

## 结合面型和视场优化策略的自由曲面设计方法

姚艳霞,袁群,陈露,窦沂蒙,殷慧敏,高志山

(南京理工大学 电子工程与光电技术学院,江苏 南京 210094)

**摘要:** 为了增大光学系统的视场,针对含有自由曲面的离轴反射式光学系统设计,提出了一种面型优化策略和视场优化策略相结合的优化设计方法。该方法从小视场出发,以表征光学系统波像差的 Zernike 标准多项式各项系数为评价依据,确定像差分量优化顺序,有针对性地选取和优化 XY 多项式项系数;计算各视场波像差在全视场波像差的占比,据此调整各视场的优化权重。在小视场范围内优化获得满足光学系统性能指标的结构参数后,逐步拓展视场范围,交替使用面型和视场优化策略,实现全视场范围内光学系统的优化设计。应用该方法设计焦距 1 200 mm、 $F$  数为 12、视场  $30^\circ \times 3^\circ$  的含有自由曲面的离轴三反光学系统,仅通过优化 15 项 XY 多项式系数表征自由曲面,设计结果接近衍射极限,且有利于指导更宽视场的自由曲面光学系统设计。

**关键词:** 光学设计; 自由曲面; 优化方法; Zernike 多项式; XY 多项式

**中图分类号:** TB133 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1018001

## Freeform surface design method combined with surface and field-of-view optimization

Yao Yanxia, Yuan Qun, Chen Lu, Dou Yimeng, Yin Huimin, Gao Zhishan

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** An optimization design method combining surface optimization strategy and field-of-view optimization strategy was presented for expanding the field-of-views, which is used for the design of off-axis reflective optical system with freeform surface. Based on the coefficients of Zernike standard polynomials representing the wavefront error of the optical system, sequence of the aberration was determined. The optimization procedure was implemented in small field-of-views to achieve satisfied results, and then the field-of-view was expanded gradually, and the optimization steps were repeated. At last, the optical system structure parameters were got for the full field-of-views. With proper XY polynomial terms as well as optimization weight of different field-of-views selected and optimized, an  $F=12$  off-axis three-mirror system was designed with 1 200 mm focal length and  $30^\circ \times 3^\circ$  field-of-view, in which, only 15 XY polynomial terms were adopted for the freeform surface. The imaging quality of the system is close to the diffraction limit that meets application requirements. This method can also guide the design of optical systems with freeform surface and larger field-of-view.

**Key words:** optical design; freeform surface; optimization method; Zernike polynomial; XY polynomial

收稿日期:2018-05-13; 修订日期:2018-06-20

基金项目:国家自然科学基金(61505080,61377015);中国科学院天文光学技术重点实验室开放课题(CAS-KLAOT-KF201604)

作者简介:姚艳霞(1994-),女,硕士生,主要从事光学设计方面的研究。Email:yanxia\_yao@njjust.edu.cn

导师简介:袁群(1986-),男,副教授,硕士生导师,博士,主要从事精密光学测试、光学设计方面的研究。Email:yuanqun@njjust.edu.cn

## 0 引言

在空间光学研究中,大视场和大口径以及长焦距、小型化、轻量化光学系统的发展已成为必然趋势。离轴反射式光学系统由于具有无色差、无中心遮挡、材料易得、可实现大口径和大视场等优点被广泛用于空间遥感领域<sup>[1]</sup>。另外,自由曲面面型的加入增加了光学系统设计的自由度,提高了系统平衡对称、非对称像差的能力。因此,含有自由曲面的离轴反射式光学系统在空间光学中发挥特长,优越性显著<sup>[2-3]</sup>。史浩东等基于矢量像差理论设计了一个离轴两反自由曲面长波红外光学系统,分析了自由曲面对离轴系统像差节点分布的影响<sup>[4]</sup>;徐奉刚等、王蕴琦等分别基于 Wassermann-Wolf 方程和传递矩阵求解三反系统初始结构,解决了离轴三反光学系统初始结构求解复杂、使用非球面收敛缓慢以及视场宽度小的问题<sup>[5-6]</sup>;李娜等采用三维构建法设计了一个大视场离轴四反光学系统,实现了大视场光学系统传递函数和畸变的平衡<sup>[7]</sup>;朱钧课题组选取特征光线进行重复迭代,设计了一个反射式  $f-\theta$  线扫描系统,采取直接设计自由曲面的方法降低了对已有初始结构和设计经验的依赖性<sup>[8]</sup>。

空间遥感相机中大多采用推扫式成像,在保障光学系统分辨率的前提下提高光学系统的视场角,可以提高遥感相机的地面覆盖范围<sup>[9-10]</sup>。孟庆宇等设计了两个离轴三反光学系统:一个是视场  $30^\circ \times 1^\circ$  的离轴三反光学系统<sup>[11]</sup>,自由曲面采用 15 项  $XY$  多项式系数进行表征;另一个是视场  $10^\circ \times 4^\circ$  的离轴三反光学系统<sup>[12]</sup>,自由曲面采用 20 项  $XY$  多项式系数进行表征,这两个系统均为焦距 1 200 mm、 $F$  数 12 的离轴三反系统。由此可见,视场越大,自由曲面面型越复杂。目前,关于大视场自由曲面光学系统设计未有针对自由曲面各项系数优化方法的详尽描述,也缺少从小视场到大视场逐步拓展的光学系统优化设计流程的报道。

为了控制自由曲面面型复杂度,尽可能提高光学系统的视场范围,文中提出结合面型和视场优化策略的设计方法,该方法从小视场出发,以表征光学系统波像差的 Zernike 标准多项式各项系数为评价依据,确定像差分量优化顺序,有针对性地选取和优

化  $XY$  多项式项系数,获得各视场的优化权重,交替使用面型和视场优化策略实现全视场范围内的优化设计。针对焦距 1 200 mm、 $F$  数 12 的离轴三反光学系统进行优化设计,在  $XY$  多项式项数一定的情况下提高光学系统的视场角,为更宽视场的自由曲面光学系统设计提供参考。

## 1 光学系统设计

### 1.1 初始结构求解

离轴三反系统的设计是在同轴三反的基础上进行的,同轴三反的初始结构如图 1 所示,主要参数包

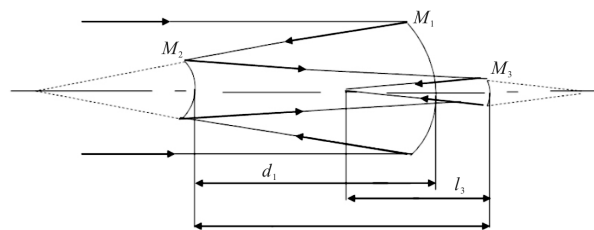


图 1 同轴初始结构

Fig.1 Initial structure of on-axis model

括结构参数和轮廓参数,其中,结构参数包括三个反射镜面的半径  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ ,主镜到次镜的距离  $d_1$ ,次镜到三镜的距离  $d_2$ ,以及三个反射镜面的二次非球面系数  $-e_1^2$ 、 $-e_2^2$ 、 $-e_3^2$ 。系统的遮拦比  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和放大率  $\beta_1$ 、 $\beta_2$ ,根据高斯光学理论,推导得到:

$$r_1 = \frac{2}{\beta_1 \beta_2} f' \quad (1)$$

$$r_2 = \frac{2\alpha_1}{\beta_2(1+\beta_1)} f' \quad (2)$$

$$r_3 = \frac{2\alpha_1 \alpha_2}{1+\beta_2} f' \quad (3)$$

$$d_1 = \frac{r_1}{2} (1-\alpha_1) f' = \frac{1-\alpha_1}{\beta_1 \beta_2} f' \quad (4)$$

$$d_2 = \frac{r_1}{2} \alpha_1 \beta_1 (1-\alpha_2) f' = \frac{\alpha_1 (1-\alpha_2)}{\beta_2} f' \quad (5)$$

式中: $f'$ 为系统的总焦距。根据系统选定合理的轮廓参数,然后求解三个反射镜的二次非球面系数使得像差表达式  $S_I$ 、 $S_{II}$ 、 $S_{III}$ 、 $S_{IV}$  为 0,最终获得系统的结构参数。通过  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$  取不同的值,表示光学系统是否含有中间像面,为了使设计结果具有可对比性,选取公开的设计结果即参考文献[9]中相同的遮拦比  $\alpha_1=0.5$ 、 $\alpha_2=2$ ,放大率  $\beta_1=\beta_2=1$ ,根据同轴三反光学

系统计算公式(1)~(5),表 1 给出初始结构参数。

表 1 初始结构参数

Tab.1 Parameter of initial structure

	Radius/mm	Distance/mm	Conic
PM	-2 400	-600	2
SM	-600	600	0
TM	-1 200	-1 200	-0.125

### 1.2 自由曲面面型表征

由于 Zernike 标准多项式具有较强的面型拟合能力和正交特性,并且每一项都对应一个具体的像差,利用 Zernike 标准多项式表征光学系统的波像差。另外,Zernike 标准多项式中  $j \geq 2$  的各项系数的平方和等于整个波面 RMS 值的平方。通过计算 Zernike 标准

多项式各项系数,可以分析光学系统的像差分布。

XY 多项式是自由曲面的另一种表征形式。与 Zernike 标准多项式不同的是,XY 多项式更适用于加工软件,设计过程中用 Zernike 标准多项式表征的面型需转换成 XY 多项式表征形式实现加工。因此,在很多自由曲面光学系统设计中都直接采用了 XY 多项式,例如多焦点眼镜片、超短距离投影光学系统以及双元件离轴式头戴显示器等<sup>[13-16]</sup>均采用 XY 多项式表征自由曲面,便于加工实现。

因此,采用 Zernike 标准多项式表征光学系统波像差,采用 XY 多项式作为自由曲面面型优化变量,需将 Zernike 标准多项式和 XY 多项式各项进行关联。表 2 为 Zernike 标准多项式对应的 XY 多项式表达式以及对应的像差。

表 2 Zernike 标准多项式前 11 项的 XY 多项式表征

Tab.2 XY polynomial characterization corresponding to the first 11 items of Zernike standard polynomial

Zernike polynomials	XY polynomials	Aberrations
$Z_1=1$	$x^0y^0=A_1$	Piston
$Z_2=2\rho\cos\theta$	$2x=A_2$	X tilt
$Z_3=2\rho\sin\theta$	$2y=A_3$	Y tilt
$Z_4=\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	$\sqrt{3}(2x^2+2y^2-1)=A_4+A_6$	Power
$Z_5=\sqrt{6}\rho^2\sin 2\theta$	$2\sqrt{6}xy=A_5$	Primary astigmatism at 45°
$Z_6=\sqrt{6}\rho^2\cos 2\theta$	$2\sqrt{6}(x^2-y^2)=A_4+A_6$	Primary astigmatism at 0°
$Z_7=\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\sin\theta$	$\sqrt{8}(3x^2y+2y^3-2y)=A_3+A_8+A_{10}$	Primary y coma
$Z_8=\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\cos\theta$	$\sqrt{8}(3x^3+3xy^3-2x)=A_2+A_7+A_9$	Primary x coma
$Z_9=\sqrt{6}\rho^3\sin 3\theta$	$\sqrt{6}(3x^2y-y^3)=A_8+A_{10}$	Trefoil y
$Z_{10}=\sqrt{6}\rho^3\cos 3\theta$	$\sqrt{6}(x^3-3xy^2)=A_7+A_9$	Trefoil x
$Z_{11}=\sqrt{5}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	$\sqrt{5}(6x^4+12x^2y^2-6x^2+6y^4-6y^2+1)=A_1+A_4+A_6+A_{11}+A_{13}+A_{15}$	Primary spherical

### 1.3 设计流程

#### 1.3.1 结构限制

首先根据系统的技术指标求解同轴初始结构,然后对系统进行离轴化处理。为了防止系统趋于同轴方向优化,在离轴化处理时根据光线的走向,对反射镜面的旋转角度和偏心距离进行限制,以免遮拦光线。图 2 为 YOZ 平面上 Z 字型离轴三反光学系统,为避免光线遮拦应满足以下条件:

$$\begin{cases} Y_{CD} > Y_E \\ Y_{DG} > Y_F \\ Y_{GH} > Y_I \end{cases} \quad (6)$$

式中: $Y_{CD}$ 、 $Y_{DG}$  和  $Y_{GH}$  代表入射到反射镜上的光线的纵坐标; $Y_E$  和  $Y_F$  代表反射镜顶点的纵坐标; $Y_I$  代表

像边缘的纵坐标。利用优化函数中的宏语言调用,优化过程中实现对光学系统结构的限制。

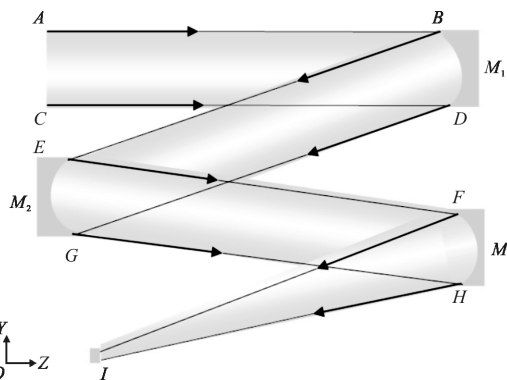


图 2 结构限制示意图

Fig.2 Schematic diagram of restricted structure

1.3.2 视场优化策略

与以往给定视场的光学系统优化不同,视场优化策略旨在优化视场的同时实现对视场的拓展。视

场拓展分为两个方向进行拓展: X 方向和 Y 方向,可根据需要选择相应的拓展步长。其中 X 方向的视场拓展示意图如图 3 所示。

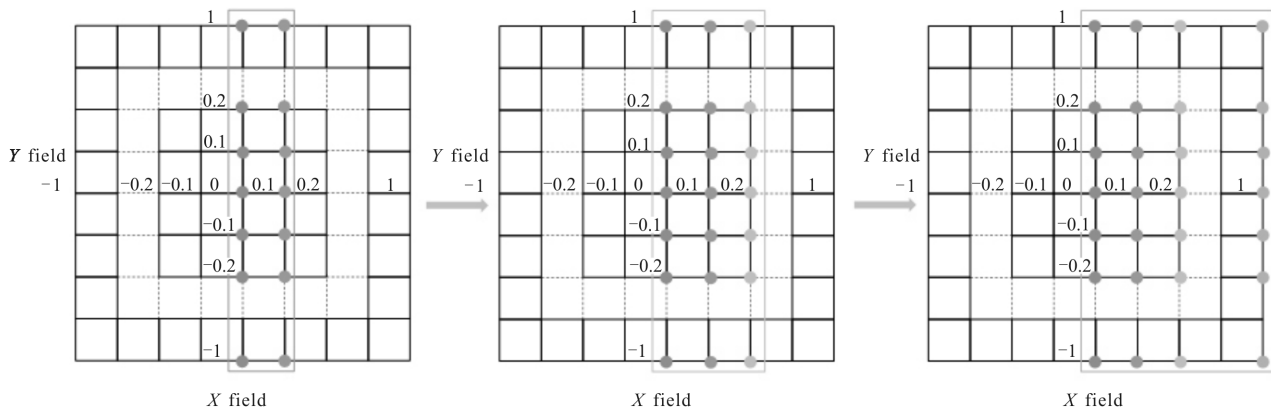


图 3 X 方向视场拓展示意图

Fig.3 Schematic diagram of expanding the X field of view

通常光学设计中,对视场优化权重的设置是根据经验手动调节的,中心视场权重大,边缘视场权重小。但是对于大视场的光学系统,各视场的像差分布不一致,边缘视场较中心视场像差大,因此对各视场的优化权重应进行定量设置。利用 Zernike 标准多项式系数表征光学系统波像差,通过计算  $j \geq 2$  的各项系数的平方和得到整个波面 RMS 值的平方和。根据各视场所对应的波面 RMS 值可以得到各个视场在全视场波像差中的占比,从而实现各视场优化权重的定量设置。

1.3.3 面型优化策略

为了平衡系统中的像差,根据正负像差相消理论,在自由曲面中加入能够产生该像差项的表达式,通过优化表达式系数平衡该像差。分析 Zernike 标准多项式系数,可以了解系统所包含的像差情况,根据系数平方和较大的 Zernike 项对应的像差优先原则,确定像差分量的优化顺序。根据 Zernike 标准多项式与 XY 多项式的对应关系,针对系统中的像差,加入相应的 XY 多项式系数作为优化变量。

结合面型和视场策略的优化流程图如图 4 所

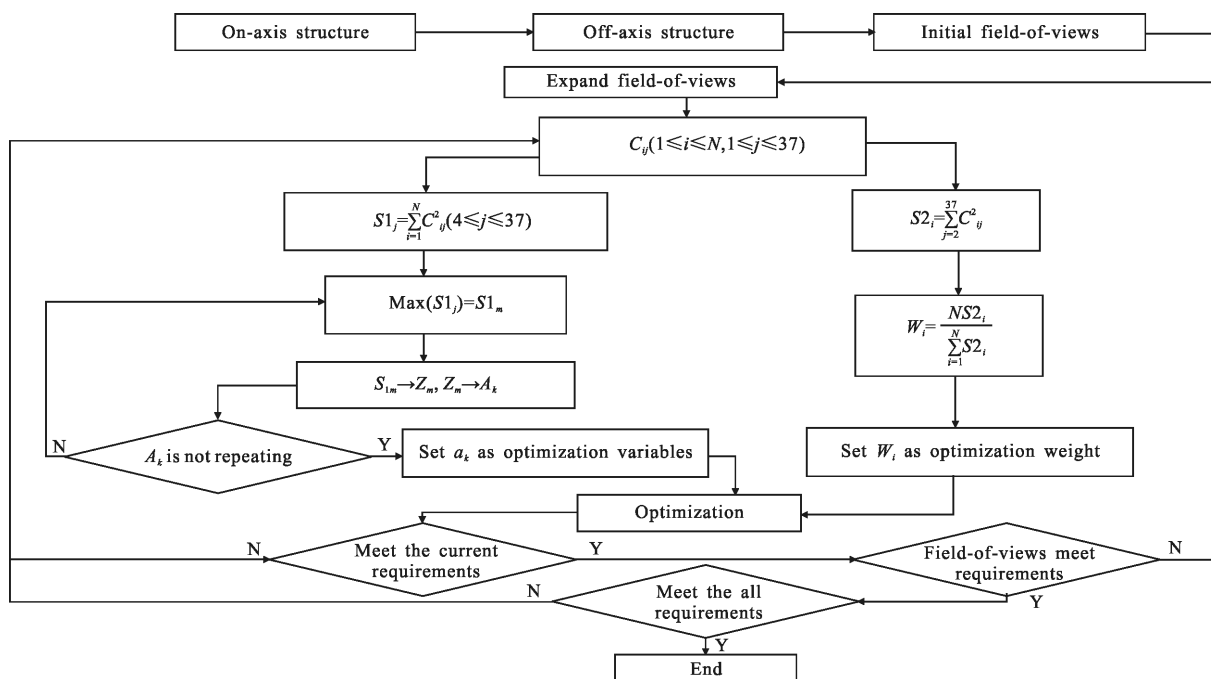


图 4 系统优化流程图

Fig.4 System optimization flow chart

示,其中,  $c_{ij}$  表示第  $i$  个视场、第  $j$  项的 Zernike 多项式系数,  $S1_j$  为不同视场同一 Zernike 项的系数平方和,  $S2_i$  为同一视场不同 Zernike 项的系数平方和,  $Z_m$  为最大系数平方和对应的 Zernike 项,  $A_k$  为 XY 多项式表达式,  $a_k$  为表达式  $A_k$  的系数。面型优化策略中, 根据系数平方和最大项对应的 Zernike 项  $Z_m$ , 得到对应的 XY 多项式项  $A_k$ , 判断  $A_k$  的系数  $a_k$  是否已经作为优化变量, 若非优化变量, 则将  $a_k$  作为优化变量, 若已为优化变量, 则排除该 Zernike 项, 按照像差分量排序选择下一项。视场优化策略中, 求解每个视场波像差在总视场波像差的占比, 将比值作为该视场的优化权重。确定好优化变量和视场优化权重后对系统进行优化。一轮优化完成后, 需要判断当前像质是否满足要求, 若满足则进行视场拓展, 若不满足则继续结合面型和视场优化策略对光学系统进行优化, 直到全视场像质满足要求时, 优化过程结束。

## 2 设计实例

### 2.1 设计指标

为了验证结合面型和视场优化策略设计方法的正确性且保证结果具有对比性, 选取公开的设计结果即参考文献[9]中除视场外相同的技术指标、结构类型和反射镜面型, 离轴三反系统的技术指标如表3所示。系统采用一次成像, 孔径光阑位于次镜位置处, 其中主镜为偶次非球面, 三镜采用自由曲面面型, 且主镜、三镜一体, 在同一反射镜面上。

表 3 离轴三反光学系统的技术指标

Tab.3 Specifications of off-axis three-mirror optical system

Parameter	Specification
Effective focal length/mm	1 200
Entrance pupil diameter/mm	100
Field of view/(°)	30×3
F number	12
Wavelength/nm	632.8
MTF/lp·mm <sup>-1</sup>	>0.45@50

### 2.2 设计方法

考虑到实际加工的成本以及便捷性, 采用主镜、三镜一体的结构, 根据位置关系可得:

$$d_1 = -d_2 \quad (7)$$

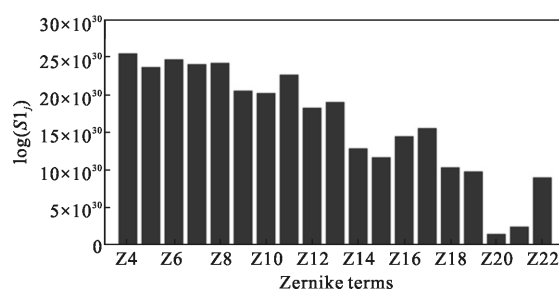
即

$$\frac{1-\alpha_1}{\beta_1\beta_2} = \frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{\beta_2} \quad (8)$$

根据系统结构给出合理的  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$  的值, 求解得到初始的同轴结构, 利用宏语言对光学系统离轴化处理, 最终得到离轴结构。

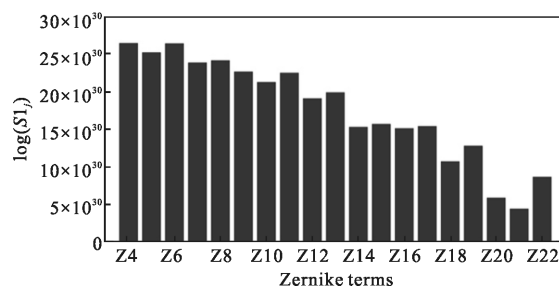
系统关于子午面对称, 因此视场拓展只对 X 方向进行, Y 方向视场不做拓展, 视场拓展步长为 5°, 且 XY 多项式中选择 X 的偶次幂项加入自由曲面面型中。

根据面型和视场优化策略, 第一次拓展视场为 5°×3°, 将  $x^2$ 、 $y^2$  这两项的系数作为优化变量, 根据波像差占比设置好视场权重, 对系统进行优化。该视场的像质满足要求, 继续拓展视场。第二次拓展视场为 10°×3°, 选取  $x^2y$ 、 $y^3$ 、 $y$  的系数作为优化变量, 设置好优化权重, 优化之后系统像质满足要求, 第三次将视场拓展为 15°×3°。经过三轮面型和视场优化策略分别将  $x^4$ 、 $x^2y^2$ 、 $y^4$ 、 $x^4y$ 、 $x^2y^3$ 、 $y^5$ 、 $x^6$ 、 $x^2y^4$ 、 $x^4y^2$ 、 $y^6$  的系数作为优化变量, 分三次设置权重。图 5 为三次视场拓展的 Zernike 标准多项式系数平方和, 横坐标表示 Zernike 项, 纵坐标为对应的系数平方和(为了显示的可比性, 将其乘以 10<sup>30</sup> 后取对数)。图 6 为三次视场



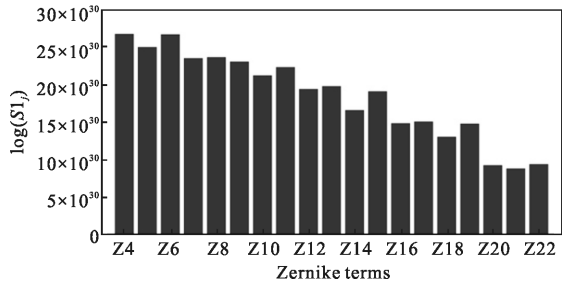
(a) 视场 5°×3°

(a) Field-of-view is 5°×3°



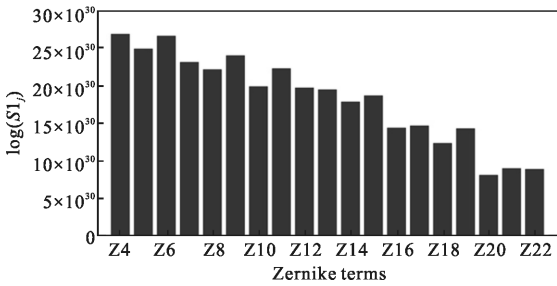
(b) 视场 10°×3°

(b) Field-of-view is 10°×3°



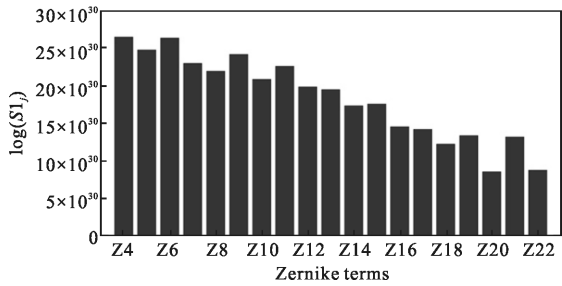
(c) 视场  $15^\circ \times 3^\circ$  第一轮优化

(c) First optimization when field-of-view is  $15^\circ \times 3^\circ$



(d) 视场  $15^\circ \times 3^\circ$  第二轮优化

(d) Second optimization when field-of-view is  $15^\circ \times 3^\circ$



(e) 视场  $15^\circ \times 3^\circ$  第三轮优化

(e) Third optimization when field-of-view is  $15^\circ \times 3^\circ$

图 5 优化过程中系统 Zernike 系数平方和

Fig.5 Zernike coefficient squared sum of the system over the optimization

拓展优化后系统的调制传递函数,可以看出,优化结果接近衍射极限。整个优化过程仅通过五轮面型和视场优化,缩减了优化时间,大大提高了优化效率。

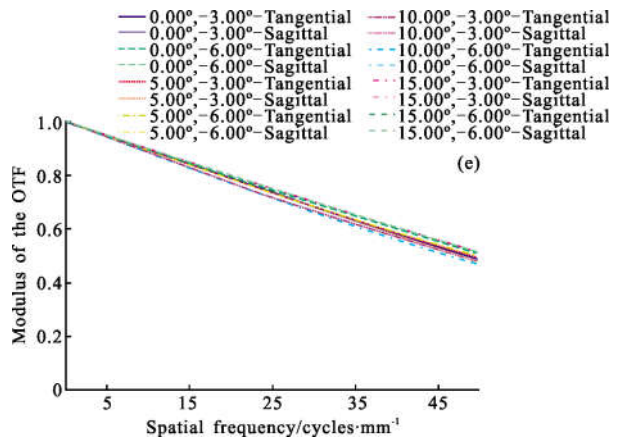
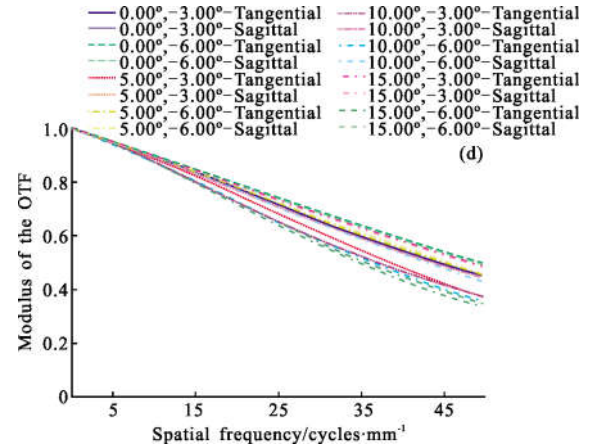
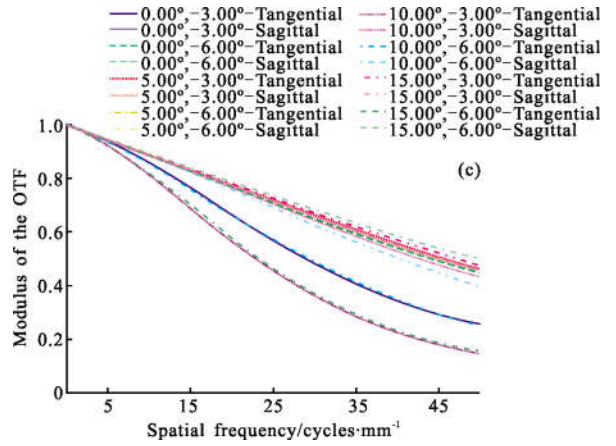
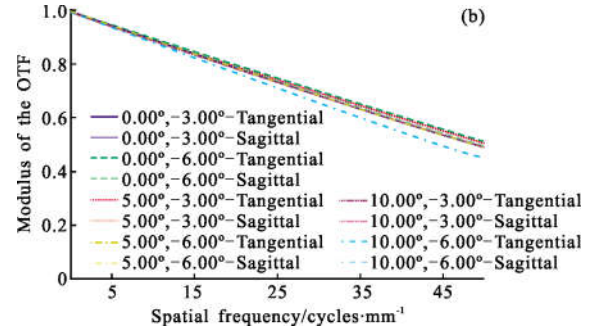
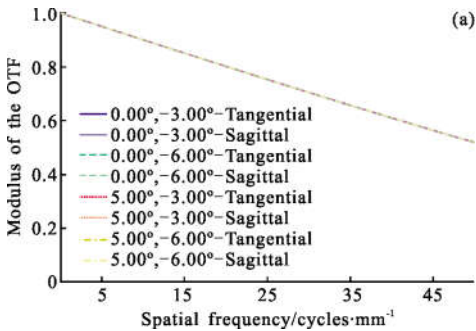
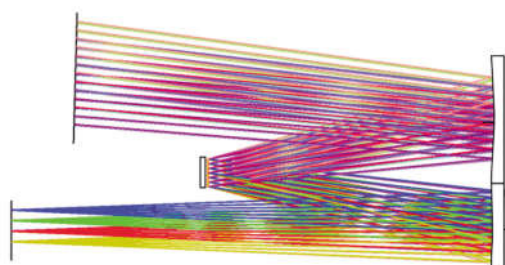


图 6 优化过程中系统调制传递函数

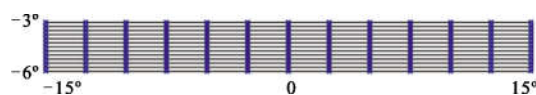
Fig.6 Modulation transfer function curve of the system over the optimization

### 2.3 设计结果

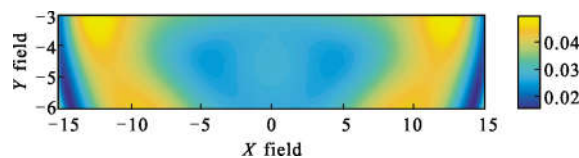
系统光路如图 7(a)所示,图 7(b)为系统的网格畸变,其中最大相对畸变为-0.782 1%,图 7(c)为系统的波像差,各视场的波像差均小于  $1/14\lambda$ 。最终系统自由曲面面型仅采用 15 项 XY 多项式系数进行表征,各视场在 50 lp/mm 处的 MTF 值均优于 0.45,接近衍射极限。最终系统的结构参数和自由曲面各项系数分别如表 4 和表 5 所示,整个系统结构紧凑,反射镜面型便于系统装调,其中三镜面型和参考文献[9]采用相同的 XY 多项式项数,在面型复杂度一致的情况下获得了更大的视场范围,设计结果理想。



(a) 光学系统结构图  
(a) Layout of the optical system



(b) 系统的网格畸变  
(b) Grid distortion of the system



(c) 系统的波像差  
(c) Wavefront aberration of the system

图 7 优化结果

Fig.7 Optimization result

表 4 最终结果各面型参数

Tab.4 Parameter of each surface of the final result

	Radius /mm	Distance /mm	Conic	6th	8th
PM	-2 530.090	-579.353	-2.681	-3.133E-18	-2.627E-24
SM	-859.919	579.353	0	-	-
TM	-1 321.945	-970.029	0.736	-	-

表 5 XY 多项式项系数

Tab.5 Coefficient of XY polynomial

XY polynomial	Coefficient	XY polynomial	Coefficient	XY polynomial	Coefficient
y	0.023	$x^2$	-2.024E-5	$y^2$	-2.190E-5
$x^2y$	1.388E-8	$y^3$	1.555E-8	$x^4$	2.155E-11
$x^2y^2$	3.984E-11	$y^4$	9.197E-12	$x^4y$	1.388E-14
$x^2y^3$	1.278E-14	$y^5$	5.490E-14	$x^6$	2.077E-17
$x^4y^2$	8.189E-17	$x^2y^4$	9.416E-17	$y^6$	-6.198E-17

### 3 结论

针对自由曲面光学系统的视场拓展,文中提出了一种结合面型和视场优化策略的自由曲面离轴反射式光学系统设计方法,该方法实现了光学系统在面型复杂度一定的情况下获得较大视场的优化设计。根据 Zernike 标准多项式表征波像差的系数,获得系统中像差分量校正的顺序及各视场的优化权重,交替使用面型和视场优化策略。应用该方法成功设计了视场  $30^\circ \times 3^\circ$ 、F 数为 12、焦距 1 200 mm 的离轴三反系统,自由曲面面型仅采用了 15 项 XY 多项

式系数进行表征,在与参考文献[9]中相同的初始结构、结构类型以及反射镜面型条件下,视场扩大了 3 倍,系统调制传递函数接近衍射极限。该方法有利于指导含有自由曲面的更宽视场的光学系统设计,有针对性地优化系统像差,缩短了优化时间,提升了优化效率。

#### 参考文献:

[1] Pan Junhua. The Design, Manufacture and Test of the Aspherical Optical Surface [M]. Suzhou: Soochow University Press, 2004. (in Chinese)



- 潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004.
- [2] Wang Yongtian. Design and application of free-curved surface optical system [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2012, 10(3): 13–16. (in Chinese)  
王涌天. 自由曲面光学系统设计及其应用[J]. 光学与光电技术, 2012, 10(3): 13–16.
- [3] Zhang Xin, Xu Yingchao. Study on free-form optical testing [J]. *Chinese Journal of Optics and Applied Optics*, 2008 (1): 92–99. (in Chinese)  
张新, 许英朝. 光学自由曲面的检测方法 [J]. 中国光学与应用光学, 2008(1): 92–99.
- [4] Shi Haodong, Zhang Xin, Wang Lingjie, et al. Aberration properties of off-axis freeform surface optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(7): 0708001. (in Chinese)  
史浩东, 张新, 王灵杰, 等. 偏轴自由曲面光学系统像差特性研究[J]. 光学学报, 2016, 36(7): 0708001.
- [5] Xu Fenggang, Huang Wei, Xu Mingfei. Design of off-axis three-mirror optical system based on Wassermann-Wolf equations [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36 (12): 1222002. (in Chinese)  
徐奉刚, 黄玮, 徐明飞. 基于 Wassermann-Wolf 方程的离轴三反光学系统设计[J]. 光学学报, 2016, 36(12): 1222002.
- [6] Wang Yunqi, Liu Weiqi, Zhang Daliang, et al. Design of off-axis three-mirror optical system with wide field of view based on transfer matrix [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(4): 0418003. (in Chinese)  
王蕴琦, 刘伟奇, 张大亮, 等. 基于传递矩阵的宽视场离轴三反光学系统设计 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(4): 0418003.
- [7] Li Na, Huang Ying. Design of large-field and Low-distortion freeform space optical system with 3D construction method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0322001. (in Chinese)  
李娜, 黄颖. 基于三维构建法的大视场低畸变自由曲面空间光学系统设计[J]. 光学学报, 2016, 36(3): 0322001.
- [8] Yang Tong, Zhu Jun, Jin Guofan. Design of freeform imaging systems with linear field-of-view using a construction and iteration process [J]. *Optics Express*, 2014, 22(3): 3362–3374.
- [9] Han Changyuan. Study on optical system of high resolution space camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, 16(11): 2164–2172. (in Chinese)  
韩昌元. 高分辨力空间相机的光学系统研究 [J]. 光学精密工程, 2008, 16(11): 2164–2172.
- [10] Shi Lili. The design and research on the optical system of the space remote sensor [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese)  
史黎丽. 航天遥感相机光学系统设计研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2007.
- [11] Meng Qingyu, Wang Hongyuan, Wang Yan, et al. OFF-axis three-mirror freeform optical system with large linear field of view [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45 (10): 1018002. (in Chinese)  
孟庆宇, 汪洪源, 王严, 等. 大线视场自由曲面离轴三反光学系统设计[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(10): 1018002.
- [12] Meng Qingyu, Wang Wei, Ma Hongcai, et al. Easy-aligned off-axis three-mirror system with wide field of view using freeform surface based on integration of primary and tertiary mirror[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(14): 3028–3034.
- [13] Kanolt C W. Multifocal ophthalmic lenses: US, Patent 2878721[P]. 1959–03–24.
- [14] Zhuang Zhenfeng, Chen Yanting, Yu Feihong, et al. Field curvature correction method for ultrashort throw ratio projection optics design using an odd polynomial mirror surface[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(22): 69–76.
- [15] Cakmakci O, Rolland J. Design and fabrication of a dual-element off-axis near-eye optical magnifier. [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(11): 1363–1365.
- [16] Tong Jingbo, Cui Qingfeng, Xue Changxi, et al. Optical design of a off-axis dual-channel helmet mounted display [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30 (9): 2662–2667. (in Chinese)  
佟静波, 崔庆丰, 薛常喜, 等. 离轴双通道头盔显示器光学系统设计[J]. 光学学报, 2010, 30(9): 2662–2667.