

外参数激励 MOEMS 扫描镜动力学过程与追踪控制

王肖伊, 王 琪, 李贇玺, 杨亚非

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要: 随着 MOEMS 扫描镜的发展, 其较高的谐振频率及 IC 兼容的低成本等优点在激光 3D 图像传感器中应用前景广阔, 研究外参数激励 MOEMS 扫描镜动力学特性与控制问题具有重要的理论和应用价值。从欧拉方程出发, 建立静电驱动 MOEMS 扭转动力学模型, 利用四阶 Runge-Kutta 算法仿真表明: 在外参数指令信号激励下, MOEMS 扫描镜扭转状态经历阻尼运动、周期、倍周期和混沌等动力学过程, 其中周期运动存在着一个较大的参数控制范围。根据 Lyapunov 稳定性理论, 设计了一种连续混沌系统追踪控制器, 使受控的 MOEMS 扫描镜扭转状态收敛于任意期望的指令信号。实验表明, 李萨如图指令信号适用于激光 3D 图像传感器; 几何矢量指令信号适用于激光 3D 打印系统, 理论分析与实验相一致。

关键词: 激光图像传感器; 光学微机电系统; 振动分析; 机器人和机器控制

中图分类号: O436 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0920004

Kinetic process and tracking control of MOEMS scanning mirror under external parameter excitation

Wang Xiaoyi, Wang Qi, Li Yunxi, Yang Yafei

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: With the development of MOEMS scanning mirror, the scanning mirror has profound applications in prospect on laser 3D image sensor by the advantages of high-speed resonance frequency and low cost for IC compatibility. It has significant theoretical and practical value to study the dynamic characteristic and control problem of MOEMS scanning mirror under external parameter excitation. According to the Euler equation, the torsional dynamical model of electrostatic actuated MOEMS was built in this paper. It was suggested by the simulation through forth-order Runge-Kutta approach when the external parameter excitation was applied in the electrostatic actuated MOEMS reverse dynamical model, the MOEMS scanning mirror should experience the process of damped, periodic, period-doubling, forking, and chaos motion. Besides, the periodic motion had a large parametric control range. According to the stabilization theory by Lyapunov, a type of continuous tracking controller for chaotic system was designed to make the torsional states of the controlled MOEMS scanning mirror convergent to arbitrary

收稿日期: 2017-01-07; 修订日期: 2017-02-10

基金项目: 国家自然科学基金(65175054)

作者简介: 王肖伊(1992-), 女, 硕士生, 主要从事激光图像传感器信号处理与控制方面的研究。Email: wangxiaoyi11@qq.com

导师简介: 杨亚非(1968-), 男, 教授, 博士, 主要从事激光图像传感技术方面的研究。Email: yafei@hit.edu.cn

expected command signal. It is shown by the experiment that the command signal of Lissajous pattern is suitable for laser 3D image sensor; the command signal of vector diagram is suitable for laser 3D printing system. Therefore, the theoretical analysis is consistent with the experiment.

Key words: laser image sensor; micro-opto-electro-mechanical system; vibration analysis; robotic and machine control

0 引言

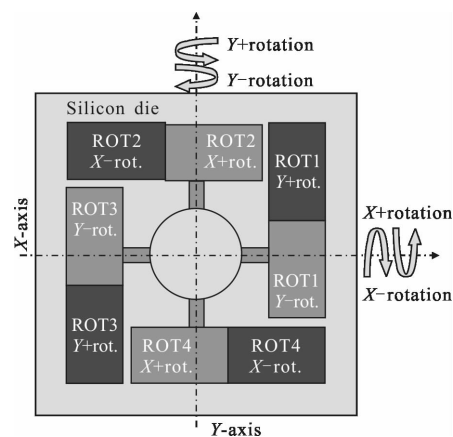
2015 年谷歌无人驾驶原型车路测以来,无人车的概念进入了大众的视野。其实,早在 20 世纪 70 年代,美国、英国、德国等发达国家开展自主导航辅助驾驶系统研究,其中,激光 3D 图像传感器作为复杂环境感知和避障的标准配置。但目前普遍采用的 Velodyne-64E 激光 3D 图像传感器为伺服电机 360° 全景扫描和线阵接收方式,价格昂贵,适用范围受到极大的限制^[1-3]。近年来,随着光学微机电系统(Micro-Opto-Electro-Mechanical System, MOEMS)高速扫描镜的发展,以 MOEMS-2D 扫描代替传统的伺服电机 1D 扫描方成为一种发展趋势^[4-6]。MOEMS 扫描镜具有静电驱动、电磁驱动、压电驱动和热驱动等多种驱动方式,其中静电驱动原理最简单,而且加工工艺与 IC 兼容,非常易于大规模化生产,成本低^[7-8]。目前,关于 MOEMS 器件动力学分析大多集中在系统参数变化而产生周期、倍周期和混沌现象,这对研制高性能 MOEMS 器件具有重要的理论指导意义^[9-12],但关于 MOEMS 扫描镜外参数激励和追踪控制等问题涉及较少。为此,文中重点研究在 MOEMS 扫描镜系统参数固化以后,如何利用外参数激励下 MOEMS 扫描镜的动力学行为,研究一种工程上可靠且灵活的追踪控制方法,使 MOEMS 扫描器能够按照指令信号期望的轨迹进行周期运动。

1 静电驱动 MOEMS 扫描镜动力学模型与追踪控制方法

1.1 静电驱动 MOEMS 扫描镜动力学模型

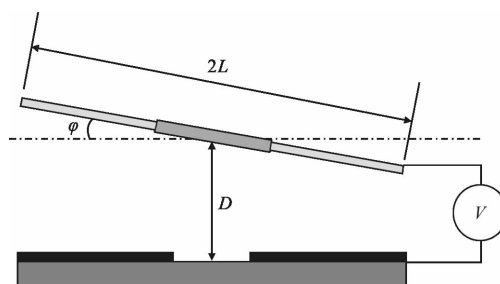
如图 1 所示,为美国 Mirrorcletech 公司的四象限静电驱动 MOEMS 扫描镜结构图,直径约为 3.6mm。ROT2 X+和 ROT4 X+为 MOEMS 扫描镜 X 轴正向驱动电压,ROT2 X-和 ROT4 X-为 MOEMS 扫描镜 X 轴负向驱动电压,ROT1 Y+和 ROT4 Y+为 MOEMS

扫描镜 Y 轴正向驱动电压,ROT1 Y-和 ROT4 Y-为 MOEMS 扫描镜 Y 轴负向驱动电压。在标准操作下,ROT2 X+ 和 ROT4 X+连接在一起,ROT1 Y+ 和 ROT3 Y+连接在一起,ROT2 X-和 ROT4 X-连接在一起,ROT1 Y-和 ROT3 Y-连接在一起,所有四个 GND 引脚连接在一起。



(a) 四象限电极分布

(a) Four quadrant electrode distribution



(b) MOEMS 扫描镜扭转示意图

(b) Schematic diagram of rotation of MOEMS scanning mirror

图 1 静电四象限驱动 MOEMS 结构图

Fig.1 Structure diagram of electrostatic four quadrant actuated MOEMS

该 MOEMS 扫描镜具有四象限电极分布结构,只要对一个象限研究清楚,其他象限的行为类似。扫描镜在静电驱动下,且由于 MOEMS 面积与体积比

很大,需要考虑范德华力的影响,此时 MOEMS 的基础运动规律属于受迫转动形式,其动力学方程为^[13]:

$$I\ddot{\varphi} + C\dot{\varphi} + K\varphi = M_{\text{elec}}(\varphi) + M_{\text{vdw}}(\varphi) \quad (1)$$

式中: I 为 MOEMS 的组合惯性系数; C 为阻尼系数; K 为弹性系数; $M_{\text{elec}}(\varphi)$ 为静电转矩; $M_{\text{vdw}}(\varphi)$ 为范德华转矩; φ 为 MOEMS 扫描镜扭转角度; $\dot{\varphi}$ 为扭转角速度; $\ddot{\varphi}$ 为扭转角加速度。

$$M_{\text{elec}} = \frac{1}{2} \varepsilon w V^2 \frac{1}{\sin^2 \varphi} \left[\frac{D}{D-L\sin\varphi} - 1 + \log\left(\frac{D-L\sin\varphi}{D}\right) \right] = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon w L^2 V^2}{D^2} \cdot \frac{1}{\gamma^2} \left[\frac{\gamma}{1-\gamma} + \log(1-\gamma) \right] \quad (2)$$

式中: ε 为介电常数; V 为驱动电压。

$$M_{\text{vdw}} = \frac{Aw}{12\pi} \frac{1}{\sin^2 \varphi} \left[\frac{D+2L\sin\varphi}{(D+L\sin\varphi)^2} + \frac{-D+2L\sin\varphi}{(-D+L\sin\varphi)^2} \right] = \frac{AwL^2}{3\pi D^3} \frac{\gamma}{(1-\gamma^2)^2} \quad (3)$$

式中: ε 为 MOEMS 扫描镜介电常数; V 为驱动电压信号; D 为转轴与底部电极之间的间隙; L 、 w 和 φ 分

别为半长度、宽度和倾斜角; A 为 Hamaker 常数。其中,当 $D/L \ll 1$ 时, $\sin\varphi \approx \varphi$, $\sin\varphi_0 = D/L \approx \varphi_0$ 为最大倾斜角,且令 $\gamma = \varphi/\varphi_0$, 其取值范围为 $0 < \gamma < 1$ 。

当外加激励信号选择偏置余弦信号 $V(t) = V_{\text{dc}} + V_{\text{ac}}\cos\omega t$ 时,由于静电力与电压平方成比例,则公式(2)中 $V^2(t)$ 改写为:

$$V^2(t) = a_0 + a_1\cos\omega t + a_2\cos 2\omega t \quad (4)$$

式中: $a_0 = (V_{\text{dc}}^2 + V_{\text{ac}}^2/2)$ 为直流偏压分量; $a_1 = 2V_{\text{dc}}V_{\text{ac}}$ 为外加驱动信号的幅值; $a_2 = V_{\text{ac}}^2/2$ 为外加驱动信号 2 次谐波的幅值。

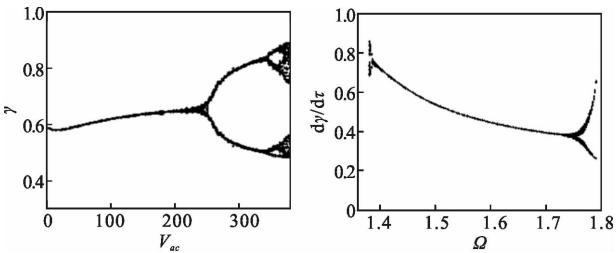
将公式(2)~(3)代入公式(1),并进行无量纲化处理,令 $\eta = CT/I$, $\kappa = KT^2/I$, $\xi = \varepsilon w T^2/(2ID^2)$, $\tau = t/T$, $\delta = AwD^2/(3\pi ILD^2)$, T 定义为特征时间,则公式(1)改写为:

$$\frac{d^2\gamma}{d\tau^2} + \eta \frac{d\gamma}{d\tau} + \kappa\gamma = \frac{\xi V^2}{\gamma^2} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} + \log(1-\gamma) \right) + \delta \frac{\gamma}{(1-\gamma^2)^2} \quad (5)$$

可见,方程(5)是一个非自治非线性方程。若令 $d\gamma/d\tau = \Theta$ 和 $d\psi/d\tau = \Omega$, 则方程(5)简化成三维相空间的自治一阶微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{d\gamma}{d\tau} = \Theta \\ \frac{d\Theta}{d\tau} = -\eta\Theta - \kappa\gamma + \xi \frac{(a_0 + a_1\cos\psi)}{\gamma^2} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} + \log(1-\gamma) \right) + \delta \frac{\gamma}{(1-\gamma^2)^2} \\ \frac{d\psi}{d\tau} = \Omega \end{cases} \quad (6)$$

运用四阶 Runge-Kutta 算法求解微分方程组(6),分析外加余弦信号的交流电压幅值和频率比对静电驱动 MOEMS 扫描镜耦合系统响应的影响。MOEMS 基本参数为: $\eta=0.9$; $\kappa=0.7$; $\delta=0.6$; $a_0=0.4$ 。计算中每周期积分步长为 $2\pi/300$,为消除自由振荡的影响,使系统得到稳定解,略去至少前 500 个周期,取后面的 2000 以上个周期。由图 2(a)可见,外加余弦信号交



(a) 交流电压幅值
(b) 频率比
(a) AC voltage amplitude
(b) Frequency ratio

图 2 外加余弦信号激励下 MOEMS 扫描镜扭转状态分岔图
Fig.2 Bifurcation diagram of MOEMS scanning mirror torsional state with additional cosine excitation signal

流电压 V_{ac} 在大约 0~200 V 区间内,MOEMS 处于周期扭转状态;交流电压 V_{ac} 在大约 260~350 V 区间内,MOEMS 处于倍周期扭转状态;随着交流电压 V_{ac} 逐渐增加,MOEMS 将处于混沌运动状态。由图 2(b)可见,在外加余弦信号频率比 Ω 在 0~1.3 区间内,MOEMS 处于阻尼振动状态;在频率比 Ω 在 1.4~1.72 区间内,MOEMS 处于周期运动状态;在 $\Omega > 1.72$ 时,MOEMS 处于失谐运动状态。

如图 3(a)所示,在 $a_1=0.8$ 时,相轨图为 1 个极限环,MOEMS 扫描镜处于 1 周期摆动,这也正是文中所追求的目标,随着 a_1 增加,MOEMS 摆动状态进入准周期状态。如图 3(b)所示,在 $a_1=1.38$ 时,相轨图为 2 个极限环,MOEMS 进入 2 周期摆动状态。如图 3(c)所示,在 $a_1=1.81$ 时,相轨图为 3 个极限环,MOEMS 进入 3 周期摆动状态。如图 3(d)所示,在 $a_1=2.05$ 时,相轨图为无序的环面,MOEMS 摆动进入混沌状态。

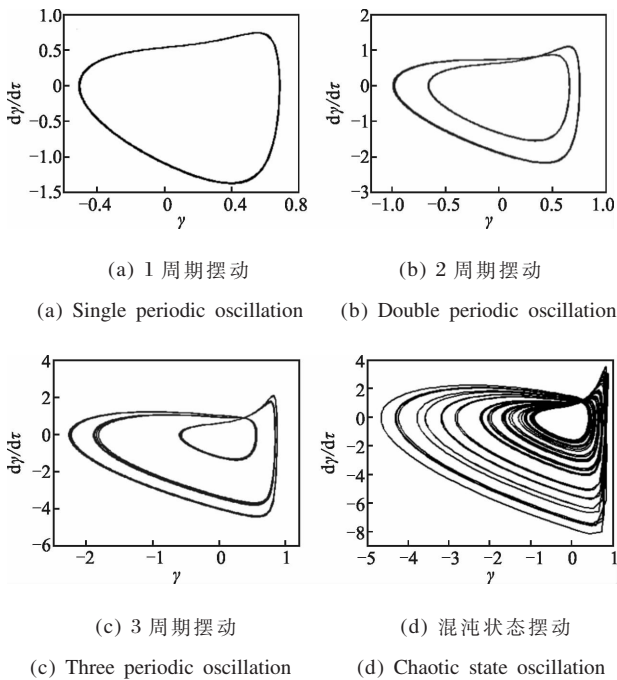


图 3 在外加余弦信号电压幅值变化时 MOEMS 扫描镜的动力学行为
Fig.3 Dynamical behavior of MOEMS scanning mirror with the changing voltage amplitude values of additional cosine signal

由此可见，外加余弦信号交流电压 a_1 的增加，MOEMS 扫描镜的摆动状态经历阻尼、1 周期、2 周期、3 周期直至混沌的动力学过程。

2.2 静电驱动 MOEMS 扫描镜追踪控制方法

在 MOEMS 扫描激光 3D 图像传感器中，人们往往希望 MOEMS 扫描轨迹能够按照指令信号期望的相轨进行 1 周期摆动，这就涉及到追踪控制问题，即通过施加控制器使受控 MOEMS 扫描轨迹达到事先给定的扫描轨迹图样。现有的 MOEMS 追踪控制方法如耦合控制法、微扰法、非线性反馈法和周期激励法等，虽可追踪控制到给定的周期轨道，但控制器形式复杂，工程上实现困难，不利于应用，下面讨论一种新型连续混沌系统追踪控制器方法。

假设某一连续混沌系统可用以下状态方程描

$$\begin{cases} \frac{d\gamma}{d\tau} = \Theta \\ \frac{d\Theta}{dt} = -\eta\Theta - \kappa\gamma + \xi \frac{(a_0 + a_1 \cos\psi)}{\gamma^2} \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} + \log(1-\gamma) \right) + \delta \frac{\gamma}{(1-\gamma^2)^2} - m \times (\Theta - r) \\ \frac{d\psi}{d\tau} = \Omega \end{cases} \quad (12)$$

述：

$$\dot{x} = f(x) \quad (7)$$

式中： $x \in R^n$ 为状态向量。

如果目标轨迹设置为 $r(t) = [r_1, r_2, \dots, r_n]^T$ ，设计控制器 $u(t) = [u_1, u_2, \dots, u_n]^T$ ，使受控系统公式(7)中的 x 状态追踪到给定的指令信号 r ，且满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x - r\| = 0$ 。

因此，在公式(7)中加入控制器后得到 $\dot{x} = f(x) + u(t)$ ，则追踪误差为：

$$e(t) = [x_1 - r_1, x_2 - r_2, \dots, x_n - r_n]^T = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)] \quad (8)$$

如果控制器设计选择如下形式：

$$u(t) = -m(t)e \quad (9)$$

因此，由公式(7)~(9)可得到系统的误差方程：

$$\dot{e}(t) = f(x) - m(t)e \quad (10)$$

根据 Lyapunov 稳定性原理，构造 $V(t) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} e_i^2(t)$ ，

则 $V(t)$ 的导数为：

$$\dot{V}(t) \leq \frac{1}{2} \|f(x) - r\|^2 + \frac{1}{2} \|e\|^2 - m(t) \|e\|^2 \quad (11)$$

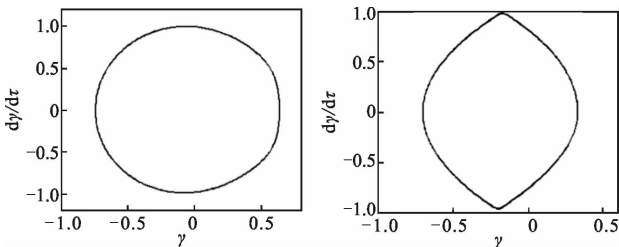
由公式(11)可见，假设 $\|f(x) - r\| \leq M \|e\|$ ，只要原系统 $\dot{x} = f(x)$ 有界，且目标信号 $r(t)$ 的各个分量在 $[0, +\infty]$ 满足对时间 t 一次可微，即可满足该条件。连续混沌系统均为有界函数，且 $f(t)$ 满足 Lipchitz 条件，则存在一个正数 M ，使 $\dot{V}(t) \leq [M^2/2 + 1/2 - m(t)] \|e\|^2$ 成立。当 $\|e\| = 0$ 时，有 $\dot{V}(t) = 0$ 。若 $k(t)$ 足够大，使 $[M^2/2 + 1/2 - k(t)] < 0$ ，则有 $\dot{V}(t) < 0$ ，因此 $e(t)$ 是渐进稳定的。 $m(t)$ 可以选择一个足够大的常数或单调递增函数，如 $t, t^2, \exp(at)$ 等形式的函数，当 t 充分大时，定有 $[M^2/2 + 1/2 - m(t)] < 0$ 。

因此，根据公式(9)状态反馈控制方法，设计追踪控制器 $u = m \cdot (\Theta - r(t))$ ，即用状态 Θ 对期望的指令信号 $r(t)$ 波形进行跟踪，最终能够将系统控制到 $r(t)$ 波形上。这时施加控制器后的混沌系统公式(6)则变为：

在 MOEMS 扫描激光图像传感器应用中, 一般选择 MOEMS 扫描镜快轴(X 轴)做正弦波形运动、慢轴(Y 轴)做三角波形运动。为此, 文中选择指令信号波形分别为 $\sin(t)$ 和 $\text{swatooth}(t)$, 期望 MOEMS 的转动状态 X 和 Y 分别追踪 $\sin(t)$ 和 $\text{swatooth}(t)$ 输出。首先选定仿真参数分别为 $\eta=0.9, \kappa=0.7, \delta=0.6, a_0=0.4$ 和 $a_1=2.05$, 这时 MOEMS 运动状态处于混沌状态, 如图 3(d)所示。另外, 由于混沌系统属于初值敏感型系统, 施加追踪器前后系统响应完全不同。因此, 在仿真时, 追踪控制器 $u(t)$ 先不施加到 MOEMS 扫描器系统中, 待经过若干周期后再施加, 在施加追踪器后观察输出状态是否收敛于参考信号。

如图 4(a)所示, 指令信号选择 $\sin(1.5t)$ 正弦信号波形, 反馈增益 $m>3.5$, 在 10 个周期之后加入追踪控制, MOEMS 扫描镜的输出状态很快收敛于正弦信号波形 $\sin(1.5t)$ 。图 4(a)的相轨图与图 3(a)未加追踪器的原生 1 周期相轨图相比, 更接近与圆形相轨。

如图 4(b)所示, 指令信号选择 $\text{swatooth}(1.5 \times \pi \times t, 0.5)$ 三角波信号波形, 反馈增益 $m>3.5$, 在 10 个周期之后加入追踪控制, MOEMS 扫描镜的输出状态很快收敛于三角波信号波形 $\text{swatooth}(1.5 \times \pi \times t, 0.5)$ 。图 4(b)的相轨图与图 4(a)所示正弦相轨图相比, 呈近菱形结构。



(a) 参考信号为正弦波 (b) 参考信号为三角波

(a) Sinusoidal reference signal (b) Triangular wave reference signal

图 4 受控 MOEMS 追踪控制轨迹相图

Fig.4 Trajectory phase diagram of controlled MOEMS tracking control

由此可见, 文中提出的 MOEMS 扫描镜追踪控制器, 具有结构简单和易于实现的特点。同时, 该追踪器对不同的系统具有统一的形式, 只要受控系统有界, 与系统结构基本无关, 具有较好的鲁棒性。因此, 可根据需要合理设计 $r(t)$ 指令信号, 获得期望的扫描轨迹图样, 且收敛速度可通过调节 $m(t)$ 来实现。

3 实验结果

为了验证该追踪控制器的可行性, 如图 5 所示静电驱动 MOEMS 扫描镜追踪控制原理图。激光器为 Thorlabs-DJ532, 波长 532 nm, 连续输出 10 mW; MOEMS 扫描镜为 Mirrorcletech -S0260DB 芯片; 静电驱动与追踪控制器为自制。

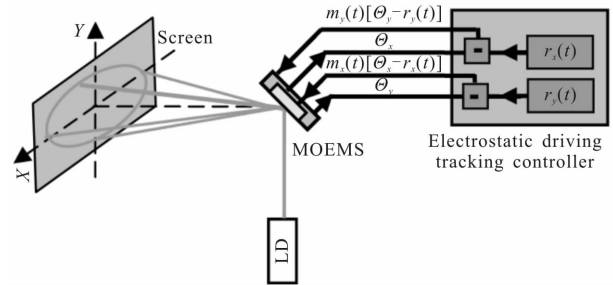


图 5 静电驱动与追踪控制 MOEMS 扫描实验原理图

Fig.5 Schematic diagram of static driving and tracking control MOEMS scanning experiment

为了得到好的演示效果, 指令信号按照李萨如图、线性回扫、螺旋线和蝴蝶图案的行扫频率和帧扫频率均选择较低值(50 Hz 以下), 而实际指令信号的频率为 320 Hz。指令信号和实验中获得的扫描轨迹如图 6 所示。

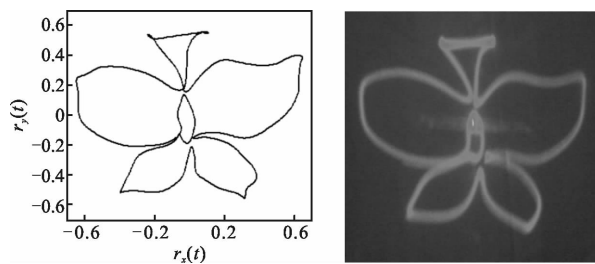
当指令信号设计为 $r_x(t)=\cos(38\pi t)$ 和 $r_y(t)=\sin(16\pi t)$ 时, 行扫与帧扫频率比为 19/8, MOEMS 的扫描轨迹为李萨如图, 见图 6(a)和(b), 其中图 6(a)为指令信号 MATLAB 仿真的指定扫描轨迹图样, 图 6(b)为与图 6(a)对应的实验结果。

当指令信号设计为 $r_x(t)=0.02t+\cos[32\pi(t-t_0)]$ 、 $r_y(t)=\text{swatooth}(1.5t, 0.5)$ 时, 扫描轨迹为线性回扫图样, 图 6(c)为 MATLAB 仿真的扫描轨迹图样, 图 6(d)为实验结果。

当指令信号设计为 $r_x(t)=(20t)\cos(10\pi t+\pi/3)$ 、 $r_y(t)=(20t)\sin(10\pi t+\pi/3)$ 时, 扫描轨迹为螺旋线, 图 6(e)为 MATLAB 仿真的扫描轨迹图样, 图 6(f)为实验结果。

当指令信号设计为 $r_x(t)=\cos(10\pi t)\{\exp[\cos(10\pi t)]-2\cos(40\pi t)+\sin^5(10\pi t/12)\}$ 、 $r_y(t)=\cos(10\pi t)\{\exp[\cos(10\pi t)]-2\cos(40\pi t)+\sin^5(10\pi t/12)\}$ 时, 扫描轨迹为蝴蝶图样, 图 6(e)为 MATLAB 仿真的扫描轨迹图样, 图 6(f)为实验结果。

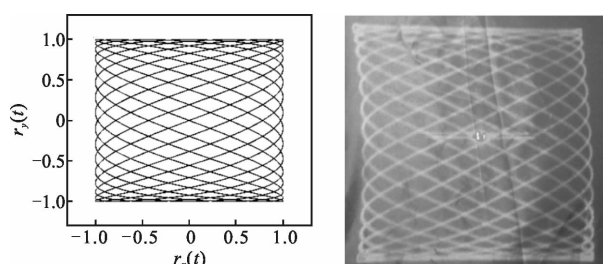
在图 6 实验中, 在 2 m 处放置贴有坐标纸的一个屏幕。帧同步通过一帧最后光斑是否与入射初始位置重合来确定。追踪控制轨迹通过人眼观察和拍照扫描图样是否与指令函数图样形似来确定, 如图 6(a)~(h) 均显示指令函数图样与扫描图样非常形似, 但存在枕形失真, 主要原因是理想像高与实际像高存在扫描角正切的失真因子。实验结果表明: 李萨如图指令信号能够获得最稳定的扫描轨迹图像, 即形成闭环扫描轨迹, 帧频高, 缺点是空间点阵具有非均匀性, 需要校正; 线性回归扫描也能形成闭环扫描轨迹, 具有较好的空间点阵均匀性, 缺点是帧频慢; 螺旋线扫描以及蝴蝶等非规格几何图样进行扫描, 帧频就更慢了。



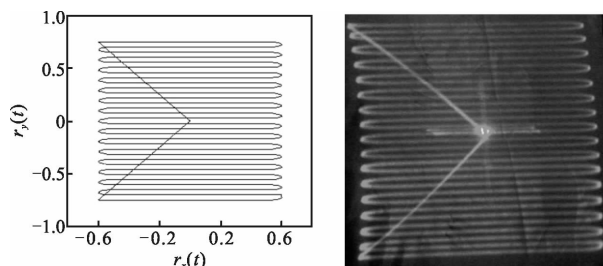
(g) 蝴蝶形指令信号 (g) Command signal of butterfly shape
(h) 蝴蝶形扫描轨迹图 (h) Trajectory diagram of butterfly shape

图 6 追踪控制指令信号与 MOEMS 扫描轨迹图

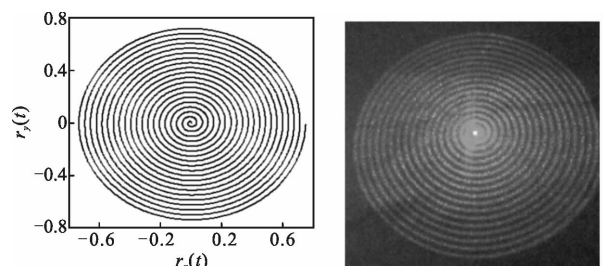
Fig.6 Schematic diagram of tracking control command signal and trajectory diagram of MOEMS scanning



(a) 李萨如图指令信号 (a) Command signal of Lissajous pattern
(b) 李萨如图扫描轨迹 (b) Trajectory diagram of Lissajous pattern



(c) 线性回归指令信号 (c) Command signal of linear regression
(d) 线性回归扫描轨迹图 (d) Trajectory diagram of linear regression



(e) 螺旋线指令信号 (e) Command signal of helical line
(f) 螺旋线指令信号轨迹扫描图 (f) Track scanning of command signal of helical line

4 结论

外参数激励下静电驱动 MOEMS 扫描镜的摆动状态将经历阻尼、周期、倍周期和混沌等动力学过程, 其中 1 周期摆动存在一个较大的动态范围(例如 Mirrorcletech-MOEMS 外加驱动电压的实验结果为 80~200 V, 频率比为 1.4~1.72), 只要驱动电压和频率比控制在这个范围内, 即可实现 1 周期摆动。文中提出的连续混沌追踪控制方法, 期望的指令信号可以是任意信号形式或其信号组合, 只要受控系统有界, 能够快速收敛于期望的指令信号, 控制器结构简单, 工程上易于实现。Mirrorcletech 公司静电平板电容驱动 MOEMS 扫描镜实验表明: 李萨如图指令信号能够获得较高的帧频扫描轨迹, 适用于激光 3D 图像传感器; 该追踪控制方法理论上同样适用于梳齿电容驱动 MOMES 扫描镜。

参考文献:

- [1] Lee X, Wang X, Cui T, et al. Increasing the effective aperture of a detector and enlarging the receiving field of view in a 3D imaging lidar system through hexagonal prism beam splitting [J]. *Optics Express*, 2016, 24(14): 15222-15231.
- [2] Lee X, Wang C. Optical design for uniform scanning in MOEMS-based 3D imaging lidar [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(9): 2219-2223.
- [3] Stefańczyk M, Banachowicz K, Walecki M, et al. 3D camera and lidar utilization for mobile robot navigation [J]. *Journal of Automation Mobile Robotics & Intelligent Systems*, 2013,

- 7(4): 27–34.
- [4] Qi Hu, Christian Pedersen, Peter John Rodrigo. Eye-safe diode laser Doppler lidar with a MOEMS[J]. *Optics Express*, 2016, 24(3): 1934–1942.
- [5] Holmstrom S T S, Baran U, Urey H. MOEMS laser scanners: a review [J]. *Journal of Micro-electromechanical Systems*, 2014, 23(2): 259–275.
- [6] Behroozpour B, Quack N, Sandborn P, et al. Method for increasing the operating distance of MOEMS LIDAR beyond Brownian noise limitation [C]//CLEO: Applications and Technology, 2014: 1–2.
- [7] Liu Yaobo, Yuan Weizheng, Qiao Dayong, et al. Design and modes of a novel two-dimensional microscanner with electrostatic actuation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(6): 291–296. (in Chinese)
刘耀波, 苑伟政, 乔大勇, 等. 一种新型静电驱动二维微型扫描镜的设计及模式[J]. *光学学报*, 2013, 33(6): 291–296.
- [8] Yan Bin, Yuan Weizheng, Qiao Dayong, et al. Novel resonant micro-opto-electro-mechanical scanning and Lissajous Pattern display [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(5): 215–221. (in Chinese)
燕斌, 苑伟政, 乔大勇, 等. 一种新型谐振式微机电系统扫描镜及其利萨如图形显示[J]. *光学学报*, 2012, 32(5): 215–221.
- [9] Giese T, Janes J. 2D MOEMS scanning for LIDAR with sub-nyquist sampling, electronics, and measurement procedure[C]//SPIE Sensing Technology+Applications. International Society for Optics and Photonics, 2015, 9495: 94950F.
- [10] Zhang Wenming, Meng Guang, Zhou Jianbin, et al. Nonlinear dynamic characteristics of electro-statically actuated MOEMS resonant sensors under parametric excitation [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2009, 30(1):44–48. (in Chinese)
张文明, 孟光, 周健斌, 等. 参数激励下静电驱动 MOEMS 共振传感器的非线性动力特性研究 [J]. *力学季刊*, 2009, 30(1): 44–48.
- [11] Hou Dongxiao, Zhao Hongxu, Liu Bin. Bifurcation and chaos in some relative rotation systems with Mathieu-Duffing oscillator[J]. *Acta Phys Sin*, 2013, 62(23): 234501. (in Chinese)
侯东晓, 赵红旭, 刘彬. 一类含 Mathieu-Duffing 振子的相对转动[J]. *物理学报*, 2013, 62(23): 234501.
- [12] Hong Ling, Xu Jianxue. Crises and transient chaosing in a forced nonlinear Mathieu oscillator [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2001, 33(3): 423–429. (in Chinese)
洪灵, 徐健学. 非线性强迫 Mathieu 方程的激变和瞬态混沌[J]. *力学学报*, 2001, 33(3): 423–429.
- [13] Heger A, Schreiber P. Development and characterisation of a miniaturized laser projection display based on MOEMS-scanning-mirrors[C]//SPIE Photonics Europe, 2010, 7716: 771619.