

用于激光微烧蚀冲量测量噪声误差的蒙特卡洛分析方法

金星, 洪延姬, 常浩, 李南雷

(航天工程大学 宇航科学与技术系 激光推进及其应用国家重点实验室, 北京 101416)

摘要: 水平扭摆冲量测量装置是研究激光与工质烧蚀冲量耦合的有效手段。针对测量过程易受干扰的特点, 基于冲量瞬间作用模型, 通过系统参数标定误差和冲量误差与噪信比关系, 采用蒙特卡洛数值仿真方法, 提出了测量噪声影响系统参数标定和冲量测量误差的分析方法。所提出的方法可应用于分析测量噪声对系统参数标定误差、冲量测量误差的影响规律研究, 为微小冲量测量误差和结构设计提供依据。

关键词: 冲量; 测量系统; 误差分析; 系统参数标定

中图分类号: V439; TN249 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1102002

Monte Carlo analytical method of impulse measuring noise error for laser micro-ablation

Jin Xing, Hong Yanji, Chang Hao, Li Nanlei

(State Key Laboratory of Laser Propulsion & its Application, Department of Aerospace Science and Technology, Space Engineering University, Beijing 101416, China)

Abstract: Horizontal torsion balance impulse device is an effective approach to study the impulse couple produced by laser and working materials ablation. The measuring process was susceptible to the noise so that the analytical method for the way how the noise impacted on the system parameters calibration error and the impulse measuring error was put forward. The method was using the Monte Carlo number simulation method according to the relationship between the system parameters calibration error and the signal-to-noise ratio and the relationship between the impulse measuring error and the signal-to-noise ratio based on impulse instantaneous effect. This method can be used to analyze the influence characteristics how the noise impacts on the system parameters calibration error and the impulse measuring error so as to provide practical suggestions for the error analysis and the structure design.

Key words: impulse; measuring system; error analysis; system parameter calibration

收稿日期: 2018-06-08; 修订日期: 2018-07-15

基金项目: 国家自然科学基金(11502301, 11602304); 中国博士后面上基金(2018M631547)

作者简介: 金星(1962-), 男, 研究员, 博士, 主要从事激光航天应用技术方面的研究。Email: jinxing_beijing@sina.com

通讯作者: 常浩(1987-), 男, 助理研究员, 博士, 主要从事空间推力器推力评测技术方面的研究。Email: changhao5976911@163.com

0 引言

激光烧蚀微推力器具有冲量比特小、质量轻、比冲高、功耗低、易实现数控、推力波动偏差小、工作电压低等特点,适用于百公斤量级、甚至更低量级微小卫星姿轨控和编队飞行需求,尤其是在分布式卫星系统的编队保持和控制方面具有广阔的应用前景。激光烧蚀微推力器的推进性能除了与激光器本身的参数(脉宽、波长、强度等)有关外,还与工质的性态、结构、分子量、离化阈值、热导系数等密切相关。研究不同激光参数与不同特性工质的耦合冲量,可以优选出适应不同任务需求的激光参数与工质参数。通常,激光与工质的耦合冲量较小,在 $10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s}$ 量级,甚至小到 $10^{-6} \text{ N}\cdot\text{s}$,测量极具挑战。微小冲量测量装置采用水平扭摆构型,要能测量如此小的冲量,根据冲量测量原理^[1-2],设计的扭摆刚度系数要尽量小,转动惯量要尽量大。基本测量过程^[3]一般是先对系统参数进行标定,然后进行待测冲量测量。国内外研究机构根据自身需求研制了多种冲量测量装置^[4-12]或提出了可行方法^[13-14],对冲量测量不确定度也有相应的分析^[4,8,12],均从计算冲量的各参数的不确定以及影响因素的不确定度分析入手,最终获得冲量测量的不确定度,或者提出了数据去噪方法^[14]。但微小冲量测量极易受噪声干扰,且测量噪声会引起系统参数标定误差、冲量测量误差。在设计阶段,分析噪声对系统参数标定的影响和冲量测量噪声的影响能够为扭摆设计以及数据处理方法提供依据,该研究未见报道。为了高精度标定系统参数、高精度测量冲量,必须研究测量噪声对系统参数标定误差、冲量测量误差的影响规律。

针对测量噪声对冲量测量的影响,文中从系统参数标定入手,建立系统参数计算公式、系统参数标定误差和冲量误差与噪信比关系,最后提出基于蒙特卡洛的测量噪声分析方法。能够全面分析测量噪声对系统参数标定误差和冲量测量误差的影响,从而为扭摆设计、标定操作和数据处理提供依据。

1 扭摆测量系统的振动方程

扭摆测量系统的振动方程为:

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_n\dot{\theta} + 2\omega_n^2\theta = \frac{L_f}{J}f(t) \quad (1)$$

式中: L_f 为力臂; ζ 为阻尼比; ω_n 为固有频率; J 为转动惯量,系统参数通过附加质量块标定方法得到。

设扭摆系统的阻尼系数为 c 和扭转刚度系数为 k ,则有

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{Jk}}, \omega_n^2 = \frac{k}{J} \quad (2)$$

从公式(1)可以看出,要标定的系统参数为振动频率、阻尼比和转动惯量。将这些参数标定出来后可以冲量测量。

2 系统参数标定

2.1 振动频率和阻尼比的标定

根据冲量瞬间作用模型,在瞬间作用冲量 S 下,由公式(1)可知,系统响应为:

$$\theta(t) = \frac{L_f}{J\omega_d} \int_0^t S\delta(\tau)e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin\omega_d(t-\tau)d\tau = \frac{L_f S}{J\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\omega_d t \quad (3)$$

式中: $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\omega_n$ 为振动频率。

研究表明,当冲量作用时间 T_0 与测量系统周期 ($T_i = 2\pi/\omega_d$) 比值 $T_0/T_d \leq 10^{-4}$ 条件下,采用极值点对应时间和扭转角计算冲量时,冲量瞬间作用模型的模型相对误差小于 0.01%,可忽略不计。

设极值点对应时间为 $t_{M_i} (i=1, 2, \dots)$ 、极值点扭转角为 $\theta_{M_i} (i=1, 2, \dots)$,根据冲量瞬间作用模型^[1],满足:

$$\omega_d t_{M_i} = \frac{2i-1}{2}\pi \quad (i=1, 2, \dots) \quad (4)$$

$$\theta_{M_i} = \frac{L_f S}{J\omega_d} e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\omega_n t_{M_i}} \sin\omega_d t_{M_i} = (-1)^{i+1} \theta_{\max} e^{-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\frac{2i-1}{2}\pi} \quad (5)$$

式中: $\theta_{\max} = L_f S / J\omega_d$ 。可推得振动频率和阻尼比计算公式为:

$$\omega_{d_i} = \frac{i\pi}{T_{M(i+1)} - t_{M_i}} \quad (i=1, 2, \dots, q-1) \quad (6)$$

$$\zeta_i = \frac{\frac{1}{i\pi} \ln\left(\frac{|\theta_{M_i}/\theta_{\max}| + |\theta_{M_{i+2}}/\theta_{\max}|}{|\theta_{M(i+1)}/\theta_{\max}| + |\theta_{M(i+2)}/\theta_{\max}|}\right)}{\sqrt{1 + \left[\frac{1}{i\pi} \ln\left(\frac{|\theta_{M_i}/\theta_{\max}| + |\theta_{M_{i+2}}/\theta_{\max}|}{|\theta_{M(i+1)}/\theta_{\max}| + |\theta_{M(i+2)}/\theta_{\max}|}\right)\right]^2}} \quad (i=1, 2, \dots, q-2) \quad (7)$$

式中: q 为所取极值点数目。即通过测量系统响应的极值点对应时间和扭转角,可计算振动频率和阻尼比,并且以样本均值作为其估计值,为:

$$\bar{\omega}_d = \frac{1}{q-1} \sum_{i=1}^{q-1} \omega_{d_i}, \bar{\zeta} = \frac{1}{q-2} \sum_{i=1}^{q-2} \zeta_i \quad (8)$$

2.2 转动惯量的标定

如图 1 所示,设扭摆系统的转动惯量 J 未知,

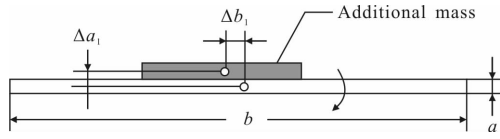


图 1 附加质量块后扭摆横梁示意图

Fig.1 Schematic diagram of torsion pendulum after adding mass block

为了测量扭摆转动惯量,在横梁上附加转动惯量为 J_1 的质量块,由于扭转刚度系数不变,可知 $k = \omega_n^2 J = \omega_{n1}^2 (J + J_1)$, 则

$$J = \frac{\omega_{n1}^2}{\omega_n^2 - \omega_{n1}^2} J_1 \quad (9)$$

由公式(2)可知

$$\zeta_1 = \frac{c}{2\sqrt{(J+J_1)k}} = \frac{c}{2\sqrt{Jk}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(J_1/J)}} = \frac{1}{\sqrt{1+(J_1/J)}} \zeta \quad (10)$$

$$\omega_{n1}^2 = \frac{k}{J+J_1} = \frac{k}{J} \cdot \frac{1}{1+(J_1/J)} = \frac{1}{1+(J_1/J)} \omega_n^2 \quad (11)$$

显然,附加质量块后阻尼比和固有频率都有所减小。进一步,振动频率为:

$$\omega_{d1}^2 = \frac{(1-\zeta_1^2)/(1-\zeta^2)}{1+(J_1/J)} \omega_d^2 \quad (12)$$

根据系统响应极值点对应时间和扭转角,附加质量块前后可直接测量的量为振动频率 $\bar{\omega}_d$ 和 $\bar{\omega}_{d1}$ 、阻尼比 $\bar{\zeta}$ 和 $\bar{\zeta}_1$, 对应固有频率的估计值为:

$$\bar{\omega}_n = \bar{\omega}_d / \sqrt{1-\bar{\zeta}^2}, \bar{\omega}_{n1} = \bar{\omega}_{d1} / \sqrt{1-\bar{\zeta}_1^2} \quad (13)$$

因此,转动惯量的估计值为:

$$\bar{J} = \frac{\bar{\omega}_{n1}^2}{\bar{\omega}_n^2 - \bar{\omega}_{n1}^2} J_1 \quad (14)$$

因为附加质量块为人为放置在扭摆横梁上,加工精度可以忽略但操作时会造成附加质量有所偏心。如图 1 所示,设附加质量块的长度为 b_1 和宽度为 a_1 ,其质心偏离横梁质心距离为 Δb_1 和 Δa_1 ,长方体质量块的转动惯量为:

$$J_1 = \frac{M_1}{12} (b_1^2 + a_1^2) + M_1 (\Delta b_1^2 + \Delta a_1^2) \approx \frac{M_1}{12} b_1^2$$

式中: M_1 为质量块的质量; $b_1 \gg a_1, b_1 \gg \Delta b_1, b_1 \gg \Delta a_1$ 。

其相对误差为:

$$\frac{\sigma_{J_1}}{J_1} = \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_{b_1}}{b_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{M_1}}{M_1} \right)^2}$$

只要尺寸长度大于 10 mm, 尺寸测量相对误差 $\sigma_{b_1}/b_1 < 0.01\%$; 质量块的质量采用 mg 分辨率的精密电子天平测量,只要质量块的质量大于 10 g,质量块测量相对误差 $\sigma_{M_1}/M_1 < 0.01\%$, 此时有 $\sigma_{J_1}/J_1 < 0.03\%$ 。因此,计算横梁转动惯量时,质量块的转动惯量误差可忽略不计,只考虑振动频率和阻尼比的误差。

3 系统参数标定误差、冲量误差与噪信比的关系

测量噪声引起系统参数标定误差和冲量测量误差,欲分析测量噪声误差,需要建立系统参数标定误差、冲量误差与噪信比关系。

3.1 系统参数标定误差与噪信比关系

实际测量系统总是存在测量噪声,设测量噪声为 $\Delta\theta(t) \sim N(0, \sigma^2)$, 为相互独立的正态分布随机变量,实际系统响应为:

$$\Theta(t) = \theta(t) + \Delta\theta(t) = \frac{L_p S}{J \omega_d} e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t + \Delta\theta(t) \quad (15)$$

附加质量块前,测量系统所能达到的最大扭转角为 $\theta_{\max} = L_p S / J \omega_d$, 定义噪信比为:

$$R_{NS} = \frac{6\sigma}{\theta_{\max}} = 6\sigma (J \omega_d / L_p S) \quad (16)$$

实际系统响应可改写为:

$$\Theta(t) / \theta_{\max} = e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t + \Delta\theta'(t) \quad (17)$$

式中: $\Delta\theta'(t) = \Delta\theta(t) / \theta_{\max} \sim N[0, (R_{NS}/6)^2]$, 当 $R_{NS} = 1$ 时, 振动信号完全被噪声淹没。

附加质量块后,此时实际系统响应可改写为:

$$\Theta_1(t) / \theta_{\max} = \sqrt{\frac{(1-\zeta^2)/(1-\zeta_1^2)}{1+(J_1/J)}} e^{-\zeta_1 \omega_{n1} t} \sin \omega_{d1} t + \Delta\theta'(t) \quad (18)$$

显然,附加质量块后测量噪声影响略有增大。

将公式(17)和公式(18)中有测量噪声干扰的极值点对应时间和扭转角代入公式(6)和公式(7), 可得到附加质量块前后的振动频率和阻尼比与噪信比关系。

3.2 冲量误差与噪信比关系

在冲量 S 作用下,实际系统响应测量值为 $[t_i, \Theta(t_i)]$ ($i=1, 2, 3, \dots$), 且满足

$$\Theta(t_i) = \frac{L_p S}{J \omega_d} e^{-\zeta \omega_n t_i} \sin \omega_d t_i + \Delta \theta(t_i),$$

$$\Theta(t) / \theta_{\max} = e^{-\zeta \omega_n t} \sin \omega_d t + \Delta \theta'(t)$$

式中: $\Delta \theta'(t) = \Delta \theta(t) / \theta_{\max} \sim N[0, (R_{NS}/6)^2]$ 。

通过系统参数标定后, 得到系统参数的标定值

$\bar{\zeta}$ 、 $\bar{\omega}_d$ 和 \bar{J} , 令

$$\Theta(t_i) = \frac{L_p S'}{J \omega_d} e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_i} \sin \bar{\omega}_d t_i$$

实际作用冲量为 S' , 根据冲量瞬间作用模型和附加质量块标定方法, 测量计算得到的冲量为 S' , 有

$$\Theta(t_i) / \theta_{\max} = \frac{J \omega_d}{J \omega_d} \cdot \frac{S'}{S} e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_i} \sin \bar{\omega}_d t_i$$

式中: $\theta_{\max} = L_p S / J \omega_d$ 。

根据附加质量块标定方法, 由公式(14)可得:

$$\bar{J} / J = \frac{\bar{\omega}_{n1}^{-2}}{\bar{\omega}_n^{-2} - \bar{\omega}_{n1}^{-2}} (J_1 / J) \quad (19)$$

取极值点对应时间和扭转角, 冲量测量误差为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Si} &= \frac{S' - S}{S} = [\Theta(t_{Mi}) / \theta_{\max}] \frac{\bar{J}}{J} \cdot \frac{\bar{\omega}_d}{\omega_d} \cdot \frac{e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_{Mi}}}{\sin \bar{\omega}_d t_{Mi}} - 1 = \\ &[\Theta(t_{Mi}) / \theta_{\max}] \frac{\bar{\omega}_{n1}^{-2}}{\bar{\omega}_n^{-2} - \bar{\omega}_{n1}^{-2}} (J_1 / J) \cdot \frac{\bar{\omega}_d}{\omega_d} \cdot \frac{e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_{Mi}}}{\sin \bar{\omega}_d t_{Mi}} - 1 \\ &(i=1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (20)$$

式中: q 为所取极值点数目。

4 基于蒙特卡洛的误差分析方法

鉴于测量噪声的随机性, 采用蒙特卡洛方法分析系统参数标定误差和冲量噪声误差。

仿真初始变量选择: (1) 测量噪声强度用噪信比 R_{NS} 表示; (2) 附加质量块特点用 J_1/J 表示; (3) 振动特性用阻尼比 ζ 和振动频率 ω_d 表示。利用所提出蒙特卡洛仿真方法, 具体分析步骤如下:

(1) 生成相互独立的正态分布随机序列 $\Delta \theta'(t) = \Delta \theta(t) / \theta_{\max} \sim N[0, (R_{NS}/6)^2]$ 。利用随机数抽样方法, 生成 $(0, 1)$ 区间随机数 $r_i (i=1, 2, \dots)$, 令

$$\Delta \theta'_i = (R_{NS}/6) \left(\sum_{j=1}^{12} r_{12(i-1)+j} - 6 \right) \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

则有 $\Delta \theta'_i = \Delta \theta'(t_i) \sim N[0, (R_{NS}/6)^2]$ 。

(2) 在小扭摆的常见阻尼比范围内 $\zeta \in [0, 0.1]$, 选择给定阻尼比 ζ ; 为了利用 5~6 个极值点计算阻

尼比和振动频率, 令 $\omega_d T = 8\pi$, 选择给定振动频率 ω_d , 可取的时间取值范围 $T = 8\pi / \omega_d$ 。 ω_d 的具体取值不影响问题的讨论, 只是影响时间取值范围 $T = 8\pi / \omega_d$ 。

(3) 为了避免附加质量块的质量过大, 影响扭摆噪信比和灵敏性, 在 $0 < J_1/J \leq 1$ 范围内选择 J_1/J 值。并且计算附加质量块后阻尼比和振动频率, 为:

$$\bar{\zeta}_1 = \frac{1}{\sqrt{1+(J_1/J)}} \zeta, \quad \bar{\omega}_{d1} = \sqrt{\frac{(1-\zeta_1^2)/(1-\zeta^2)}{1+(J_1/J)}} \omega_d \quad (22)$$

(4) 附加测量噪声, 生成附加质量块前后的系统响应, 为:

$$\Theta(t_i) / \theta_{\max} = e^{-\zeta \omega_n t_i} \sin \omega_d t_i + \Delta \theta'_i \quad (23)$$

$$\Theta_1(t_i) / \theta_{\max} = \sqrt{\frac{(1-\zeta^2)/(1-\zeta_1^2)}{1+(J_1/J)}} e^{-\zeta_1 \bar{\omega}_{n1} t_i} \sin \bar{\omega}_{d1} t_i + \Delta \theta'_i \quad (24)$$

在时间取值范围 $T = 8\pi / \omega_d$ 内, 获取极值点对应时间 t_{Mi} 、对应扭转角 $\Theta(t_{Mi}) / \theta_{\max}$ 和 $\Theta_1(t_{Mi}) / \theta_{\max}$ 。按照公式(6)~(8)计算振动频率和阻尼比估计值。

分别计算附加质量块前后的振动频率和阻尼比, 振动频率为 $\bar{\omega}_d$ 和 $\bar{\omega}_{d1}$ 、阻尼比为 $\bar{\zeta}$ 和 $\bar{\zeta}_1$, 可得其相对误差为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\omega_d} &= (\bar{\omega}_d - \omega_d) / \omega_d, \quad \varepsilon_{\omega_{d1}} = (\bar{\omega}_{d1} - \omega_{d1}) / \omega_{d1}, \\ \varepsilon_{\zeta} &= (\bar{\zeta} - \zeta) / \zeta, \quad \varepsilon_{\zeta_1} = (\bar{\zeta}_1 - \zeta_1) / \zeta_1 \end{aligned} \quad (25)$$

(5) 计算转动惯量的相对误差

$$\varepsilon_J = \frac{\bar{J} - J}{J} = \frac{\bar{\omega}_{n1}^{-2}}{\bar{\omega}_n^{-2} - \bar{\omega}_{n1}^{-2}} (J_1 / J) - 1 \quad (26)$$

(6) 计算冲量测量的相对误差

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Si} &= [\Theta(t_{Mi}) / \theta_{\max}] \frac{\bar{\omega}_{n1}^{-2}}{\bar{\omega}_n^{-2} - \bar{\omega}_{n1}^{-2}} (J_1 / J) \cdot \frac{\bar{\omega}_d}{\omega_d} \cdot \frac{e^{-\bar{\zeta} \bar{\omega}_n t_{Mi}}}{\sin \bar{\omega}_d t_{Mi}} \\ &(i=1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (27)$$

式中: q 为所取极值点数目。冲量相对误差的估计值为:

$$\bar{\varepsilon}_S = \frac{1}{q-1} \sum_{i=1}^{q-1} \varepsilon_{Si} \quad (28)$$

(7) 重复上述过程, 即可获得噪信比 R_{NS} 、比值 J_1/J 、阻尼比 ζ 和振动频率 ω_d 等对冲量测量误差的影响规律。

5 仿真分析

假设阻尼比 $\zeta = 0.1$ 、比值 $J_1/J = 0.3$ 、振动频率 $\omega_d =$

1.0 rad/s、极值点数目 $q=7$ 条件下, 研究噪信比 R_{NS} 对冲量误差的影响。

噪信比 $R_{NS}=10^{-4}$ 时冲量误差如图 2 所示, 此时冲量相对误差不大于 2%; 噪信比 $R_{NS}=10^{-4}$ 时转动惯量误差如图 3 所示, 此时转动惯量相对误差不大于 2%, 显然, 采用附加质量块标定方法, 利用极值点时间和扭转角标定系统参数时, 转动惯量标定误差较大, 造成冲量测量误差较大。

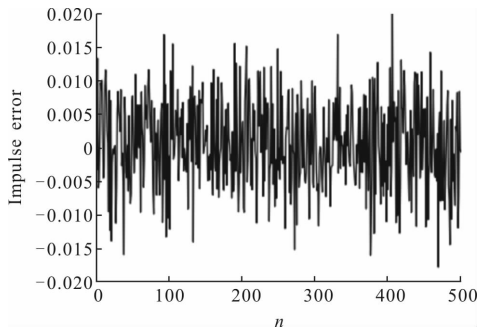


图 2 $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-4}$ 时冲量误差
Fig.2 Impulse error at $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-4}$

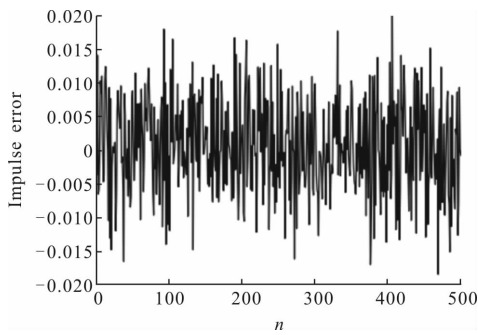


图 3 $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-4}$ 时转动惯量误差
Fig.3 Moment of inertia error at $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-4}$

噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差如图 4 所示, 此时冲

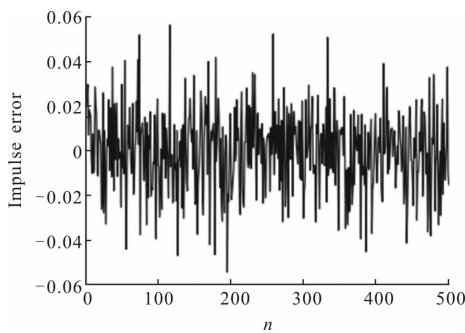


图 4 $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差
Fig.4 Impulse error at $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-3}$

量相对误差不大于 6%; 噪信比 $R_{NS}=10^{-2}$ 时转动惯量误差如图 5 所示, 此时转动惯量相对误差不大于 20%, 与图 2 的噪信比 $R_{NS}=10^{-4}$ 时冲量误差不大于 $R_{NS}=10^{-4}$ 比较, 可知噪信比是引起冲量测量误差的主要原因。

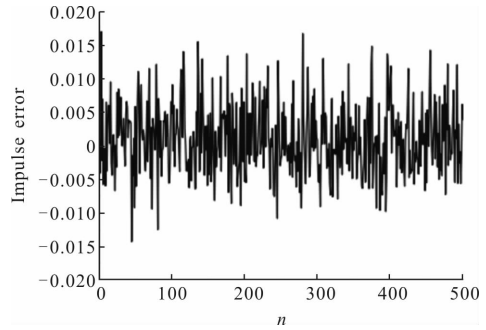


图 5 $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-2}$ 时冲量误差
Fig.5 Impulse error at $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-2}$

噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $\zeta=0.1$ 时冲量误差如图 6 所示, 此时冲量相对误差不大于 6%; 如图 7 所示, 噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $\zeta=0.001$ 时冲量相对误差不大于 5%, 与图 4 噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $\zeta=0.1$ 比较, 可知, 在小扭摆常用阻尼比 $\zeta \leq 0.1$ 范围内, 减小阻尼比, 冲量误差略有减小。

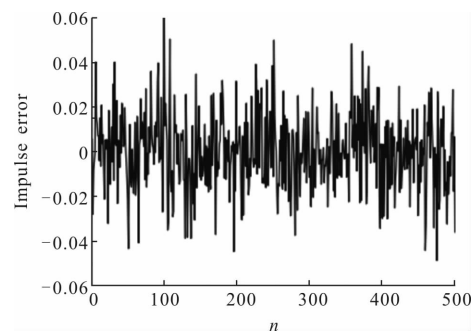


图 6 $\zeta=0.01, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差
Fig.6 Impulse error at $\zeta=0.01, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-3}$

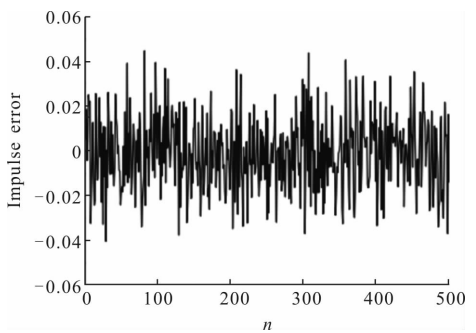


图 7 $\zeta=0.001, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差
Fig.7 Impulse error at $\zeta=0.001, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1 \text{ rad/s}, R_{NS}=10^{-3}$

噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $J_1/J=1$ 时冲量误差如图 8 所示,此时冲量相对误差不大于 3%;与图 4 的噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $J_1/J=0.3$ 相比,说明增大比值 J_1/J ,可减小冲量测量误差。噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $\omega_d=10$ rad/s 时冲量误差如图 9 所示,与图 8 的噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 和 $\omega_d=1$ rad/s 相比,说明振动频率取值对讨论没有影响。

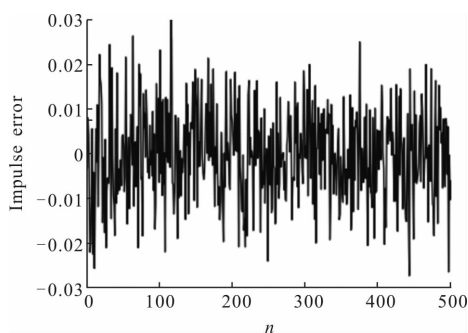


图 8 $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1$ rad/s, $R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差
Fig.8 Impulse error at $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=1$ rad/s, $R_{NS}=10^{-3}$

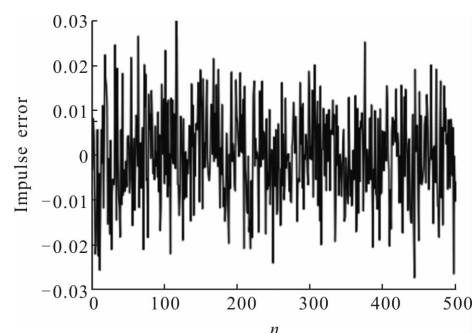


图 9 $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=10$ rad/s, $R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差
Fig.9 Impulse error at $\zeta=0.1, (J_1/J)=0.3, \omega_d=10$ rad/s, $R_{NS}=10^{-3}$

6 结 论

利用水平扭摆测量激光与工质的耦合冲量是最为直接和有效的方法,但激光与工质的耦合冲量较小,甚至达到 10^{-8} N·s,在冲量测量过程中极易受到噪声影响,且该噪声会影响测量系统参数标定过程和冲量测量过程。文中提出了测量噪声影响分析的蒙特卡洛仿真方法,得到以下结论:

(1) 基于冲量瞬间作用模型,利用 5~7 个极值点时间和扭转角,采用附加质量块标定方法标定系统参数时,转动惯量的标定误差大于振动频率和阻尼比的标定误差;采用冲量瞬间作用模型计算冲量误差时,测量噪声是引起冲量误差的作用原因。

(2) 在小扭摆常用阻尼比 $\zeta \leq 0.1$ 范围内,噪信

比 $R_{NS}=10^{-4}$ 时冲量误差不大于 2%;噪信比 $R_{NS}=10^{-3}$ 时冲量误差不大于 6%;噪信比 $R_{NS}=10^{-2}$ 时冲量误差不大于 20%。降低噪信比主要措施:一是采用隔振平台减小噪信比;二是对实际系统响应测量数据平滑完成降噪处理。

(3) 在小扭摆常用阻尼比 $\zeta \leq 0.1$ 范围内,当采用 mg 分辨率的精密电子天平测量,质量块的质量大于 10 g 条件下,由于附加质量块带来的转动惯量误差可忽略不计,因而可减小冲量误差;减小阻尼比,冲量误差略有减小。

参 考 文 献:

- [1] Wang Guangyu, Hong Yanji. Modeling error analysis of micro-impulse measurements [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2009, 30(4): 509-512. (in Chinese)
王广宇, 洪延姬. 微冲量测量的建模误差分析 [J]. 推进技术, 2009, 30(4): 509-512.
- [2] Chang Hao, Ye Jifei, Lin Zhengguo. Simulation analysis of response characteristics of torsion pendulum by pulse micro-thrust [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(S2): S218001. (in Chinese)
常浩, 叶继飞, 林正国. 脉冲微推力作用下的扭摆系统响应特性仿真分析 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(S2): S218001.
- [3] Jin Xing, Hong Yanji, Zhou Weijing, et al. A parameter calibration method for torsion pendulum using in micro thrust and impulse measurement [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2015, 36(10): 1554-1559. (in Chinese)
金星, 洪延姬, 周伟静, 等. 一种用于微小推力冲量测量的扭摆系统参数标定方法 [J]. 推进技术, 2015, 36(10): 1554-1559.
- [4] James E Polk, Anthony Pancotti, Thomas Hagg, et al. Recommended practice for thrust measurement in electric propulsion testing [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2017, 33(3): 539-555.
- [5] Claude R Phipps, James Luke. Diode laser-driven microthrusters: A new departure for micropropulsion [J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(2): 310-318.
- [6] Claude R Phipps. Micro laser plasma thrusters for small satellites [R]. AFRL-SR-BL-TR-99-0180, 1999.
- [7] Phipps C, Luke J, Lippert T, et al. Micropropulsion using a Laser Ablation Jet [J]. *J Propulsion and Power*, 2004, 20(6): 1000-1011.

- [8] Claude R Phipps, James R Luke, Wesley Helgeson. A 25 nN low-noise thrust stand for microthruster [C]//International Electric Propulsion Conference, 2005: IEPC 318.
- [9] Manuel Gamero-Castaño. A torsional balance for the characterization of microNewton thrusters [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2003, 74(10): 4509–4514.
- [10] Koizumi H, Komurasaki K, Arakawa Y. Development of thrust stand for low impulse measurement from microthrusters [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2004, 75(10): 3185–3190.
- [11] Yang Yuanxia, Tu Liangcheng, Yang Shanqing, et al. A torsion balance for impulse and thrust measurements of micro-Newton thrusters [J]. *Review of Scientific Instrument*, 2012, 83: 015105.
- [12] Yang Yuanxia. Researches on the thrust and impulse performances of micro-newton thrusters[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012. (in Chinese)
杨元侠. 微牛顿量级推进器的推力性能研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012.
- [13] Zhou Weijing, Hong Yanji, Ye Jifei. Mechanical performance measurement method for laser micro-thruster working in multi-pulse mode[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(S2): S206002. (in Chinese)
周伟静, 洪延姬, 叶继飞. 激光微推力器多脉冲作用下的力学性能测量方法研究 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(S2): S206002.
- [14] Jin Xing, Chang Hao, Ye Jifei. Methods of extreme short pulse laser ablation impulse coupling measurement [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(3): 0329002. (in Chinese)
金星, 常浩, 叶继飞. 超短脉冲激光烧蚀冲量耦合测量方法[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(3): 0329002.