

## 亚声速球/柱尾流对激光传输影响的数值模拟

关 奇, 杜太焦, 陈志华, 闫 伟, 彭国良

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

**摘 要:** 采用大涡模拟方法计算了来流速度为  $0.4 Ma$  情况下球/柱形结构附近的流场, 根据密度数据计算了光程差及气动相屏, 并研究了尾流对激光传输的影响。结果表明: 光程差空间均方根的时间平均值随发射角增大而增大, 发射角从  $120^\circ$  增加到  $148^\circ$  时, 其数值从  $0.11 \mu\text{m}$  增加到  $0.28 \mu\text{m}$ ; 光程差空间均方根随时间变化剧烈, 发射角为  $148^\circ$  时, 其时间均方根可达  $0.04 \mu\text{m}$ ; 球/柱尾流对激光传输有很大影响, 发射角为  $148^\circ$  情况下, Strehl 比的时间平均值为 0.33, 并且 Strehl 比的时间平均值随发射角的增大而减小, 发射角从  $120^\circ$  增加到  $148^\circ$  过程中, Strehl 比的时间平均值减小了 59%; Strehl 比随时间变化剧烈, 其时间均方根大于 0.05。

**关键词:** 尾流; 气动光学效应; 激光传输; 大涡模拟

中图分类号: TN241 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.0906005

## Numerical simulation of laser propagation effects through subsonic hemispherical/cylindrical wake

Guan Qi, Du Taijiao, Chen Zhihua, Yan Wei, Peng Guoliang

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China)

**Abstract:** Compressible large eddy simulation was carried out to study the flow field around a hemispherical/cylindrical structure at Mach number of  $Ma=0.4$ . Optical path difference and aero-optical phase were calculated according to density data obtained by the large eddy simulation method, and then the aero-optical effect of the wake was studied. The results show that the time-averaged root-mean-square of optical path difference increases with the angle of projection, and it varies from  $0.11 \mu\text{m}$  to  $0.28 \mu\text{m}$  when the angle of projection increases from  $120^\circ$  to  $148^\circ$ . Besides, the root-mean-square of optical path difference changes dramatically over time, and its temporal root-mean-square value reaches  $0.04 \mu\text{m}$  when the angle of projection is  $148^\circ$ . The wake of the hemispherical/cylindrical structure has great effect on laser propagation, and the time-averaged Strehl ratio is 0.33 for the angle of projection of  $148^\circ$ . The time-averaged Strehl ratio decreases with the angle of projection, and it reduces 59% when angle of projection increases from  $120^\circ$  to  $148^\circ$ . The Strehl ratio also changes dramatically over time, and its temporal root-mean-square value is 0.05.

**Key words:** wake; aero-optical effect; laser propagation; large eddy simulation

收稿日期: 2017-01-10; 修订日期: 2017-02-20

基金项目: 国家自然科学基金(91330205)

作者简介: 关奇(1989-), 女, 研究实习员, 硕士, 主要从事激光大气传输和气动光学效应方面的研究。Email: guanqi@nint.ac.cn

## 0 引言

球/柱形结构是光束发射和接收的常用光学器件,搭载于高速飞行器上时,其周围将产生随时间变化的复杂流场,流场密度变化将引起折射指数的改变,进而使其中传输的光波产生附加相位畸变,影响激光传输特性,这种效应叫做气动光学效应<sup>[1]</sup>。

球/柱形结构尾流部分的流场随时间变化剧烈并且包含大量的湍流结构,这些湍流结构不是均匀各向同性的<sup>[1]</sup>,因此其对激光传输的影响不能采用传统的相屏法<sup>[2-3]</sup>进行数值模拟研究。采用数值模拟方法研究湍流流场的气动光学效应及其对激光传输的影响,首先要采用计算流体力学方法对湍流流场进行模拟<sup>[1,4]</sup>。在众多气动流场数值模拟方法中,大涡模拟方法(Large Eddy Simulation, LES)能以较低的计算资源获得足够多的引起光畸变的湍流流场信息,成为近年来常用的气动流场数值模拟方法<sup>[4]</sup>。LES 方法对大尺度湍流(尺度大于网格尺寸的湍流结构)采用直接求解 N-S 方程的方法求解,小尺度结构对大尺度结构的影响采用亚格子模型模拟<sup>[1]</sup>。

对球/柱形结构的流场及其气动光学效应的研究包括实验研究和数值模拟研究。在实验研究方面, Gordeyev 等人测量了  $Ma=0.35\sim 0.45$  情况下,球/柱形结构周围流场参数,给出了静压和速度的统计分布以及光程差均方根随发射角的变化情况<sup>[5-7]</sup>,其中,  $Ma=0.4$  的实验结果通常作为数值模拟结果的对比值;圣母大学等单位参与的机载气动光学实验室(Airborne Aero-Optics Laboratory, AAOL)项目,给出了波长为  $0.532\ \mu\text{m}$  的高斯光束在发射角为  $130^\circ$  情况下,传输 50 m 后的激光光斑分布,实验结果表明,即使在传输距离很短的情况下,球/柱尾流流场对激光传输影响也很大<sup>[8]</sup>。在数值模拟研究方面, Ceniceros<sup>[9]</sup>和 Ladd<sup>[10]</sup>等人给出了流场和光程差的数值模拟结果并与 Gordeyev 的实验结果进行了对比验证; Edwin Mathews 等人给出了球/柱形结构周围密度场和温度场的分布,以及尾流部分的归一化光程差均方根随发射角的变化<sup>[11-12]</sup>;另外,文中作者对  $Ma=0.6$  情况下,发射角小于  $120^\circ$  的球/柱结构流场对远场光斑的影响进行了数值模拟研究<sup>[13]</sup>,给出了不同发射孔径、不同波长情况下气动光

学效应及其对激光传输的影响;目前尚未见到对这一结构尾流流场对激光远场光斑影响的相关数值模拟研究。

文中采用数值模拟方法研究  $Ma=0.4$  情况下,球/柱形结构尾流流场的统计性质及其气动光学效应,并通过远场光斑参数分析其气动光学效应对激光传输的影响,研究结果对激光相关应用具有重要意义。

## 1 气动流场的大涡模拟

球/柱形结构模型如图 1 所示。结构上端是半径为 0.15 m 的半球,下端是半径  $R=0.15\ \text{m}$ 、高  $H=0.11\ \text{m}$  的圆柱,与 Gordeyev 等人实验<sup>[5]</sup>用的球/柱形结构尺寸相同。流场模拟计算时,球心为坐标原点,来流方向为  $x_1$  轴,垂直于圆柱底面为  $y_1$  轴,定义激光发射方向与负  $x_1$  轴的夹角为激光发射角,记为  $\theta$ 。图 2 为计算区域中的  $x_1=0\ \text{m}$  截面图,  $x_1$  方向计算区域长度为 3.0 m,入口距球心 1.0 m。

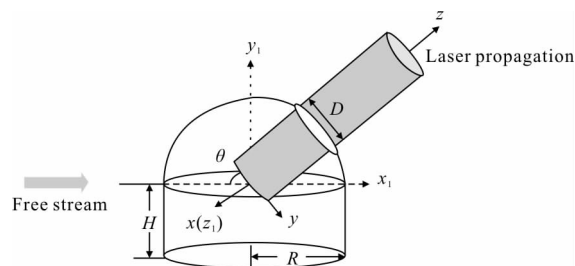


图 1 计算模型示意图

Fig.1 Schematic of computational model

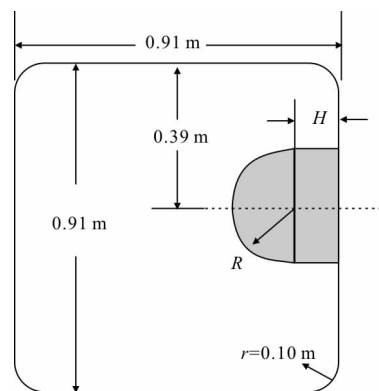


图 2 计算区域  $x_1=0\ \text{m}$  截面图

Fig.2 Schematic of computational domain ( $x_1=0\ \text{m}$  section)

球/柱结构周围空气是三维可压缩流体,数值模拟时采用 LES 方法求解,三维 N-S 方程,其中,亚格

子模型采用经过 Lily 修正<sup>[14]</sup>的 Smagorinsky 动力模型<sup>[15]</sup>,时间离散采用二阶隐式方法,时间步长  $\Delta t=5 \times 10^{-5} \text{ s}$ ,计算节点数为  $4 \times 10^6$ 。球头表面以及  $y_1$  和  $z_1$  两个方向的边界采用绝热无滑移壁面边界,入口和出口采用压力远场边界。各物理量的自由流数值为:密度  $\rho_\infty=1.223 \text{ kg/m}^3$ ,温度  $T_\infty=288.1 \text{ K}$ ,速度  $U_\infty=136.1 \text{ m/s}$ ,马赫数  $Ma=0.4$ ,以球头直径为特征长度的雷诺数  $Re=2.83 \times 10^6$ 。

## 2 流场计算结果

### 2.1 流场瞬时分布

图 3~5 分别给出了  $t=0.055 \text{ s}$  时球/柱结构周围  $z_1=0 \text{ m}$  和  $y_1=0 \text{ m}$  平面的静压、密度和速度分布。 $z_1=0 \text{ m}$  平面的结果表明,迎着来流方向,圆柱结构底端产生连续的漩涡结构(链流),链流上方是流动停滞区域(见图 5(a)),流速很小,这一区域的静压和密度达到最大值(见图 3(a)和图 4(a));在球头顶端附近是流场的加速区,这一区域的流速最大,静压最小,速度最大值达到  $226.9 \text{ m/s}$ ,故所有区域流场均处于亚音速状态;结构前侧迎着来流方向的流场分布是相对稳定的,随时间变化很小;流场通过球头后,在发射角为  $110^\circ$  左右与结构分离,形成分离剪切层;由于剪切层的不稳定性,流场卷曲形成涡,最后

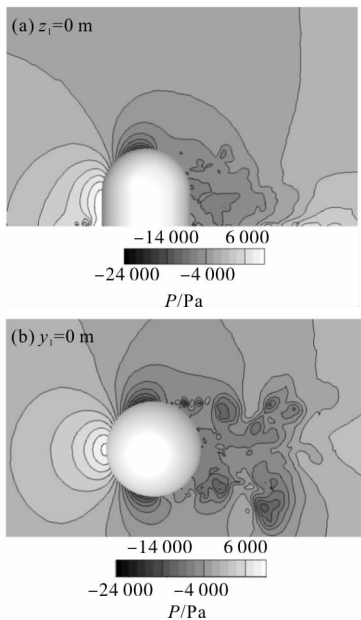


图 3  $t=0.055 \text{ s}$  时不同平面内的静压分布图  
Fig.3 Distribution of static pressure in different planes at  $t=0.055 \text{ s}$

汇入尾流,如  $z_1=0 \text{ m}$  平面的结果所示。尾流中包含尺度不同的随时间变化剧烈的涡结构,这些复杂的流场结构会对通过其传输的光束产生很大影响。

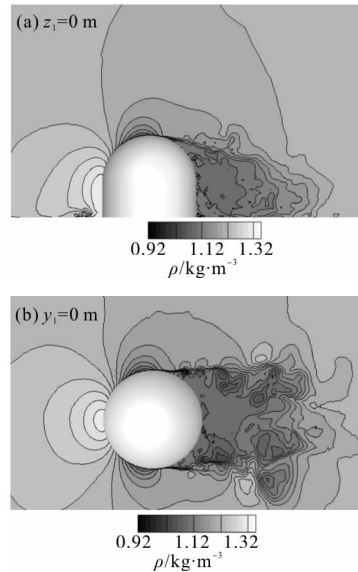


图 4  $t=0.055 \text{ s}$  时不同平面内的密度分布图  
Fig.4 Distribution of density in different planes at  $t=0.055 \text{ s}$

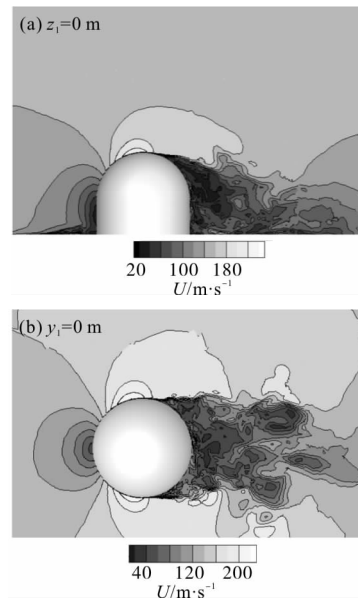


图 5  $t=0.055 \text{ s}$  时不同平面内的速度值分布图  
Fig.5 Distribution of magnitude of velocity in different planes at  $t=0.055 \text{ s}$

### 2.2 流场统计结果与验证

图 6 给出了数值模拟获得的  $z_1=0 \text{ m}$  平面内球头表面静压系数  $C_p$  随发射角的变化情况(图 6 中实心黑点)。 $C_p = p / \left( \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 \right)$ ,  $p$  为求解 N-S 方程获得

的球头表面静压。与图 3 中静压结果的分析一致,在发射角为  $0^\circ$  时  $C_p$  最大,随着发射角增加,  $C_p$  逐渐减小,在  $80^\circ$  附近  $C_p$  取得最小值约为  $-1.34$ ,随着分离剪切流汇入尾流,  $C_p$  趋于稳定在  $-0.6$ 。图 6 中白色空心圆是 Gordeyev 等人的实验结果<sup>[5-6]</sup>,文中数值模拟结果与实验结果相比,  $C_p$  随发射角的变化趋势相同,  $\theta < 70^\circ$  和  $\theta > 110^\circ$  的模拟结果与实验吻合很好,文中研究尾流的气动光学效应及其对激光传输影响,后面的结果均为选取  $\theta > 110^\circ$  的数据计算获得。

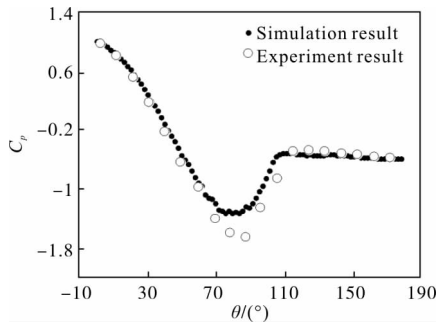


图 6 静压系数随发射角的变化

Fig.6 Static pressure coefficient with angle of projection

图 7 为 Gordeyev 等人实验<sup>[5-6]</sup>中测量速度的探针与球/柱结构的相对位置示意图,探针位于 #1 和 #2 处,且垂直  $x_1-z_1$  平面,实验测量了  $Ma=0.35$  时速度的时间平均值和均方根数值。文中对这两个物理量进行归一化处理,以便进行对比。归一化的合速度为  $U(\vec{x},t) = \sqrt{u(\vec{x},t)^2 + w(\vec{x},t)^2} / U_\infty$ ,其中,  $u(\vec{x},t)$  和  $w(\vec{x},t)$  分别为  $t$  时刻  $\vec{x}$  位置处  $x_1, z_1$  方向的分速度。由于探针沿  $y_1$  方向放置,因此只能测得  $x_1$  和  $z_1$  两个方向的合速度。 $U(\vec{x},t)$  的时间平均值记为  $U_{mean}$ ,均方根记为  $U_{rms}$ 。文中选取  $t=0.06\sim 0.1$  s 的数据进行统计计算。

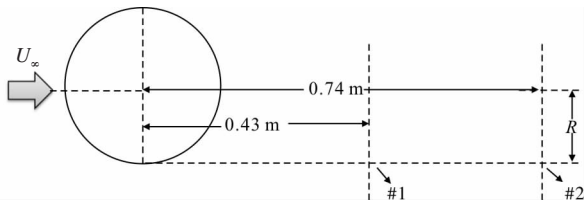


图 7  $y_1=0$  m 平面探针位置示意图

Fig.7 Schematic of position of the probe on  $y_1=0$  m section

图 8 给出了图 7 中两个探测位置 #1 和 #2 处  $U_{mean}$  和  $U_{rms}$  沿着  $y_1$  方向的变化情况,其中,纵坐标  $L$  为

探针位置测量点距离边界平面  $y_1=-H$  的高度。结果表明,  $U_{mean}$  和  $U_{rms}$  沿着  $y_1$  方向的变化趋势与实验结果吻合较好,进一步验证了流场数值模拟结果的正确性。图 8 中数值模拟结果与实验数据的偏差可能来源于不同来流速度对流场结果的影响,来流速度越大,在相同位置处流场统计性质偏离自由流数值越多。

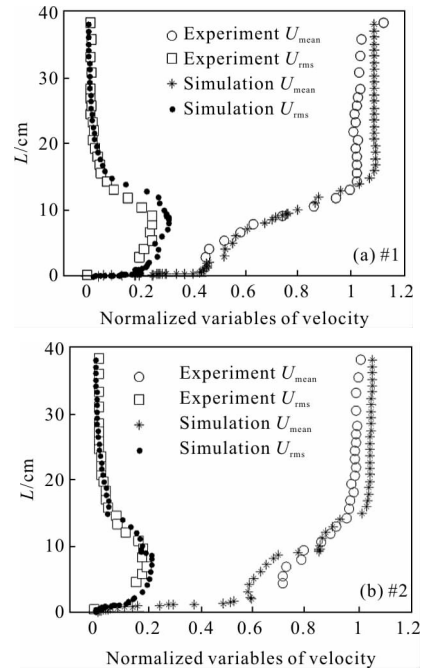


图 8 位置 1 和位置 2 处归一化的平均速度和速度均方根廓线

Fig.8 Normalized mean and root-mean-square velocity profiles at location 1 and 2

### 3 光程差计算结果

#### 3.1 光程差的计算

获得密度数据  $\rho(x_1, y_1, z_1, t)$  后,采用距离权重插值法计算激光传输坐标系下的密度数据  $\rho(x, y, z, t)$ ,然后根据公式(1)计算光程:

$$L_{OPL}(x, y, t) = \int_0^\infty [1 + K_{GD}(\lambda)\rho(x, y, z, t)] dz \quad (1)$$

式中:  $K_{GD}(\lambda)$  随激光波长  $\lambda$  变化很小,文中取  $K_{GD}(\lambda) = 2.24 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ 。光程减去其空间平均值即为光程差:

$$L_{OPD}(x, y, t) = L_{OPL}(x, y, t) - \langle L_{OPL}(x, y, t) \rangle \quad (2)$$

式中:  $\langle \cdot \rangle$  表示对变量求  $xy$  平面内的平均值。

气动光学效应对激光传输的影响包括三个方面:光束抖动、光斑畸变(去掉倾斜项)以及激波的影

响。对于亚音速流场,气动光学效应只包含前两个方面。根据以上分析,光程差可以进一步分解为倾斜项和高阶项的和:

$$L_{OPD}(x,y,t)=[A(t)x+B(t)y]+L_{OPD\ high-order}(x,y,t) \quad (3)$$

光束抖动由倾斜项导致,公式(3)中倾斜项系数  $A(t)$  和  $B(t)$ ,可以采用最小二乘拟合方法,在  $G(t)$  取得最小值时确定:

$$G(t)=\iint \{L_{OPD}(x,y,t)-[A(t)x+B(t)y]\}^2 dx dy \quad (4)$$

自适应光学系统中,通过倾斜镜可以很容易改善光束抖动的影响,故文中主要研究去掉倾斜项后的光程差对远场光斑的影响。

光程差的空间均方根可以反映流场对其中传输的光波的影响程度,是衡量气动光学效应强弱的重要参数。文中计算了不同发射角情况下,直径为 0.11 m 的圆形区域内  $L_{OPD\ high-order}(x,y,t)$  的空间均方根  $r_{OPD}$ ,图 9 给出了  $r_{OPD}$  随时间的变化情况,结果显示:球/柱尾流的  $r_{OPD}$  数值在 0.1  $\mu\text{m}$  量级,随时间变化剧烈,并且  $r_{OPD}$  的时间平均值随着发射角增大而增大。表 1 列出了四个发射角情况下  $r_{OPD}$  的时间平均值  $m_{OPD}$  和时间均方根  $\delta_{OPD}$ , 发射角为  $148^\circ$  时  $r_{OPD}$

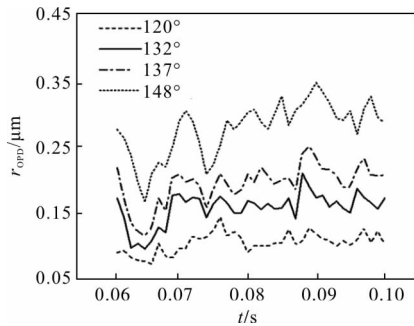


图 9 不同发射角  $\theta$  情况下  $r_{OPD}$  随时间的变化  
Fig.9  $r_{OPD}$  with time for different  $\theta$

表 1 不同发射角情况下  $m_{OPD}$  和  $\delta_{OPD}$  结果  
Tab.1 Results of  $m_{OPD}$  and  $\delta_{OPD}$  at different angles of projection

$\theta/(^\circ)$	$m_{OPD}/\mu\text{m}$	$\delta_{OPD}/\mu\text{m}$
120	0.11	0.02
132	0.16	0.02
137	0.19	0.03
148	0.28	0.04

的时间平均值为 0.28  $\mu\text{m}$ ,时间均方根为 0.04  $\mu\text{m}$ 。从图 4(a)可知,随着发射角度的增大,尾流部分湍流区域的厚度逐渐增大,由密度沿传输路径积分获得的光程差将因湍流区域厚度的增加而增大,这是引起光程差随发射角增大而增大的一个重要原因。

### 3.2 光程差结果验证

由于完全相同条件下的实验数据较少,为比较实验及数值模拟结果的正确性,通常采用归一化的光程差均方根  $\sigma_{OPD}$  进行结果的比对。根据物理近似和无量纲分析, $\sigma_{OPD}$  满足如下关系式<sup>[6-7]</sup>:

$$\sigma_{OPD}(\theta)=\frac{r_{OPDH}}{(\rho_\infty/\rho_{SL})Ma^2 D} \quad (5)$$

式中: $r_{OPDH}$  为对  $L_{OPD\ high-order}(x,y,t)$  去掉时间平均项后求空间均方根再求时间平均值而获得, $\rho_{SL}=1.29\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  是海平面密度值。文中给出了  $\sigma_{OPD}$  随发射角的变化,并与 Gordeyev 等人的实验测量结果进行了对比验证,如图 10 所示。文中选取了  $Ma=0.4$ 、 $D=0.30\text{ m}$ 、 $A_p=0.085\text{ m}^2$ (实验一:图 10 中空三角,与文中结构的几何参数相同)和  $Ma=0.3$ 、 $D=0.61\text{ m}$ 、 $A_p=0.203\text{ m}^2$ (实验二:图 10 中空圆)两个实验测量结果进行比较。图 10 结果显示: $\sigma_{OPD}$  随发射角的增加而增加,量级为  $10^{-6}$ ,数值模拟获得的  $\sigma_{OPD}$  变化趋势与两个实验结果吻合较好, $\sigma_{OPD}$  数值在实验一的误差范围之内,与实验二在数值上的差异主要是不同来流速度引起的,来流速度越大光程差数值也会增大。上述结果验证了光程差结果的正确性。

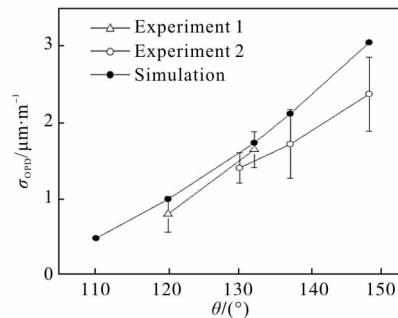


图 10  $\sigma_{OPD}$  随发射角的变化  
Fig.10  $\sigma_{OPD}$  with angle of projection

## 4 尾流气动光学效应对激光传输的影响

### 4.1 传输结果验证

获得光程差以后,就可以构造气动光学相位屏,

将气动相屏加载到激光传输出口再进行传输计算获得远场光斑,通过分析远场光斑参数就可以分析气动光学效应对激光传输的影响。

气动相位记为  $\phi(x,y,t)$ ,它与光程差的关系为:

$$\phi(x,y,t) = \frac{2\pi}{\lambda} L_{\text{OPD high-order}}(x,y,t) \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  为激光波长,文中取  $\lambda=1.315 \mu\text{m}$ 。

评价远场光斑畸变程度通常采用 Strehl 比:  $R_S$ 。  $R_S=I/I_0$ ,是畸变光场的远场峰值功率密度  $I$  与真空传输激光远场峰值功率密度  $I_0$  之比,它反映了流场对光束聚集程度的影响。 $\phi(x,y,t)$ 的空间均方根记为  $\phi_{\text{rms}}$ ,在  $\phi_{\text{rms}}$  不是太大的情况下,  $R_S$  与  $\phi_{\text{rms}}$  近似满足如下关系 [1,6]:

$$R_S \approx \exp(-\phi_{\text{rms}}^2) \quad (7)$$

图 11 给出了理论公式(7)与数值模拟获得的  $R_S$  与  $\phi_{\text{rms}}$  的关系图。传输计算时,激光发射孔径  $A_p=0.11 \text{ m}$ ,传输距离为  $20 \text{ km}$ 。结果表明,  $\phi_{\text{rms}} < 1.1 \text{ rads}$  情况下,数值模拟结果与理论曲线吻合很好,验证了传输计算的正确性。

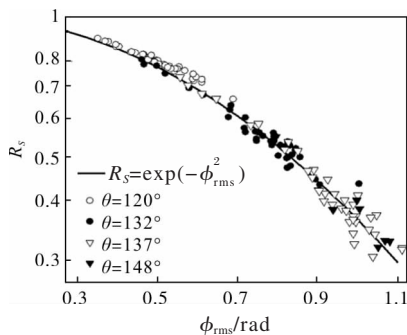


图 11  $R_S$  与  $\phi_{\text{rms}}$  的关系

Fig.11  $R_S$  vs.  $\phi_{\text{rms}}$

#### 4.2 尾流的气动光学效应对激光传输的影响

图 12 所示为不同发射角时  $R_S$  随时间的变化情况,表 2 列出了  $R_S$  的时间平均值和均方根在不同发射角情况下的结果。结果表明,  $R_S$  的时间平均值随发射角的增大而减小,发射角从  $120^\circ$  增加到  $148^\circ$  过程中,  $R_S$  时间平均值从 0.8 减小到 0.33,减小了 59%;  $R_S$  随时间变化剧烈,时间均方根大于 0.05。综上,尾流流场对激光传输有很大影响,这种影响随着发射角增大而增大,并且随时间变化剧烈。

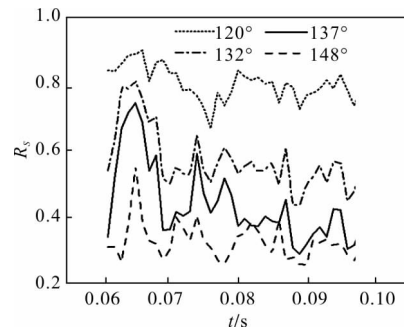


图 12 不同发射角情况下  $R_S$  随时间的变化

Fig.12  $R_S$  with time at different angles of projection

表 2 不同发射角情况下  $m_R$  和  $\delta_R$  结果

Tab.2 Results of  $m_R$  and  $\delta_R$  at different angles of projection

$\theta / (^\circ)$	$m_R$	$\delta_R$
120	0.80	0.05
132	0.57	0.09
137	0.43	0.11
148	0.33	0.05

## 5 结论

文中首先采用大涡模拟方法计算了自由来流马赫数为 0.4,雷诺数为  $\text{Re}=2.83 \times 10^6$  的球/柱结构周围流场,给出了流场静压、速度和密度的分布,结果表明:流场流过球头后在  $110^\circ$  附近与结构分离,分离后流场卷曲形成涡,最终汇入尾流,使得尾流中包含大量随时间变化剧烈的湍流结构;其次,计算了表征气动光学效应强弱的参数光程差空间均方根,并给出了不同发射角情况下其随时间的变化,结果表明:光程差空间均方根随时间变化剧烈,同一时刻,光程差空间均方根随着发射角增大而增大,发射角为  $148^\circ$  时  $r_{\text{OPD}}$  的时间平均值为  $0.28 \mu\text{m}$ ,时间均方根为  $0.04 \mu\text{m}$ ;最后,计算了不同发射角情况下激光远场 Strehl 比:  $R_S$ ,结果表明:尾流流场的气动光学效应对激光传输有很大影响,发射角从  $120^\circ$  增加到  $148^\circ$  情况下,  $R_S$  时间平均值从 0.8 减小到 0.33,且  $R_S$  随时间变化剧烈,其时间均方根大于 0.05。

#### 参考文献:

[1] Wang M, Mani A, Gordeyev S. Physics and computation of aero-optics[J]. *Annu Rev Fluid Mech*, 2012, 44(1): 299-321.

- [2] Tatarski V I. Wave Propagation in a Turbulence Medium [M]. Wen Jingsong, Song Zhengfang, Zeng Zongyong, translated. Beijing: Chinese Science Press, 1978: 86–103.  
塔塔尔斯基. 湍流大气中波的传播理论[M]. 温景嵩, 宋正方, 曾宗泳, 译. 北京: 中国科学出版社, 1978: 86–103.
- [3] Fleck J A, Morris J R, Feit M D. Time-dependent propagation of a high energy laser beam through the atmosphere[J]. *Applied Physics*, 1976, 10(2): 129–160.
- [4] Wang K, Wang M. Aero-optical distortions by subsonic turbulent boundary layers [C]//42nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 2011, 3278: 1–20.
- [5] Gordeyev S, Post M L, Mclaughlin T, et al. Aero-optical environment around a conformal-window turret [J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(7): 1514–1524.
- [6] Gordeyev S, Jumper E. Fluid dynamics and aero-optics of turrets [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2010, 46(8): 388–400.
- [7] Gordeyev S, Jumper E, Vukasinovic B, et al. Hybrid flow control of a turret wake, part II :Aero-optical effects [C]//48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2010: 0438.
- [8] Jumper E, Zenk M A, Gordeyev S, et al. Airborne aero-optics laboratory [J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(7): 071408.
- [9] Ceniceros J, Nahrstedt D, Hsia Y C, et al. Wind tunnel validation of a CFD-based aero-optics model [C]//38th Plasmadynamics and Lasers Conference, 2007, 4011: 1–15.
- [10] Ladd J, Mani M, Bower W. Validation of aerodynamic and optical computations for the flow about a cylindrical/hemispherical turret [C]//27th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2009, 4118: 1–9.
- [11] Mathews E, Wang K, Wang M, et al. LES analysis of hemisphere-on-cylinder turret aero-optics [C]//52nd AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2014: 0323.
- [12] Mathews E, Wang K, Wang M, et al. LES of an aero-optical turret flow at high Reynolds number [C]//54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2016, 1461: 1–13.
- [13] Guan Qi, Chen Zhihua, Du Taijiao, et al. Numerical simulation of aero-optical effects of a laser beam propagating through a subsonic hemispherical/cylindrical flow field [J]. *Modern Applied Physics*, 2015, 6(1): 32–36. (in Chinese)  
关奇, 陈志华, 杜太焦, 等. 亚声速球/柱流场对激光传输影响的数值模拟[J]. *现代应用物理*, 2015, 6(1): 32–36.
- [14] Lilly D K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method[J]. *Physics of Fluids*, 1992, 4(3): 633–635.
- [15] Moin P, Squires K, Cabot W, et al. A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport [J]. *Physics of Fluids*, 1991, 3(11): 2746–2757.