

## 基于阵列激光导星的自适应光学波前探测数值仿真

罗瑞耀<sup>1,2</sup>, 王红岩<sup>2</sup>, 宁 禹<sup>2</sup>, 丁 枫<sup>1</sup>, 万国新<sup>1</sup>, 许晓军<sup>2</sup>

(1. 中国人民解放军 95835 部队, 新疆 马兰 841700;

2. 国防科技大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 为克服当前波前探测技术存在的固有问题, 提出了一种基于阵列激光导星(Laser Guide Star, LGS) 的自适应光学系统。该系统可以有效消除聚焦非等晕效应的影响从而提高系统的波前探测精度, 由此大幅度增大激光导星自适应光学系统的大气湍流探测范围, 从而降低自适应光学系统对导星亮度的要求。阐释了该系统的闭环工作过程, 并依据其工作过程建立仿真模型, 数值仿真了该系统基于阵列激光导星的波前探测过程。最后对重构波前精度进行评估, 分析了仿真存在的误差。数值仿真结果显示: 该系统的波前重构精度较好, 校正残差为 11%, 初步验证了利用阵列激光导星进行波前探测的可行性。

**关键词:** 阵列激光导星; 数值仿真; 自适应光学; 波前探测

**中图分类号:** TN248, TN223 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1111003

## Numerical simulation of array laser guide star based adaptive optics wavefront sensing

Luo Ruiyao<sup>1,2</sup>, Wang Hongyan<sup>2</sup>, Ning Yu<sup>2</sup>, Ding Feng<sup>1</sup>, Wan Guoxin<sup>1</sup>, Xu Xiaojun<sup>2</sup>

(1. No.95835 Unit of PLA, Malan 841700, China;

2. College of Opto-Electric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A kind of array laser guide star (LGS) based adaptive optics (AO) system was independently proposed in purpose to overcome inherent problems in current wavefront sensing techniques. It can effectively eliminate focus anisoplanatism and improve its own wavefront sensing accuracy, drastically widen the scope of atmospheric turbulence that a LGS AO system can detect, and lower the requirement of an AO system for the brightness of LGSs. Its closed-loop working process was interpreted. Based on this working process, its simulation model was built and its wavefront sensing process was numerically simulated based on array LGS. At last, the accuracy of wavefront reconstruction was estimated and the errors of simulation was analyzed. Simulation results have shown that the accuracy of wavefront reconstruction is favorable and residual correction error is 11%, which invalidates the feasibility of using array LGS for wavefront sensing.

**Key words:** array laser guide star; numerical simulation; adaptive optics; wavefront sensing

收稿日期: 2018-06-10; 修订日期: 2018-07-20

基金项目: 国家自然科学基金(61505257)

作者简介: 罗瑞耀(1992-), 男, 助理工程师, 硕士, 主要从事新型激光技术方面的研究。Email: luoruiyao@163.com

通讯作者: 万国新(1980-), 男, 高级工程师, 硕士, 主要从事新型激光技术方面的研究。Email: lovekeke\_0727@163.com

王红岩(1979-), 男, 副研究员, 硕士生导师, 博士, 主要从事新型激光技术方面的研究。Email: wanghongyan@nudt.edu.cn

## 0 引言

由于大气湍流会对大气折射率产生随机扰动,光波在大气湍流中传输时其振幅和波前相位都会发生随机起伏。这两种扰动都会使大口径地基光学望远镜的成像变得模糊,其中光束波前相位的随机起伏对成像质量的影响更为严重<sup>[1]</sup>。1983年,W. Happer<sup>[2]</sup>以及1985年法国天文科学家 Foy 和 Labeyrie<sup>[3]</sup>分别独立提出的激光导星自适应光学(Laser Guide Star Adaptive Optics, LGS AO),并有效克服了大气湍流的干扰,使大口径地基光学望远镜实现了近衍射分辨率的成像<sup>[4]</sup>。

LGS AO 中最为关键的步骤为波前探测,只有精确测量大气湍流引起的波前畸变,才能实现有效的波前校正。然而传统的 LGS AO 在波前探测中依然存在着三大固有问题:(1) LGS 被激发于 90~100 km 的钠层,而并非位于地基望远镜的无穷远处,这导致波前探测出现聚焦非等晕误差<sup>[5]</sup>。虽然相较于仅有 10 km 高的瑞利导星,LGS 已经将聚焦非等晕效应有效降低,但并未完全克服这个固有问题;(2) 受角度非等晕效应<sup>[6]</sup>限制,单颗 LGS 波前探测的范围很小,这导致传统 LGS AO 能够校正的视场角受限,从而难以应用于校正如太阳、月亮这类大视场角外太空目标的成像;(3) 由于钠层中的 Na 原子密度很低( $2\sim 7\times 10^{13}$  atoms/m<sup>3</sup>)且容易产生饱和效应<sup>[7]</sup>,这导致 LGS 亮度不足,从而降低了波前探测精度<sup>[8]</sup>。

为解决上述问题,文中设想利用结构化的阵列激光照射天空,并通过其上行的过程探测大气湍流信息,最后从其激发的阵列激光导星的空间分布中提取采集到的大气湍流信息。经调研发现,2004年,T. Butterley 等公开过一种类似的 LGS AO 方案,并命名为 SPLAH (Sky Projected Laser Array Shack-Hartmann)<sup>[9-10]</sup>。但 SPLASH 自提出以来很少有人问津。其原因是这种方案需要很高功率的钠激光器才能使阵列激光导星中的每个子信标都与传统方案激发的 LGS 亮度相当,而这样高功率的钠激光器在当时是无法制造的。近 10 年来钠激光器取得了蓬勃的发展,其输出功率得到了显著提升。2014年,中国工程物理研究院成功研制出世界上脉冲能量最高的钠激光器,其单次脉冲能量为 380 mJ,每次脉宽 140  $\mu$ s,

脉冲频率 50 Hz,峰值功率超过 2 700 W<sup>[11]</sup>。随着技术的发展,这一记录在不久的将来必将被不断刷新。这为基于阵列激光导星的 AO 波前探测带来了曙光。此外,T. Butterley 等人在分析 SPLASH 时,将大气模型简化为了一层相位屏,而这种简化并不能精确模拟实际大气。文中独立提出一种基于阵列激光导星的 AO 系统,对其工作原理做出详细阐述,并基于此模型和多层相位屏对流层模型进行了波前探测仿真,初步验证了基于阵列激光导星的 AO 系统的可行性。

## 1 基于阵列激光导星的 AO 系统

如图 1 所示,此 AO 系统的基本原理为:出射结构化阵列激光束在上行传输的过程中采样大气湍流,采样信息包含在阵列激光束所激发的阵列激光导星的空间分布中,最后从阵列激光导星的图像中提取所采样的大气湍流信息并用于校正观测目标的光波前畸变。此系统进行 AO 闭环工作的过程可分为五个步骤:

(1) 产生并发射结构化阵列激光束,589 nm 钠激光器出射的一束激光通过微透镜阵列被分为若干

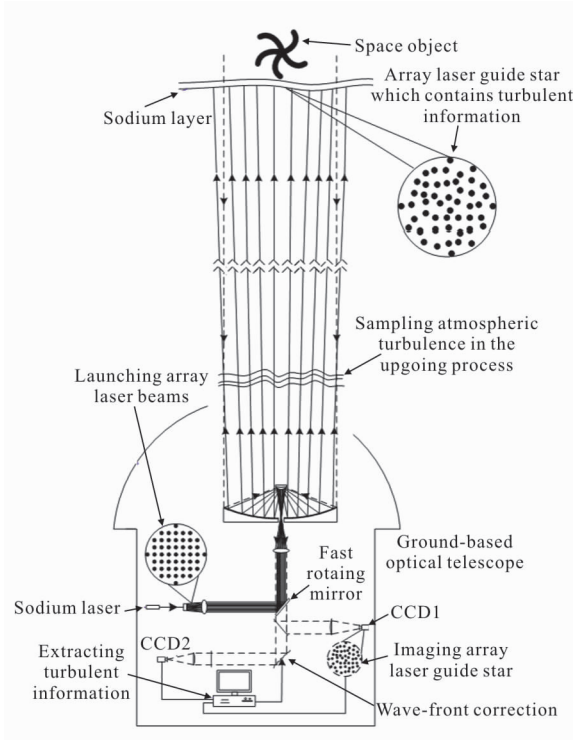


图 1 基于阵列激光导星的 AO 系统  
Fig.1 Array laser guide star based AO system

子光束组成的结构化阵列激光束 (所述结构化阵列激光束的横截面图样为均匀分布的光斑阵列),经准直透镜准直后,结构化阵列激光束入射到带通孔的快速转镜表面。此时快速转镜处于初始位置,使得结构化阵列激光束在其表面反射。之后,结构化阵列激光束再经透镜缩束后经由卡塞格林望远镜主镜中心的圆孔入射到副镜表面。该副镜将结构化阵列激光束反射并发散以充满整个主镜。接着,望远镜主镜对结构化阵列激光束进行准直,使整个结构化阵列激光束是关于望远镜主镜中心轴线对称的且各束子光束以设定的发射角  $\theta_{i,j}$  从主镜向上出射。阵列激光束的各子光束在上行传输过程中始终不相交。为了确保结构化阵列激光束对大气湍流充分采样,所设定发射角  $\theta_{i,j}$  要使每束子光束在上行传输的过程中采样区域始终不能太大。此外,根据 C. A. Denman 等人的报道,在 92 km 高度的 LGS 光斑尺寸通常为 45~90 cm<sup>[12]</sup>,因此相邻两束子光束之间的间隔不能太小,这样才能确保在 90 km 钠层中由子光束激发的 LGS 之间有足够大的间距以区分相邻的 LGS。

(2) 结构化阵列激光束对大气湍流进行采样:由望远镜主镜出射的结构化阵列激光束穿过大气湍流上行传输时,其各子光束受大气湍流影响会发生与大气湍流波前像差 (平面波经过大气湍流所产生的波前像差) 相关的角度偏折,如图 2 所示。结构化阵列激光束基于此效应对大气湍流采样。采样时,大气湍流波前像差  $W(x,y)$  可以被划分成若干直径为  $r_0$  的子孔径。若一束截面尺寸远小于子孔径尺度  $r_0$  的细激光束从其中通过,则此激光束主要受大气湍流波前像差的低阶成分影响,而受高阶成分的影响较

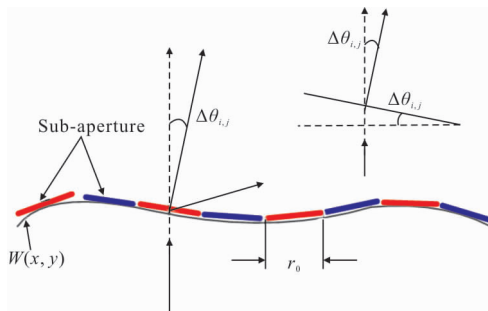


图 2 光束受大气湍流扰动发生偏折

Fig.2 Deflection of a laser beam caused by atmospheric turbulence

小。因此经过大气湍流后,细激光束将发生与其经过子孔径  $(i,j)$  内波前像差  $W_{i,j}(x,y)$  的局部平均波前倾斜成正比的角度微偏折,且传输方向与子孔径内波前像差拟合平面的法向相同。而细激光束的横向光强分布则受扰动较小。需要注意的是,为了使阵列激光束在上行过程中对大气湍流的低阶成分充分采样,此系统在步骤(1)设定子光束发射角  $\theta_{i,j}$  时应确保相邻子光束在上行传输过程中的横向间隔始终小于等于相应高度的大气相干长度。

设结构化阵列激光束采样时将  $W(x,y)$  分割为  $U \times V$  个直径不超过大气相干长度  $r_0$  的子孔径。当一束细激光束通过其中一个子孔径  $(i,j)$  时所发生的角度偏折是此子孔径范围内波前倾斜的平均效果:

$$\Delta\theta_{i,j}^x = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{S_{i,j}} \iint_{S_{i,j}} \frac{\partial W_{i,j}(x,y)}{\partial x} dx dy = \frac{\lambda}{2\pi} G_{i,j}^x \quad (1)$$

$$\Delta\theta_{i,j}^y = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{S_{i,j}} \iint_{S_{i,j}} \frac{\partial W_{i,j}(x,y)}{\partial y} dx dy = \frac{\lambda}{2\pi} G_{i,j}^y \quad (2)$$

式中:  $\Delta\theta_{i,j}^x, \Delta\theta_{i,j}^y$  分别为光束在  $x, y$  方向的偏折角度;  $S_{i,j}$  为此子孔径的面积;  $W_{i,j}(x,y)$  为此子孔径中的大气湍流波前像差;  $G_{i,j}^x, G_{i,j}^y$  为此孔径中大气湍流波前像差在  $x, y$  方向的平均倾斜。这种利用上行阵列激光束采样大气湍流的方式一方面可以消除传统 LGS AO 方案中因 LGS 高度有限而引起的聚焦非等晕误差; 另一方面阵列激光束覆盖了整个望远镜主镜,其采样的视场范围也远大于传统方案。

(3) 携带大气湍流信息的结构化阵列激光束到达 90 km 钠层并激发出阵列激光导星。由于结构化阵列激光束中各子光束上行传输时受大气湍流影响,发生了与其经过大气湍流波前像差  $W(x,y)$  的局部平均波前倾斜成正比的角度微偏折  $\Delta\theta_{i,j}^x, \Delta\theta_{i,j}^y$ , 从而使得阵列激光导星中的各子信标将发生与大气湍流相关的横向漂移。因此,阵列激光导星中子信标的空间分布反应了大气湍流信息,表现为各子信标不再均匀分布。

(4) AO 系统中接收来自阵列激光导星和大气层外观测目标的光信号,分别进行成像,并从阵列激光导星的图像中提取出大气湍流信息用于提高系统对观测目标的成像分辨率。阵列激光导星发出的后向散射荧光和来自观测目标的光穿过大气湍流,发生



光波前畸变,被望远镜全口径接收。此时带通孔的快速转镜快速转动一定角度,使主镜接收的光波从通孔进入成像系统。进入成像系统的后向散射荧光和目标光被在 589 nm 有着高反射率的分光镜分为两束:其中目标光透过分光镜至变形镜;阵列激光导星后向散射荧光则经分光镜反射后进入一号 CCD 相机。一号 CCD 相机在阵列激光导星成像时并非像哈特曼波前传感器那样将接收的光子分到不同子孔径成像,而是利用其接收的全部光子成像,因此可以有效降低系统对导星亮度的要求。

阵列激光导星穿过大气湍流在地基光学望远镜中成像的过程为衍射受限系统的非相干成像,因此阵列激光导星所成图像是其光强与大气湍流干扰下望远镜的短曝光点扩散函数的卷积<sup>[13]</sup>:

$$I_{\text{FIG}}(\varphi_x, \varphi_y) = \text{PSF}_{\text{TE}}(\varphi_x, \varphi_y) * I_{\text{ALGS}}(\varphi_x, \varphi_y) \quad (3)$$

式中: $\varphi_x, \varphi_y$ 为一号 CCD 相机焦平面上的角坐标; $\text{PSF}_{\text{TE}}$ 为 Kolmogrov 大气湍流下退化的望远镜短曝光点扩散函数; $I_{\text{ALGS}}$ 为阵列激光导星的光强分布。根据公式(3),假定在较弱大气湍流条件下,大气湍流只会使阵列激光导星图像中各子信标图像发生弥散变得模糊,而不会改变各子信标的质心位置。从而阵列激光导星图像依然携带结构化激光束上行传输时采样得到的大气湍流信息。将阵列激光导星图像送入计算机进行图像处理,提取结构化信标所携带的大气湍流信息的具体方法如下:找到各子信标质心对应的天顶角,再与相对应的子光束的初始设定发射角做差分即可得到各子光束穿过大气湍流发生的角度微偏折  $\Delta\theta_{ij}$ ,之后根据公式(1)、(2)求出大气湍流波前像差的波前倾斜  $G_{ij}$ ,最后用泽尼克多项式重构波前<sup>[14]</sup>。实际的大口径望远镜可能存在像差,但这不会影响湍流信息的提取。因为此像差是固定的,可以事先对其进行测量并据此计算出无大气湍流情况下由该望远镜激发的各子光束的初始发射角,之后将测得的各子信标天顶角与此初始发射角做差分即可抵消望远镜固定像差的影响。

该方法所得到是结构化阵列激光束上行传输时采样的大气湍流信息,而目标光所穿过的大气湍流却是与阵列激光导星后向散射荧光下行传输时所经过的大气湍流相同。由于大气湍流是随时间随机变

化的,这使得目标光所穿过的大气湍流与结构化阵列激光束上行时所穿过的大气湍流有所不同。但是,根据 Taylor 冻结流假设<sup>[15]</sup>,如果从阵列激光导星出射后向散射荧光开始一直到 AO 系统重构出波前为止,期间所耗费的时间远远小于大气相干时间(对于可见光常为毫秒量级),则这段时间内的大气可以视为静止的。由于阵列激光导星的后向散射荧光从 90 km 钠层进入一号 CCD 相机的时间仅 0.3 ms,若系统波前重构时间也小于等于毫秒量级,则可以将这期间的大气视为静止的,从而利用阵列激光束上行采样得到的大气湍流信息来补偿目标光下行传输时产生的波前畸变。为此,系统需配置高性能计算机。

(5) 电脑基于重构波前信息驱动变形镜对目标光的波前畸变进行校正:目标光由分光镜透射到变形镜表面,计算机根据重构的波前发出信号控制变形镜校正目标光的波前畸变。经校正后的目标光透过 589 nm 滤光片滤去残余的阵列激光导星后向散射荧光,随后进入二号 CCD 相机得到分辨率提高的目标图像并将该图像保存。之后返回步骤(1)开始新一轮系统运转,从而实现了 AO 系统闭环工作。

## 2 基于阵列激光导星的波前探测仿真

开展基于阵列激光导星的外场实验是昂贵复杂的。此外,对其在实验室内进行模拟也存在诸多难题,这是因为要从阵列激光导星的图像中提取湍流信息要求阵列激光导星中每个子信标都发生了显著的横向漂移,若要在室内短距离模拟出显著的横向漂移则需要像差很大的相位屏,而加工大像差的实物相位屏存在困难。因此,为论证文中提出的 LGS AO 系统的可行性,评估阵列激光导星用于波前探测的效果,文中基于几何光学原理,采用数值仿真的方法模拟文中提出的 LGS AO 系统的波前探测过程。

文中的波前探测数值仿真根据第 1 节提出的 AO 系统建模。

(1) 对出射的结构化阵列激光束建模。模型中,589 nm 阵列激光束从口径为 6 m 的望远镜主镜出射时为一个将主镜刚好充满的圆形阵列。阵列激光束的横向最大数量约等于望远镜口径/大气相干长度,从而主镜直径上出射的子光束为 30 束,相邻子光束间初始横向间隔为 0.2 m。阵列中每两束子光

束的间隔角  $\vartheta$  均相等。并且,间隔角  $\vartheta$  不能太大以确保每束光束在上行采样的过程中主要受大气湍流低阶成分影响,也不能太小,否则可能无法区分阵列激光导星中相邻的子信标。该仿真选定的间隔角为  $\vartheta=2.22\times 10^{-5}$  rad。为了方便描述光束偏折,用各子光束与望远镜主镜光轴的夹角来表示此阵列激光束,在  $x$  和  $y$  方向分别表示为:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1,1}^x & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{1,n}^x \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \theta_{n,1}^x & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{n,n}^x \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{1,1}^y & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{1,n}^y \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \theta_{n,1}^y & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{n,n}^y \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $\Delta\theta_{i,j}^x, \Delta\theta_{i,j}^y$  分别为子光束  $(i, j)$  出射时在  $x$  和  $y$  方向的与望远镜主镜光轴的夹角; 文中为了描述圆形的结构化阵列激光束,公式(4)、(5)中在望远镜主镜范围外的元素都取为 0。

(2) 对结构化阵列信标的大气湍流传输进行建模。阵列激光导星仿真模型中用多层相位屏对流层模型<sup>[16]</sup>来模拟的距地面 0~12 km 的对流层,将对流层以上的大气近似为真空。仿真中 Kolmogorov 相位屏通过功率谱反演叠加 3 阶低频次谐波补偿的方法生成<sup>[17]</sup>。文中选用的  $C_n^2$  垂直廓线经验模型是 HV 夜间模型<sup>[18]</sup>。多层相位屏对流层模型各层高度、 $C_n^2$ 、大气湍流内尺度和外尺度以及仿真网格数划分见表 1。由于上行阵列激光束是发散的,传输路径上的相位

表 1 多层相位屏对流层模型的参数

Tab.1 Parameters of multiple phase-screen troposphere model

Parameter	Layer1	Layer2	Layer3
Altitude/m	0-480	480-4 680	4 680-12 000
$C_n^2/m^{-2/3}$	$4.18\times 10^{-16}$	$7.84\times 10^{-18}$	$2.87\times 10^{-18}$
Outer scale/m	25	25	25
Inner scale/m	0.001	0.001	0.001
Grid number	512×512	512×512	512×512

屏尺寸必须随着传输距离的增大而增大。各层 Kolmogorov 相位屏的参数以及子光束在各层采样的子孔径尺寸见表 2。

表 2 Kolmogorov 相位屏参数及子孔径尺寸  
Tab.2 Parameters of Kolmogorov phase screen and sub-aperture size

Layer number	Altitude/m	$r_0/m$	Phase screen size/m	Sub-aperture size/m
1	240	0.25	6.3	0.21
2	2 580	0.75	7.8	0.26
3	8 340	0.98	11.7	0.39

根据多层相位屏模拟大气湍流的原理,阵列激光束在相位屏之间传输时为自由空间传输,传输方向不发生偏折,通过相位屏时则发生角度偏折  $\Delta\theta_{i,j}^x, \Delta\theta_{i,j}^y$ 。所产生的角度偏折利用公式(1)、(2)进行计算。于是经过相位屏的阵列激光束的传输方向角可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1,1}^x + \Delta\theta_{1,1}^x & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{1,n}^x + \Delta\theta_{1,n}^x \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \theta_{n,1}^x + \Delta\theta_{n,1}^x & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{n,n}^x + \Delta\theta_{n,n}^x \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{1,1}^y + \Delta\theta_{1,1}^y & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{1,n}^y + \Delta\theta_{1,n}^y \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & \vdots \\ \theta_{n,1}^y + \Delta\theta_{n,1}^y & \cdots & \cdots & \cdots & \theta_{n,n}^y + \Delta\theta_{n,n}^y \end{bmatrix} \quad (7)$$

同样地,为了描述圆形的结构化阵列激光束,公式(6)、(7)中在望远镜主镜范围外的元素都取为 0。之后一直重复此过程,直到阵列光束最终传输至  $H=90$  km 的钠层(本仿真不考虑钠层厚度)。假定第  $k$  层相位屏与钠层之间的距离为  $d_k$ ,则第  $k$  层相位屏导致子光束  $(i, j)$  在钠层  $x$  和  $y$  方向产生的光束漂移  $\Delta x_{i,j}^k$  和  $\Delta y_{i,j}^k$  可分别表示为:

$$\Delta x_{i,j}^k = d_k \Delta\theta_{i,j}^{x_k} = d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{i,j}^{x_k} \quad (8)$$

$$\Delta y_{i,j}^k = d_k \Delta\theta_{i,j}^{y_k} = d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{i,j}^{y_k} \quad (9)$$

式中:  $\Delta\theta_{i,j}^{x_k}$  和  $\Delta\theta_{i,j}^{y_k}$  分别为第  $k$  层相位屏使子光束  $(i, j)$  在  $x$  和  $y$  方向产生的角度偏折;  $G_{i,j}^{x_k}$  和  $G_{i,j}^{y_k}$  分别为第

$k$  层相位屏在子孔径  $(i, j)$  内  $x$  和的局部平均倾斜。于是可以求出子光束  $(i, j)$  在钠层  $x, y$  方向产生的总的光束漂移  $\Delta x_{i, j}$  可表示为:

$$\Delta x_{i, j} = \sum_{k=0}^3 \Delta x_{i, j}^k = \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{ij}^{x_k} \quad (10)$$

$\Delta y_{i, j}$  表示为:

$$\Delta y_{i, j} = \sum_{k=0}^3 \Delta y_{i, j}^k = \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{ij}^{y_k} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{1,1} & \cdots & \cdots & \cdots & \Delta x_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \Delta x_{n,1} & \cdots & \cdots & \cdots & \Delta x_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{1,1}^{x_k} & \cdots & \cdots & \cdots & \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{1,n}^{x_k} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{n,1}^{x_k} & \cdots & \cdots & \cdots & \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{n,n}^{x_k} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta y_{1,1} & \cdots & \cdots & \cdots & \Delta y_{1,n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \Delta y_{n,1} & \cdots & \cdots & \cdots & \Delta y_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{1,1}^{y_k} & \cdots & \cdots & \cdots & \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{1,n}^{y_k} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{n,1}^{y_k} & \cdots & \cdots & \cdots & \sum_{k=0}^3 d_k \frac{\lambda}{2\pi} G_{n,n}^{y_k} \end{bmatrix} \quad (13)$$

(3) 是对激发的阵列激光导星建模。在该初步模型中,将模型简化,假定每束子光束为细光束从而忽略了光斑横向光强分布不均匀对光斑质心位置的影响。此外,还忽略了钠层的饱和效应对 LGS 质心位置的细微改变。因此,在简化的模型中,认为公式(10)、(11)计算出的光束漂移就是阵列激光导星中各子信标在钠层的漂移,并将所有子信标的漂移用矩阵表示为公式(12)、(13),其中,望远镜主镜范围外的元素都取为 0。

$$\Delta \theta_w^{x'} = \Delta x_{i, j} / H \quad (14)$$

$$\Delta \theta_{ij}^{y'} = \Delta y_{i, j} / H \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} G_{1,1}^{x'} & \cdots & \cdots & \cdots & G_{1,n}^{x'} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ G_{n,1}^{x'} & \cdots & \cdots & \cdots & G_{n,n}^{x'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{1,1}^{x'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{1,n}^{x'} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{n,1}^{x'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{n,n}^{x'} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} G_{1,1}^{y'} & \cdots & \cdots & \cdots & G_{1,n}^{y'} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ G_{n,1}^{y'} & \cdots & \cdots & \cdots & G_{n,n}^{y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{1,1}^{y'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{1,n}^{y'} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{n,1}^{y'} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \theta_{n,n}^{y'} \end{bmatrix} \quad (17)$$

(4) 是模拟 LGS AO 系统提取阵列激光导星图像中的大气湍流信息,重构出大气湍流扰动后的波前相位。首先,根据公式(3)假定阵列激光导星发出的荧光穿过较弱大气湍流在地基光学望远镜所成的图像只会发生弥散而不会改变各子信标的质心位置,因此阵列激光导星图像中各子信标的漂移量与公式(12)、(13)所求得的结果是相同的。在实际应用中,望远镜所测的往往并不是阵列激光导星中的每个子信标在天空中的漂移量,而是他们的漂移方位角。在该模型中,可以将子信标  $(i, j)$  在天空中  $x, y$  方向的漂移方位角分别用公式(14)、(15)表示,其中  $H=90 \text{ km}$  为钠层的高度。之后由公式(1)、(2)可以推出公式(16)、(17)来计算大气湍流波前像差的波前倾斜,其中  $G_{ij}^{x'}, G_{ij}^{y'}$  分别为从阵列激光导星图像提取出的在子孔径  $(i, j)$  中  $x$  和  $y$  方向的平均波前倾斜。最后根据提取出的各子孔径内平均波前倾斜,利用前 320 阶泽尼克多项式来重构波前。

### 3 仿真结果及误差分析

图3 为数值仿真出的结构化阵列激光束在钠层激发的阵列激光导星, 两图的横纵坐标  $x, y$  分别表示钠层阵列激光导星的横纵向尺寸。图 3(a)是在没有大气湍流扰动下结构化阵列激光束激发的阵列激光导星。从图中可以看出由于结构化阵列激光束的各子光束之间是以相等的间隔角  $\vartheta$  出射的, 因此它所激发的阵列激光导星中的子信标在钠层也是均匀间隔分布的。相邻子信标之间的间隔为 2 m; 图 3(b)是在大气湍流扰动下结构化阵列激光束激发的阵列激光导星。从图中可以看出由于结构化阵列激光束的各子光束在上行过程中受到大气湍流的随机扰动, 各子光束都发生了随机的角度偏折, 从而使激发的阵列激光导星中的子信标在钠层发生随机漂移, 不再均匀等间隔分布。

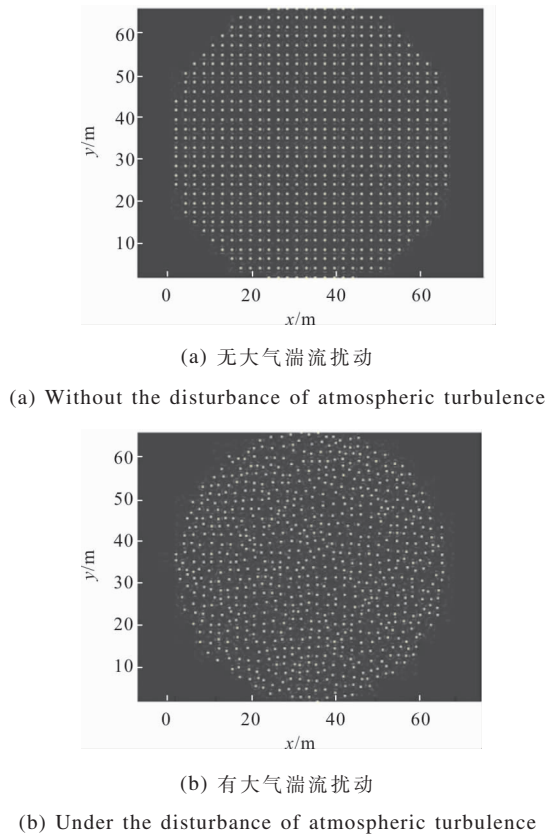


图 3 钠层阵列激光导星的数值仿真

Fig.3 Image of array laser guide star in the sodium layer derived from numerical simulation

接着从图3(b)中的阵列激光导星图像提取大气

湍流波前像差的波前倾斜信息并重构波前。通过对比图 3(a)和图 3(b),可以得到大气湍流扰动下阵列激光导星中各子信标在钠层的漂移量  $\Delta\theta_{i,j}^x$  和  $\Delta\theta_{i,j}^y$ , 并根据公式(16)和公式(17)求出各子孔径内平均波前倾斜  $G_{i,j}^x, G_{i,j}^y$ , 最后用前 320 阶泽尼克多项式将波前重构出来。图 4(a)为生成图 3(b)时加载的大气湍流波前像差, 它是对流层中的三个相位屏上大气湍流波前像差的叠加:

$$W(x, y) = \sum_{k=1}^3 W_k(x, y) \quad (18)$$

式中:  $W_k(x, y)$  是第  $k$  个相位屏上的大气湍流波前像差。图 4(b)为通过泽尼克多项式重构的波前像差。从图中可以看出通过泽尼克多项式重构出的波前像差比原始波前像差要平滑。这是由于该波前重构法重构的波前相位在高频成分存在缺失。增加泽尼克多项式的阶数  $Nz$  可以在一定程度上减少高频成分的缺失, 但当  $Nz > 320$  时继续增加  $Nz$  不会明显减少高频成分缺失。与此同时,  $Nz$  选得过大会明显增加重构时间, 但该重构波前相位能用于校正目标光波前相位畸变的前提是波前重构时间不能超过大气相干时间。因此, 该仿真最终选择  $Nz=320$ 。

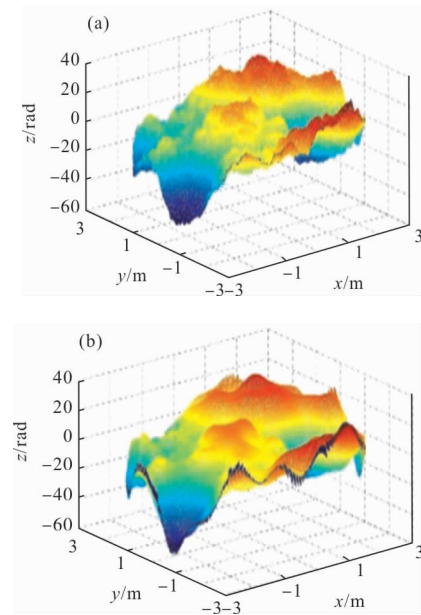


图 4 (a)原始大气湍流波前像差, (b)泽尼克多项式重构的波前像差

Fig.4 (a) Original wavefront distorted by atmospheric turbulence, (b) Reconstructed wavefront aberration through Zernike polynomials



图 5 为波前重构误差。参考张强等人的报道<sup>[14]</sup>,文中在评估波前重构精度时采用校正残差的定义来评价波前重构精度:先计算出待重构的大气湍流波前像差各网格点上相位值的均方根误差  $O_{rms}$ ,再计算出波前重构误差各网格点上相位值的均方根误差  $E_{rms}$ ,最后用  $P=E_{rms}/O_{rms}$  的比值作为波前重构精度的评价标准。图 4(a)所示待重构大气湍流波前像差  $O_{rms}=13.20$  rad,图 5 所示波前重构误差  $E_{rms}=1.45$  rad,则校正残差为  $P=11\%$ 。由此可见该仿真波前重构的精度较好,从而初步验证了基于阵列激光导星的 AO 系统的可行性。

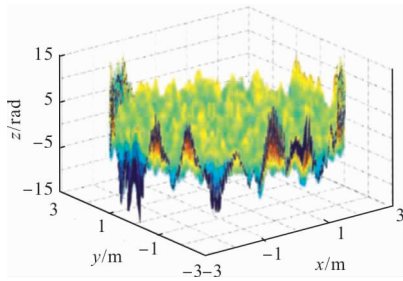


图 5 波前重构误差

Fig.5 Wavefront reconstruction error

下面对误差进行分析。除了之前所说的用泽尼克多项式重构波前造成的高频部分缺失之外,文中仿真模型在从阵列激光导星提取波前倾斜时所用的方法也会引入不可避免模型误差。联立公式(12)、(14)、(16)以及公式(13)、(15)、(17),可以得到从阵列激光导星图像提取出的子孔径  $(i, j)$  中平均波前倾斜的表达式:

$$G'_{i,j}{}^x = \sum_{k=0}^3 \frac{d_k}{H} G_{i,j}^{x_k} \quad (19)$$

$$G'_{i,j}{}^y = \sum_{k=0}^3 \frac{d_k}{H} G_{i,j}^{y_k} \quad (20)$$

根据公式(1)、(2)和公式(18),实际上子孔径  $(i, j)$  中平均波前倾斜的表达式为:

$$G_{i,j}^x = \frac{1}{S_{i,j}} \iint_{S_{i,j}} \frac{\partial W_{i,j}(x, y)}{\partial x} dx dy = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{S_{i,j}} \iint_{S_{i,j}} \frac{\partial W_{i,j}^k(x, y)}{\partial x} dx dy = \sum_{k=1}^3 G_{i,j}^{x_k} \quad (21)$$

$$G_{i,j}^y = \frac{1}{S_{i,j}} \iint_{S_{i,j}} \frac{\partial W_{i,j}(x, y)}{\partial y} dx dy =$$

$$\sum_{k=1}^3 \frac{1}{S_{i,j}} \iint_{S_{i,j}} \frac{\partial W_{i,j}^k(x, y)}{\partial y} dx dy = \sum_{k=1}^3 G_{i,j}^{y_k} \quad (22)$$

由于公式(19)和(20)中  $0.9 < \frac{d_{1,2,3}}{H} < 1$ ,对比公式(21)和(22)可知  $G'_{i,j}{}^x$  与  $G_{i,j}^x$  以及  $G'_{i,j}{}^y$  与  $G_{i,j}^y$  通常是不相等的。这就引入了不可消除的模型误差。

## 4 结论

文中独立提出了一种基于阵列激光导星的 AO 系统,对此系统的工作原理进行了阐述,分 5 步介绍了其闭环工作过程,包括:发射结构化阵列激光束、结构化阵列激光束在上行过程中对大气湍流采样、采样后的结构化阵列激光束在钠层激发阵列激光导星、提取所采集大气湍流信息并重构波前以及基于重构波前驱动变形镜校正波前畸变。相较于传统 LGS AO 系统,该系统在波前探测过程中能够有效消除聚焦非等晕误差,增大波前探测视场角,降低系统对 LGS 的亮度需求。

此外,文中基于几何光学原理,对系统的波前探测过程进行了数值仿真:模拟了阵列结构化激光束(此阵列光束在主镜直径上有 30 束子光束)从一个口径为 6 m 的望远镜主镜出射,模拟了其在上行传输过程中对大气湍流采样,模拟出了阵列激光导星各子信标在钠层的光斑漂移,最后模拟了系统利用阵列激光导星图像提取大气湍流信息并重构出了大气湍流波前像差。

最后,文中分析了仿真所得结果。仿真得到的波前重构精度较好,校正残差为 11%,初步验证了基于阵列激光导星的 AO 系统的可行性,并对误差进行了分析。但简化的仿真模型将每个子信标都看作了一个理想的点信标,未对其亮度进行数值计算,也未考虑噪声的影响。在接下来的深入研究中,笔者将基于物理光学原理进行建模,在此模型中每个子信标光斑的光强都将被数值计算,噪声的影响也会引入到模型中。

## 参考文献:

[1] Rodenburg B, Mirhosseini M, Malik M, et al. Simulating thick atmospheric turbulence in the lab with application to orbital angular momentum communication



- [J]. *New Journal of Physics*, 2014, 16(3): 033020.
- [2] Happer W, MacDonald G. JASON Report JSR-82-106 [R]. MITRE Corp., 1983.
- [3] Foy R, Labeyrie A. Letter to the editor feasibility of adaptive telescope with laser probe [J]. *Astronomy & Astrophysics*, 1985, 152: 29-31.
- [4] Yan Zhaojun, Yang Pengqian. Simulation of layer oriented multi-conjugate adaptive optics [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(9): 0918005. (in Chinese)
- [5] Fried D L. Focus anisoplanatism in the limit of infinitely many artificial-guide-star reference spots [J]. *Journal of Optical Society of America A*, 1995, 12(5): 939-949.
- [6] Tyson R K. Principles of Adaptive Optics [M]. Boca Raton: CRC Press, 2007.
- [7] Wang Feng, Ye Yidong, Hu Xiaoyang, et al. Analysis of saturation of sodium laser guide star [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41 (6): 1471-1476. (in Chinese)
- [8] Jia Shui. Sodium laser guide star technique in adaptive imaging [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2002, 39(4): 10-13. (in Chinese)
- [9] Butterley T, Buscher D F, Love G D, et al. Sky-projected shack-hartmann laser guide star[C]//Proceedings of SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 2004: 966-973.
- [10] Butterley T, Love G, Wilson R, et al. A shack-hartmann wavefront sensor projected on to the sky with reduced focal anisoplanatism [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006, 368(2): 837-843.
- [11] Lu Y H, Xie G, Zhang L, et al. High-energy all-solid-state sodium beacon laser with line width of 0.6 GHz [J]. *Applied Physics B*, 2015, 118(2): 253-259.
- [12] Denman C A, Drummond J D, Eickhoff M L, et al. Characteristics of sodium guidestars created by the 50-watt FASOR and first closed-loop AO results at the starfire optical range [C]//Proceedings of SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 2006, 62721L: 62721L-1-12.
- [13] Gilles L, Ellerbroek B. Shack-hartmann wavefront sensing with elongated sodium laser beacons: centroiding versus matched filtering [J]. *Applied Optics*, 2006, 45(25): 6568-6576.
- [14] Zhang Qiang, Jiang Wenhan, Xu Bing. Reconstruction of turbulent optical wavefront realized by Zernike polynomial [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 1998, 25 (6): 15-19. (in Chinese)
- [15] Schmidt J D. Numerical Simulation of Optical Wave Propagation with Examples in MATLAB [M]. US: SPIE Press, 2010.
- [16] Qian Xianmei, Zhu Wenyue, Rao Ruizhong. Phase screen distribution for simulating laser propagation along an inhomogeneous atmospheric path [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(9): 6633-6639. (in Chinese)
- [17] Johansson E M, Gavel D T. Simulation of stellar speckle imaging[R]. Lawrence Livermore National Lab., CA, 1994.
- [18] Parenti R R, Sasiela R J. Laser-guide-star systems for astronomical applications[J]. *Journal of Optical Society of America A*, 1994, 11(1): 288-309.