

自由空间光通信中的 CRC-LT 编码性能研究

曹 阳,任发韬,彭小峰*,张 勋,陈 果

(重庆理工大学 电气与电子工程学院,重庆 400054)

摘 要: LT 码是一种无码率的线性分组码,具有很强的信道适应性和低复杂度。文中提出一种 CRC 码与 LT 码级联的编码方案(CRC-LT 码),CRC-LT 码通过调整译码开销来保证 FSO 系统的可通率和使 LT 码在 FSO 系统中获得的编码增益。通过建立分析模型,推导出在给定信道条件下的数据恢复率。最后,利用 Gamma-Gamma 信道模型进行 CRC-LT 码的编译码过程仿真,并给出数据恢复率与信道条件、信噪比和译码开销的关系,以及 FSO 系统的误码率。仿真结果表明,CRC-LT 码在牺牲一定译码开销后能够获得更高的编码增益,有效保证 FSO 系统的可通率。

关键词: LT 码; CRC-LT 码; FSO; 可通率; 数据恢复率

中图分类号: TN911.22 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201847.1122003

Research on CRC-LT coding performance in free space optical communication

Cao Yang, Ren Fatao, Peng Xiaofeng*, Zhang Xun, Chen Guo

(School of Electrical and Electronic Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract: Luby transform (LT) code is a rateless linear code, which has good channel adaptability and low complexity. A concatenated coding scheme of CRC code and LT code (CRC-LT code) was proposed to ensure the reliability of FSO system and improve the coding gain of LT code in FSO system by adjusting overhead. A new analytic model was developed to derive the data restoration probability with given conditions of channel. Finally, simulation experiments were performed over Gamma-Gamma channel model, and the relationships among data restoration probability, channel condition, SNR and overhead were given. The results show that CRC-LT code has better coding gain and can effectively enhance the reliability of the FSO system by increasing overhead.

Key words: LT code; CRC-LT code; FSO; reliability; data restoration probability

收稿日期:2018-06-05; 修订日期:2018-07-03

基金项目:国家自然科学基金(61205106);博士后科学基金(2014M552329);重庆市教委基金(KJ120827);
重庆市教委科学技术研究项目(KJ1500934, KJ1709205)

作者简介:曹阳(1977-),男,副教授,博士后,主要从事光通信方面的研究。Email:caoyang@cqut.edu.cn

通讯作者:彭小峰(1980-),男,实验师,硕士,主要从事无线激光通信方面的研究。Email:pxf@cqut.edu.cn

0 引言

自由空间光通信 (Free Space Optical communication, FSO) 由于具备诸多优点, 如高数据速率、高安全性、高带宽、免授权频谱、快速部署能力和低功耗等, 已经成为解决现有射频通信中存在问题的—种最具前景、高效的技术^[1]。但是, 大气信道中存在的大气湍流效应会使传输的激光信号产生幅度和相位的随机起伏, 影响了 FSO 通信质量, 可能会导致 FSO 通信链路中断^[2]。

为克服大气湍流效应对 FSO 的影响, 人们提出了多种技术, 如分集、多跳中继、信道编码等。其中, 信道编码技术无需改变现有的 FSO 系统结构, 是最为经济的方法, 因而受到国内外的广泛关注。Jun Ao 等对 LDPC 码进行优化, 在开关键控强度 (On-off keying, OOK) 调制下进行性能仿真^[3]; 何小梅等人推导了 FSO 中 RS 编码系统的平均误码率, 并与 Turbo 编码系统的性能进行比较^[4]。相比于固定码率的传统信道编码, 喷泉码由于其无码率特性, 能够针对大气信道实施自适应传输^[5], 且 LT (Luby Transform) 码是第一种可实际应用的喷泉码。Jeff C 等证实了喷泉码由于无码率特性可自适应于衰落信道, 并且性能优于固定码率编码^[6]; Andò A 等人提出了时间相关信道模型, 并分析了 LT 码对 FSO 系统误码性能的改善, 证实了 LT 码能够有效消除由光强闪烁引起的码元错误^[7]; Prakash G 等研究 FSO 在 Gamma-Gamma 信道下采用 LT 码的误码率^[8]; 也比较 LT 码与 ARQ 机制对 FSO 的性能改善, 证实了 LT 码与 ARQ 机制相比, 能够节省发射功率, 提高系统吞吐量^[9]。但是 LT 码的特点在于恢复离散数据而非获取

信道编码增益, 置信传播译码时, 会产生误码扩散, 这限制了 LT 码在 FSO 系统中获得的编码增益, 降低了 FSO 系统的可通率。因此, 必须将纠错性能良好的传统编码与 LT 码级联, 以提高 FSO 系统的编码增益和可通率。

为改善基于 LT 码的 FSO 系统在 Gamma-Gamma 信道下获取的编码增益和可通率, 文中提出—种 CRC (Cyclic Redundancy Check) 码与 LT 码级联的信道编码方案, 简称 CRC-LT 码。首先, 基于假设条件, 给出了基于 CRC-LT 码的 FSO 系统模型和 Gamma-Gamma 大气湍流信道模型, 然后理论推导出 CRC-LT 码在 Gamma-Gamma 信道模型下采用 OOK 调制时的数据恢复率, 即基于 CRC-LT 码的 FSO 系统的可通率。最后, 在 Gamma-Gamma 信道模型下进行仿真, 分析各信道参数与数据恢复率的关系, 并对 CRC-LT 码与 LT 码的性能进行比较。

1 系统模型和空间光信道模型

1.1 FSO 系统模型

基于 CRC-LT 码的 FSO 系统结构如图 1 所示。根据 LT 码的编码原理, 二进制数据信息被分成 n 组, 每组 k bit; 再分别对各个组进行 CRC 校验编码, 即在每个分组后面增加一位校验信息, 形成 n 组信息, 每组 $(k+l)$ bit; 再进行 LT 码编码形成 $m \times (k+l)$ bit 信息; 然后所有 $m \times (k+l)$ bit 信息经 OOK 调制后, 由光学天线发射出去, 经过大气信道传输, 发出的光信号被光学接收天线接收, 并送往光电探测器进行光电转换, 然后将接收到的信息进行 CRC 校验, 正确的编码包则送入 LT 码译码器, 错误的编码包则删除, 经 LT 码译码器译码恢复原始信息。因为多个满足 CRC 校

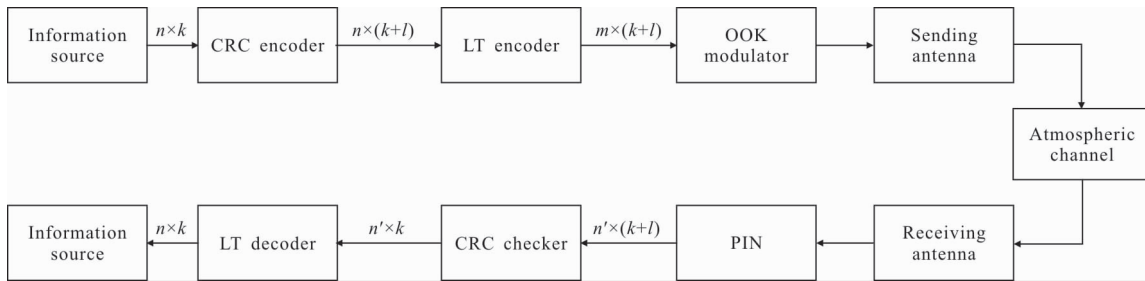


图 1 FSO 系统编码模型

Fig.1 FSO system coding model

验的信息进行异或运算得到的信息依然满足 CRC 校验,所以译码时,先进行 CRC 检验对译码并无影响,反而降低了译码复杂度。

1.2 大气信道模型

根据湍流强度的不同,有多种不同的统计模型来描述大气激光传输信道模型,一般在弱湍流条件下,光强起伏的概率密度函数服从对数正态^[10],在强湍流条件下,光强起伏的概率密度函数服从指数分布^[11]。但是上述模型都有各自的局限性,而 Gamma-Gamma 分布适用于各种湍流情况。

Gamma-Gamma 模型的光强起伏的概率密度函数为^[12]:

$$f_I(I) = \frac{2(\alpha\beta)^{(\alpha+\beta)/2}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} I^{\alpha+\beta-2/2} K_{\alpha-\beta}(2\sqrt{\alpha\beta I}), I>0 \quad (1)$$

式中: I 为信号强度; Γ 为伽马函数; $K_{\alpha-\beta}$ 为修正的第二类贝塞尔函数,阶次为 $\alpha-\beta$; α 与 β 为概率密度函数的参数,可通过以下公式和通信链路参数计算得到。

$$\alpha^{-1} = \left[\exp\left(\frac{0.49\delta^2}{(1+0.18d^2+0.56\sigma^{12/5})^{7/6}}\right) - 1 \right]$$

$$\beta^{-1} = \left[\exp\left(\frac{0.51\delta^2(1+0.69\delta^{12/5})^{-5/6}}{(1+0.9d^2+0.62d^2\sigma^{12/5})^{5/6}}\right) - 1 \right] \quad (2)$$

式中: $d = \sqrt{kD^2(4L)}$, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长, L 为通信距离, D 是光学接收天线的接收孔径; σ^2 表示 Rytov 方差,即 $\sigma^2 = 1.23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$, C_n^2 为大气结构常数,其取值范围是 $10^{-17} \sim 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 对应于弱湍流到强湍流。参考文献[13]相关公式推导可得 OOK 调制下 FSO 系统的误码率表达式为:

$$P_e = \frac{2^{\alpha+\beta-3}}{\pi^{3/2}\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} G_{5,2}^{2,4} \left[\left(\frac{2}{\alpha\beta}\right)^2 \mu \left| \frac{1-\alpha}{2}, \frac{2-\alpha}{2}, \frac{1-\beta}{2}, \frac{2-\beta}{2}, 1 \right|, 0, \frac{1}{2} \right] \quad (3)$$

式中: $G_{p,q}^{m,n}[\cdot]$ 为 Meijer G 函数。

2 CRC-LT 码性能分析

2.1 CRC 校验原理

循环冗余校验码(Cyclic redundancy check code, CRC)是一种系统的缩短循环码,它只能检错,而不能纠错。但是它具有良好的检错性能,所以被广泛应用于帧校验。CRC 码的结构如图 2 所示。

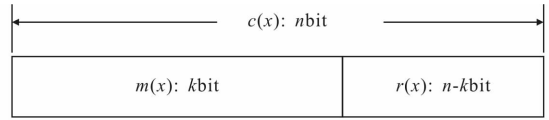


图 2 CRC 码的结构图

Fig.2 Structure diagram of CRC code

在图 2 中, $m(x)$ 的 k 个系数对应 k 个信息位, $r(x)$ 的 $(n-k)$ 个系数对应 $(n-k)$ 个校验位,整个 $c(x)$ 就是一个码字。 $m(x)$ 为 $(k-1)$ 次多项式, $r(x)$ 为 $(n-k-1)$ 次多项式, $c(x)$ 为 $(n-1)$ 次多项式, $g(x)$ 为 $(n-k)$ 次的生成多项式。

编码时,发送端把长度为 k 的原始数据表示成二进制多项式 $m(x)$, $m(x)$ 首先与 x^{n-k} 相乘,然后再被 $g(x)$ 整除,得到长度为 $n-k$ 的余式 $r(x)$,即:

$$r(x) = (m(x) \cdot x^{n-k}) \bmod g(x) \quad (4)$$

校验时,如果接收码字 $c'(x)$ 可以被生成多项式 $g(x)$ 整除,则 $c'(x) = c(x)$; 否则 $c(x)$ 在传输过程中出错。错误码字能够通过 CRC 校验的概率非常低,例如:采用 16 位的 CRC 校验函数,其检错率达到 99% 以上^[14]。

2.2 CRC-LT 码的数据恢复率

LT 码的编译码原理可以参照参考文献[15],其编译码过程可以用矩阵来描述。编码时,输出编码包的包头包含所选信源符号的位置信息,其在生成矩阵 $G(m \times n)$ 中表现为:所选信源符号的对应位置为 1,其他未选符号的对应位置为 0。译码时,若接收到的矩阵 $G'(G' \subset G)$ 的秩为 n ,则能够成功译码。

对于一个给定的随机二进制矩阵 $G_R(m \times n)$,其为满秩的概率为:

$$P_{R(m,n)} = \prod_{i=1}^n (1 - 2^{i-1-m}) \quad (5)$$

矩阵 $G_R(m \times n)$ 中某一行行为非零向量的概率为:

$$P_{NR} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (6)$$

那么矩阵 $G_R(m \times n)$ 所有行为非零向量的概率为:

$$P_{NM} = (P_{NR})^m = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^m \quad (7)$$

即使矩阵 G_R 包含一行或更多行的零向量,它依然有可能为满秩矩阵。但是 LT 码编码过程中不会生成度为 0 的编码包,因此要排除矩阵 G_R 中存在零

向量的可能。当矩阵 G_R 具有一行或多行零向量时，仍为满秩的概率为：

$$P_{R(m,n),ZR} = \sum_{j=1}^{m-n} P_{R(m,n),ZR=j} \quad (8)$$

$$P_{R(m,n),ZR=k} = \binom{m}{k} \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]^{m-k} \left(\frac{1}{2} \right)^{nk} P_{R(m-k,n)}, k \leq (m-n) \quad (9)$$

公式(9)为矩阵 G_R 包含 k 行零向量时，仍为满秩的概率。根据公式(5)和公式(8)推导得到矩阵 G_R 在不含零向量时为满秩的概率：

$$P_{R(m,n)} - P_{R(m,n),ZR} = \prod_{i=1}^n (1 - 2^{i-1-m}) - \sum_{k=1}^{m-n} \binom{m}{k} \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]^{(m-k)} \left(\frac{1}{2} \right)^{nk} \prod_{i=1}^n (1 - 2^{i-1-(m-k)}) \quad (10)$$

因此，矩阵 $G(m \times n)$ 为满秩的概率为：

$$P_{R(m,n)|NM} = \frac{P_{R(m,n)} - P_{R(m,n),ZR}}{P_{NM}} \quad (11)$$

设 n 为信源符号数， m 为输出编码包数， μ 为编码包删除概率，则在接收端 LT 码译码器能够成功恢复原始信息的概率为：

$$P_{res}^{(m,n)} = \sum_{h=0}^{m-n} P_{R(m+h,n)|NM} \binom{m}{n+h} \mu^{m-n-h} (1-\mu)^{n+h} \quad (12)$$

选择 CRC 码作为级联码，可以最大程度地避免误判，从而避免误码扩散的发生。错误码字能够通过 CRC 码校验的概率非常低，因而 CRC 码校验器可以近似地被认为是一个无错的判决系统。因此，LT 码的译码器对应的信道环境可以近似地等效于删除信道。此时，在 CRC-LT 码系统中，编码包的删除概率等价于编码包的错误概率。

$$\mu = 1 - (1 - P_e)^k \quad (13)$$

式中： k 为编码包的长度； P_e 为 OOK 调制下 FSO 系统的误码率。将公式(13)代入公式(12)得到 CRC-LT 码在 Gamma-Gamma 信道下的数据恢复率：

$$P_{res} = \sum_{h=0}^{m-n} P_{R(n+h,n)|NM} \binom{m}{n+h} (1 - (1 - P_e)^k)^{m-n-h} (1 - P_e)^{k(n+h)} \quad (14)$$

3 仿真结果及分析

为了验证文中提出的 CRC-LT 码在 FSO 中的性能和数据恢复率公式，在 Gamma-Gamma 信道模型下，针对 FSO 系统性能进行了仿真。仿真参数设计为：选用 16 位的 CRC 码，RSD 分布中的参数 c 和 δ 分别取 0.5 和 0.03， n 取 1 000， m 取 1 200，编码包长

k 分别取 120、180、250 bit，激光器功率为 1 mW，波长 $\lambda=1 550$ nm，调制方式为 OOK 调制，大气结构常数 C_n^2 取 $C_n^2=5.36 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、 $C_n^2=1.78 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 和 $C_n^2=5.00 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 分别对应弱湍流、中湍流和强湍流，传输距离 L 分别取 500、1 000、1 500 m，CRC-LT 码的数据恢复率通过公式(14)计算得到，仿真数据则通过对 1 000 次仿真取平均值获得。

图 3 为 $k=250$ bit， $L=500$ m 时，在不同湍流强度下，CRC-LT 码的数据恢复率与 SNR 的关系。从图 3 可以看出，在 SNR 较低时，数据恢复率几乎为 0，但是当 SNR 增加到一定值时，数据恢复率会出现跃变，而且湍流强度越小，其产生跃变所需的 SNR 越低，弱湍流时，数据恢复率在 SNR 为 20~22 dB 间产生跃变；而强湍流时，则在 44~46 dB 间产生跃变。湍流越强，CRC-LT 码恢复数据所需的 SNR 越大。

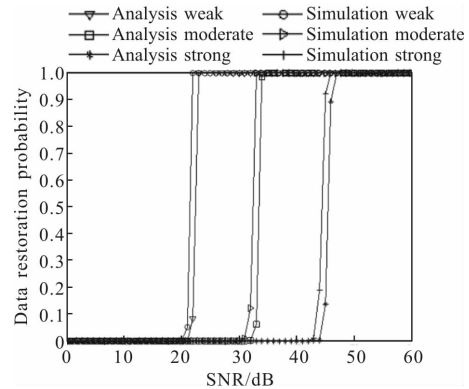


图 3 不同湍流下数据恢复率与 SNR 的关系

Fig.3 Data restoration probability vs SNR under different turbulence

图 4 为 $k=250$ bit， $C_n^2=5.36 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时，在不同

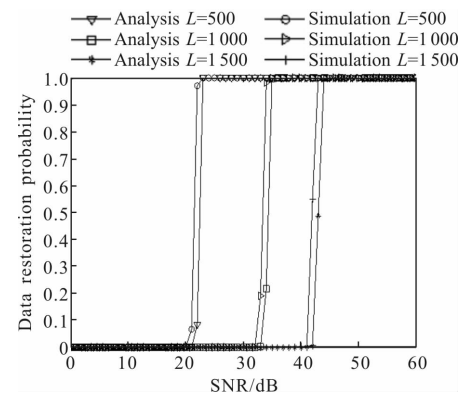


图 4 不同距离下数据恢复率与 SNR 的关系

Fig.4 Data restoration probability vs SNR under different distance

传输距离下,CRC-LT 码的数据恢复率与 SNR 的关系。从图 4 可以看出,当 SNR 增加到一定值时,数据恢复率会出现跃变,随着传输距离的增加,产生跃变所需的 SNR 就越大。在传输距离 $L=500\text{ m}$ 时,数据恢复率在 SNR 为 21~23 dB 间产生跃变;传输距离增加到 1 500 m 时,数据恢复率则在 SNR 为 41~43 dB 间产生跃变。通信距离越远,CRC-LT 码恢复数据所需的 SNR 越大。

图 5 为 $C_n^2=5.36\times 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$, $L=500\text{ m}$, 编码包长 k 分别为 120、180、250 bit 时,CRC-LT 码数据恢复率与 SNR 的关系。从图 5 中可以看出,不同包长的数据恢复率均随着 SNR 的增大而提高,包长越长,产生跃变所需的 SNR 就越大。如:包长 l 为 120 bit 和 250 bit 时,数据恢复率分别在 19~21 dB 和 21~23 dB 间产生跃变。图 5 表明包长越长,在相同条件下,CRC-LT 码的数据恢复率就越低。这主要由于包长越长,编码包在传输过程中就越容易产生错误,导致接收端需要接收更多的编码包才能进行译码。结合图 3~5 可以看出,实际仿真结果略优于理论分析,这是由于仿真时,LT 码的生成矩阵由 RSD 度分布生成,造成生成矩阵的不均匀度分布和 CRC 码校验时存在漏检的情况,所以才导致仿真结果略优于理论分析。

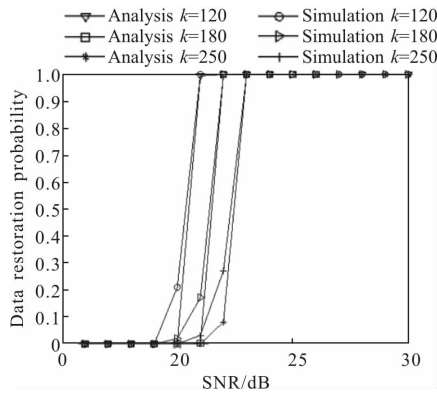


图 5 不同包长时数据恢复率与 SNR 的关系

Fig.5 Data restoration probability vs SNR for different code length

图 6 为 $C_n^2=5.36\times 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$, $L=500\text{ m}$, $k=120\text{ bit}$, $\text{SNR}=25\text{ dB}$ 时,LT 码与 CRC-LT 码两者数据恢复率与译码开销间的关系。从图 6 易知:(1) 随着译码开销的增加,LT 码的译码成功率先迅速上升,再缓慢增长到 1, 而 CRC-LT 码的译码成功率则是先缓慢上

升,再快速增加,最后平稳增长到 1;(2) 在 $n=1\ 000$ 时,LT 码的译码成功率在译码开销为 0~0.005 间从 0.28 左右迅速增加到 0.95 左右,之后在译码开销为 0.005~0.01 间增长到 1, 而 CRC-LT 码的译码成功率在译码开销为 0~0.01 间几乎为 0, 然后在译码开销为 0.01~0.03 间增长到 0.9 左右,之后在译码开销为 0.03~0.04 间上升到 1;(3) n 的取值越大,在相同译码开销的情况下,LT 码与 CRC-LT 码的译码成功率均略有提高,如 n 为 1 000 和 2 000 时,译码开销为 0.03 时,CRC-LT 码的译码成功率分别约为 0.9 和 0.98, 而 LT 码的译码成功率在译码开销为 0.005 时分别约为 0.94 和 0.99。增加译码开销,可以有效提高 CRC-LT 码数据恢复率

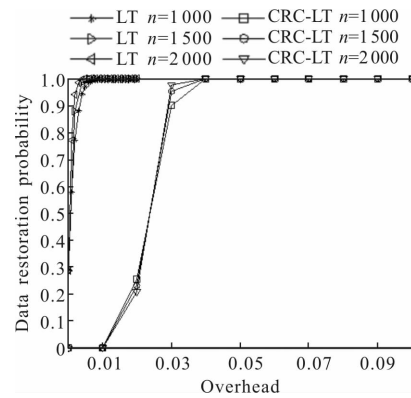


图 6 LT 码与 CRC-LT 码的数据恢复率与译码开销的关系

Fig.6 Data restoration probability of LT code and CRC-LT code vs overhead

图 7 为 $C_n^2=5.36\times 10^{-14}\text{ m}^{-2/3}$, $L=500\text{ m}$, $k=120\text{ bit}$ 时,LT 码与 CRC-LT 码两者误码率与 SNR 的关系。从图 7 易知:(1) CRC-LT 码的纠错性能较 LT 码有

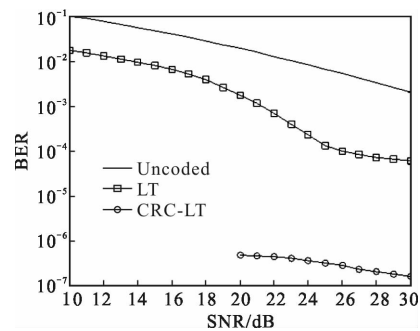


图 7 LT 码与 CRC-LT 码的 BER 与 SNR 的关系

Fig.7 BER vs SNR of LT code and CRC-LT code

很大提升,如: $\text{SNR}=20\text{ dB}$ 时,CRC-LT 码的系统误

码率约为 5×10^{-6} , LT 码则为 1.5×10^{-3} ; (2) 两者误码率均随 SNR 的增加而降低, LT 码误码率的下降趋势较大, 且出现误码平台现象, 而 CRC-LT 码的下降趋势较为平稳, 一直低于 10^{-6} , 但是, CRC-LT 码在 SNR 低于 20 dB 时, 译码失败。结合图 6 和图 7 分析, LT 码虽然以较小的译码开销实现成功译码, 但是其编码增益较低; CRC-LT 码较 LT 码能够获得更多的编码增益, 却是以牺牲译码开销为代价的。如在弱湍流、SNR 为 25 dB 时, CRC-LT 码较 LT 码的译码开销多出 0.035 左右。

通过上述分析, 湍流强度、通信距离、编码包长度和 SNR 均会对 CRC-LT 码的数据恢复率产生影响, 可根据信道参数利用公式(14)来动态调整发送编码包的数目以保证 FSO 系统可通率。

4 结论

文中提出了 CRC 码与 LT 码级联的 CRC-LT 码, 并推导出了 CRC-LT 码在 Gamma-Gamma 信道模型下采用 OOK 调制时的数据恢复率公式, 通过公式推演表明通过增加译码开销, CRC-LT 码可以提高 FSO 系统的可通率。仿真结果表明: LT 码的译码开销小于 CRC-LT 码, 但是 CRC-LT 码能够获得良好的纠错性能, 如在 $C_n^2 = 5.36 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, SNR $\in (20, 30)$ 时, 基于 CRC-LT 码的 FSO 系统误码率始终低于 10^{-6} ; 增加译码开销, 基于 CRC-LT 码的 FSO 系统可通率也随之提高, 如在 $C_n^2 = 5.36 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $L = 500 \text{ m}$, $k = 120 \text{ bit}$, $\text{SNR} = 25 \text{ dB}$, $k = 1000$ 时, 系统可通率在译码开销 0.01~0.04 间逐渐提高。因此, CRC-LT 码从误码率和可通率两方面保证了系统的可靠性。

文中为 FSO 系统设计提供了有价值的参考, 如 $C_n^2 = 5.36 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $L = 500 \text{ m}$, $k = 120 \text{ bit}$, $k = 1000$ 时, 要保证系统误码率达到 10^{-6} 和可通率达到 99%, 则信噪比必须达到 20 dB 左右。当前, FSO-MIMO 已成为克服光强起伏的研究热点, 下一步的工作是将 CRC-LT 码应用到 FSO-MIMO 系统中。

参考文献:

[1] Wu Junpeng, Liu Quan, Yu Lintao. Performance analysis of partially coherent optical communication system in Gamma-Gamma atmospheric turbulence [J]. *Infrared and Laser*

Engineering, 2017, 46(3): 0322004. (in Chinese)

- [2] Wang Yi, Yang Shuai, Ma Jing, et al. Performance analysis of coherent OFDM system in free space optical communication [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(7): 0722003. (in Chinese)
- [3] Ao J, Liang J W, Ma C B, et al. Optimization of LDPC codes for PIN-based OOK FSO communication systems [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2017, 29(9): 727-730.
- [4] He Xiaomei, Li Xiaofeng, Zhang Dongyun, et al. Performance for efficient error correction coding in wireless optical communication [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, 37(12): 2427-2429. (in Chinese)
- [5] Lu M, Liu L Y, Hranilovic S. Raptor-coded free-space optical communications experiment [J]. *IEEE Journal of Optical Communications and Networking*, 2016, 8(6): 398-407.
- [6] Jeff Castura, Mao Yongyi. Rateless coding over fading channels [J]. *IEEE Communications Letters*, 2006, 10(1): 46-48.
- [7] Andò A, Mangione S, Curcio L, et al. Rateless codes performance tests on terrestrial FSO time-correlated channel model [C]//2012 International Workshop on Optical Wireless Communications (IWOW), 2012: 1-3.
- [7] Prakash G, Kulkarni M, Sripathi U, et al. Performance analysis of free space optical links encoded using Luby transform codes [C]//International Conference on Communication, Information & Computing Technology, 2012: 19-20.
- [8] Prakash G, Nayakm A, Muralidhar K, et al. On the improved performance of Luby transform codes over selective repeat ARQ in turbulent free space optical links [C]//IEEE 16th International Conference on Computational Science and Engineering, 2013: 1195-1200.
- [9] Yang Guowei, Li Zhipeng, Bi Meihua, et al. Channel modeling and performance analysis of modulating retroreflector FSO systems under weak turbulence conditions [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(2): 7902610.
- [10] Dima Bykhovsky. Simple generation of Gamma, Gamma-Gamma, and K distributions with exponential autocorrelation function [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, 34(9): 2106-2110.
- [11] Haitham S Khallaf, Hossam M H Shalaby, José M Garrido-Balsells, et al. Performance analysis of a hybrid QAM-MPPM technique over turbulence free and Gamma-Gamma free-space optical channels [J]. *IEEE/OSA Journal of*

- Optical Communications and Networking*, 2017, 9(2): 161–171.
- [12] Han Liqiang, Wang Qi, Shida Katsunori. Performance of free space optical communication over gamma-gamma atmosphere turbulence [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(7): 1318–1322. (in Chinese)
- [13] Xing Yanling, Pei Yukui, Ge Ning. LT coding and decoding algorithm with error detection and tolerance ability [J]. *Journal of Tsinghua University (Sci & Technol)*, 2013, 53(7): 931–935. (in Chinese)
- [14] Luby M. LT codes [C]//Proceedings of 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS), 2002: 271–280.