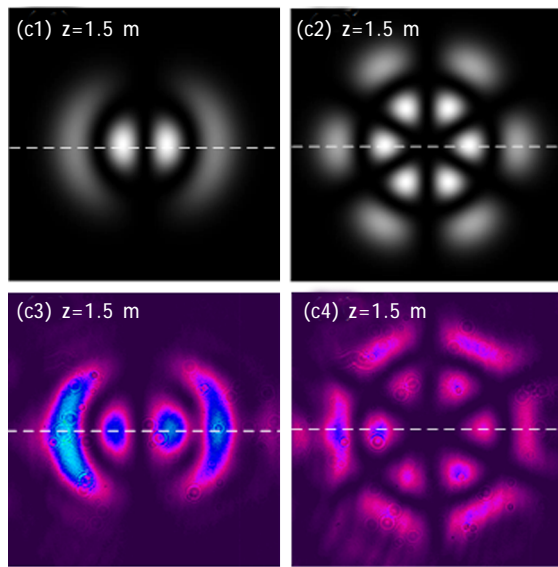


图 5 不同传播距离下复合涡旋光束的理论和实验光强分布  
Fig.5 Theoretical and experimental intensity distribution of composite vortex beams with different transmission distances

为了研究不同束腰半径对复合涡旋光束光强分布的影响,笔者分别以  $LG_1^1$  和  $LG_1^{-1}$  光束、 $LG_1^3$  和  $LG_1^{-3}$  光束共轴叠加而成的复合涡旋光束为研究对象。计算参数:传播距离  $z=1.5\text{ m}$ , 波长  $\lambda=632.8\text{ nm}$ 。

图 6 为不同束腰半径下,  $LG_1^1$  和  $LG_1^{-1}$  光束叠加态、 $LG_1^3$  和  $LG_1^{-3}$  光束叠加态的光强分布特性 (此时  $\omega_{01} \leq \omega_{02}$ ,  $\omega_{01}=1.0\text{ mm}$ )。观察图 6 易知,当  $\omega_{01} = \omega_{02}$  时,复合涡旋光束的光强分布呈左右对称,没有旋转“拖尾”现象;当  $\omega_{01} < \omega_{02}$  时,复合涡旋光束的光强分布顺时针旋转,且出现了逆时针旋转的“拖尾”现象。

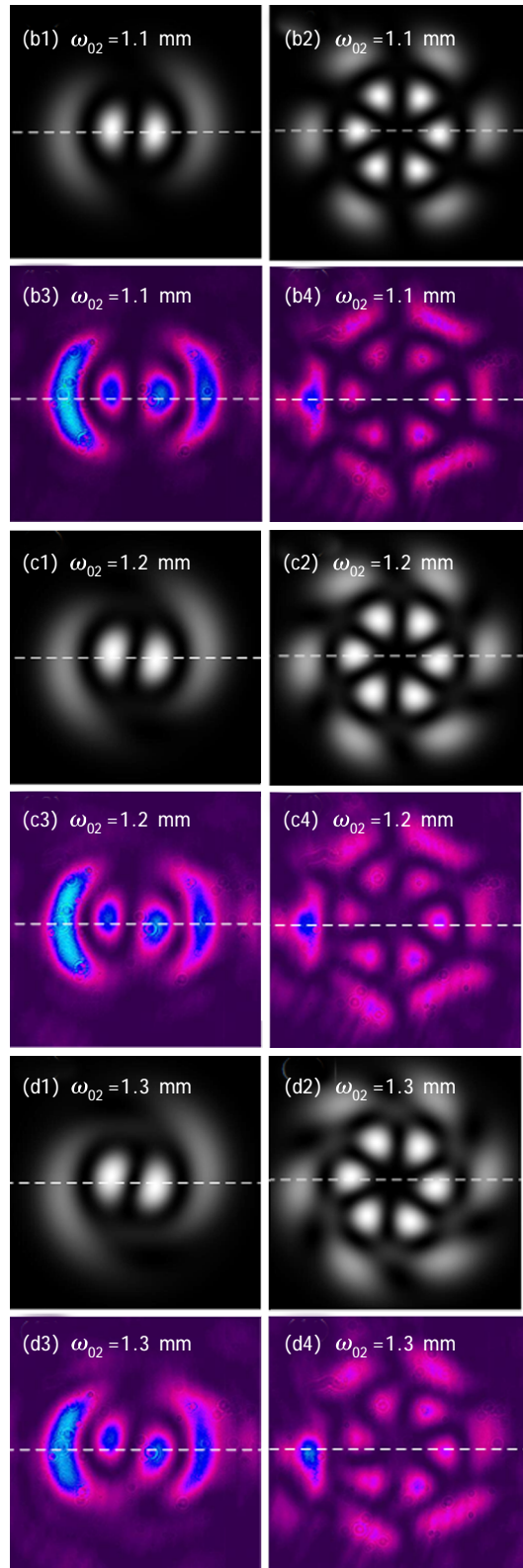
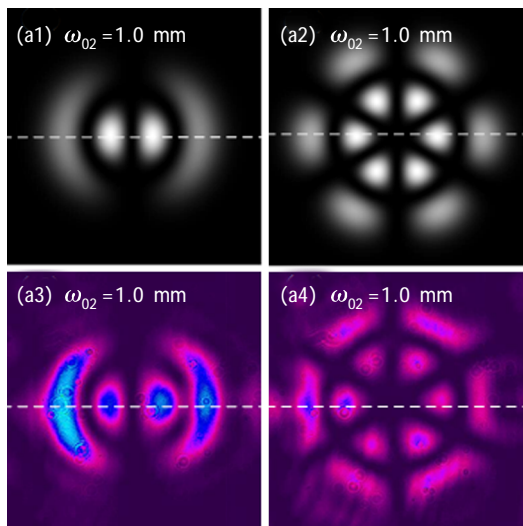


图 6 不同束腰半径下复合涡旋光束的理论和实验光强分布  
Fig.6 Theoretical and experimental intensity distribution of composite vortex beams with different waist radii

此外,束腰半径差距越大,旋转越明显。实验结

果和数值模拟基本一致。

图 7 为不同束腰半径下,  $LG_1^1$  和  $LG_1^{-1}$  光束叠加态、 $LG_1^3$  和  $LG_1^{-3}$  光束叠加态的光强分布特性(此时  $\omega_{01} \geq$

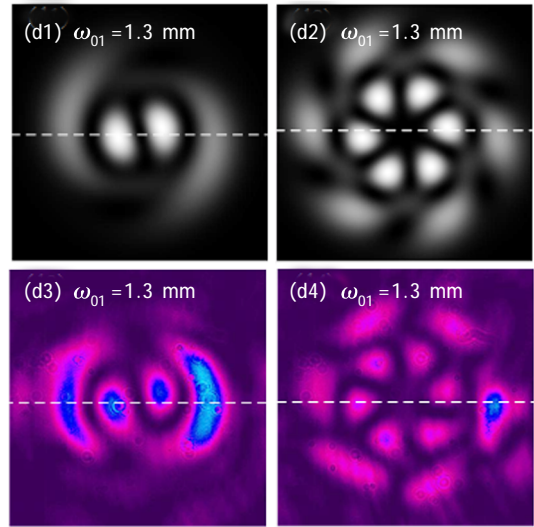
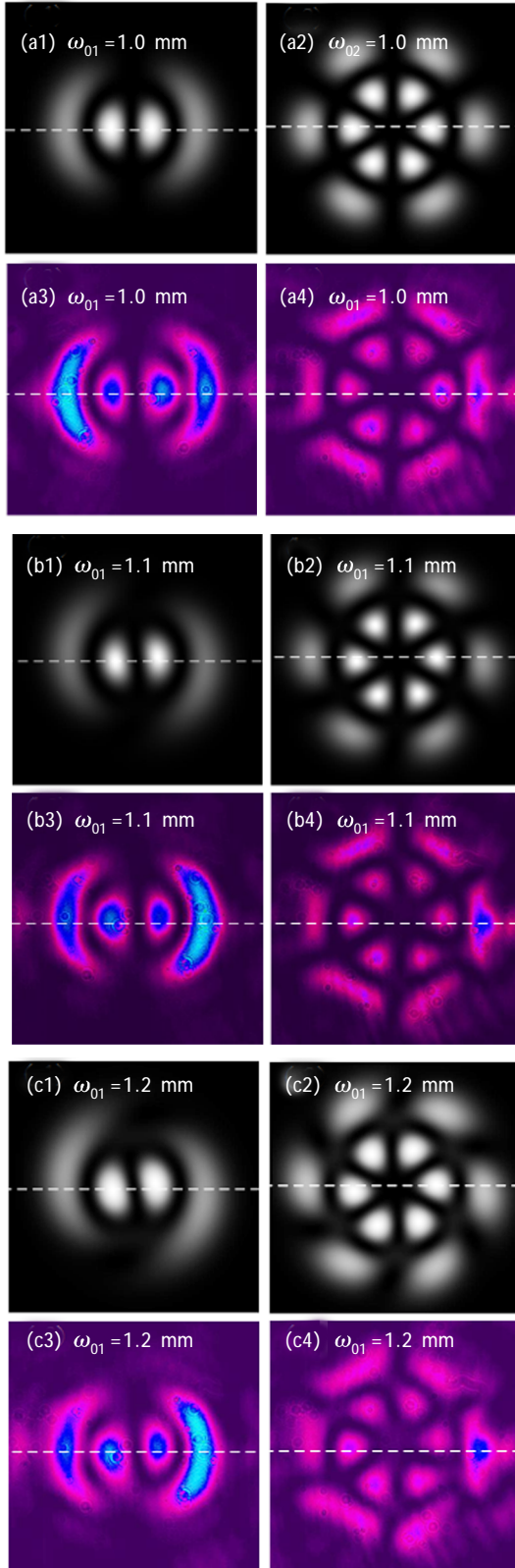


图 7 不同束腰半径下复合涡旋光束的理论和实验光强分布

Fig.7 Theoretical and experimental intensity distribution of composite vortex beams with different waist radii

$\omega_{02}, \omega_{02} = 1.0 \text{ mm}$ )。观察图 7 易知,当  $\omega_{01} = \omega_{02}$  时,复合涡旋光束的光强分布呈左右对称,没有旋转“拖尾”现象;当  $\omega_{01} > \omega_{02}$  时,复合涡旋光束的光强分布逆时针旋转,且出现了顺时针旋转的“拖尾”现象。此外,束腰半径差距越大,旋转越明显。实验结果和数值模拟基本一致。

对比图 6 和图 7 的仿真结果,可得到一种判别高阶径向 LG 光束拓扑电荷数正负的新方法。当观察到复合涡旋光束的光强分布顺时针旋转,且“拖尾”方向逆时针旋转时,可以判定束腰半径较大的光束拓扑电荷数为负,而另一束的拓扑电荷数为正;当观察到复合涡旋光束的光强分布逆时针旋转,且“拖尾”方向顺时针旋转时,可以判定束腰半径较大的光束拓扑电荷数为正,而另一束的拓扑电荷数为负。

实验结果与理论结果存在一定差异,尤其是不同束腰半径下的复合涡旋光束的实验光斑图与理论光斑图差异较大,分析原因有两点:一是 SLM 平面入射光不是标准的平面波,在边缘处呈高斯型分布,调制产生的高阶径向 LG 光束纯度与相位调制函数的束腰半径有关,所以产生的高阶径向 LG 光束叠加态的最外层亮斑“旋转拖尾”不明显。二是实验光路存在寄生干涉和微失谐,从而导致光强分布不均匀,有部分干涉背景现象发生。

## 4 结 论

文中利用拓扑电荷数互为相反数的两束高阶径向 LG 光束共轴叠加,产生了一种新型的复合涡旋光束,光强分布呈多层“花瓣”状光斑。从理论和实验研究了传播距离和束腰半径对其光强分布的影响。研究表明,当两束高阶径向 LG 光束的束腰半径相同时,随着传播距离的增加,共轴叠加形成的复合涡旋光束光强分布不发生旋转,有一定程度的衍射展宽现象,光强逐渐变弱。在传播距离一定,两束高阶径向 LG 光束的束腰半径不同时,复合涡旋光束的光斑发生旋转,并伴有“旋转拖尾”现象。当光强分布图顺时针旋转,“拖尾”方向逆时针旋转时,可以判定束腰半径较大的光束拓扑电荷数为负;当光强分布图逆时针旋转,“拖尾”方向顺时针旋转时,可以判定束腰半径较大的光束拓扑电荷数为正。实验结果与数值模拟结果一致,该研究结果对进一步拓展复合涡旋光束的应用范围提供了一定的实验依据。

### 参考文献:

- [1] Bu Jing, Zhang Lichao, Dou Xiujie, et al. Generation and application of optical vortices with arbitrary topological charges [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(6): 0634001. (in Chinese)
- [2] Gao Chunqing, Zhang Shikun, Fu Shiyao, et al. Adaptive optics wavefront correction techniques of vortex beams [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(2): 0201001. (in Chinese)
- [3] Arlt J, Dholakia K, Allen L, et al. The production of multiringed Laguerre-Gaussian modes by computer-generated holograms [J]. *Optica Acta International Journal of Optics*, 1998, 45(6): 1231-1237.
- [4] Xie G, Li L, Yan Y, et al. Performance metrics for a free-space communication link based on multiplexing of multiple orbital angular momentum beams with higher order radial indices[C]//Lasers and Electro-Optics. IEEE, 2015: 1-2.
- [5] Xie G, Ren Y, Yan Y, et al. Experimental demonstration of a 200 Gbit/s free-space optical link by multiplexing Laguerre-Gaussian beams with different radial indices [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(15): 3447.
- [6] Luo R, Li L, Cui W, et al. Experimental study of diode pumped rubidium amplifier for single higher-order Laguerre-Gaussian modes[J]. *Optics Express*, 2016, 24(12): 13351.
- [7] Noack A, Bogan C, Willke B. Higher-order Laguerre-Gaussian modes in (non-) planar four-mirror cavities for future gravitational wave detectors [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(4): 751.
- [8] Shi L, Li J, Tao T, et al. Rotation of nanowires with radially higher-order Laguerre-Gaussian beams produced by computer-generated holograms [J]. *Applied Optics*, 2012, 51(26): 6398-6402.
- [9] Naidoo D, Ait-Ameur K, Brunel M, et al. Intra-cavity generation of superpositions of Laguerre-Gaussian beams[J]. *Applied Physics B*, 2012, 106(3): 683-690.
- [10] Huang S, Miao Z, He C, et al. Composite vortex beams by coaxial superposition of Laguerre-Gaussian beams [J]. *Optics & Lasers in Engineering*, 2016, 78: 132-139.
- [11] Vaity P, Singh R P. Self-healing property of optical ring lattice[J]. *Optics Letters*, 2011, 36(15): 2994-2996.
- [12] Li X, Tai Y, Lv F, et al. Measuring the fractional topological charge of LG beams by using interference intensity analysis [J]. *Optics Communications*, 2015, 334(1): 235-239.
- [13] Ke Xizheng, Xu Junyu. Interference and detection of vortex beams with Orbital Angular Momentum [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(9): 0905003. (in Chinese)
- [14] Ando T, Matsumoto N, Ohtake Y, et al. Structure of optical singularities in coaxial superpositions of Laguerre-Gaussian modes [J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2010, 27(12): 2602-2612.
- [15] Ito H, Matsumoto N, Fukuchi N, et al. Universal generation of higher-order multiringed Laguerre-Gaussian beams by using a spatial light modulator [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(11): 1411-1413.