高斯阵列光束自耦合特性的实验研究

柯熙政,张 雅

(西安理工大学 自动化与信息学工程学院,陕西 西安 710048)

摘 要: 根据广义 Huygens-Fresnel 原理和修正von Karman 谱模型,推导出了径向分布高斯阵列光束经非相干合成后在大气湍流中传输时的光强分布解析表达式,并对阵列光束自耦合特性随传输距离和径向分布半径的变化情况进行了数值分析,最后对径向分布半径不同的阵列光束自耦合特性随传输距离的变化进行了测量。实验结果表明:高斯阵列光束在大气湍流中水平传输时,随着传输距离的增加阵列光束会从某一距离处耦合成一束,且合成光束的平均光强呈类高斯分布;相同传输条件下,径向分布半径越小,阵列光束的自耦合特性越好。

关键词: 无线光通信; 径向分布高斯阵列光束; 光强分布; 自耦合特性

中图分类号: TN929.12 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0822003

Experimental study on the self-coupling characteristics of Gaussian array beams

Ke Xizheng, Zhang Ya

(School of Automation and Information Engineering, Xi′an University of Technology, Xi′an 710048, China)

Abstract: Based on the generalized Huygens-Fresnel principle and the modified von Karman spectrum model, the analytic expressions for intensity distribution of radial Gaussian array beams after incoherent combination that propagation in the atmospheric turbulence were derived. And the self-coupling characteristics of array beams was analyzed numerically with the change of transmission distance and the radial radius. Finally self-coupling characteristics of array beam of different radial radius with the change of the transmission distance had been measured by using a beam analyzer. The experimental results show that when Gaussian array beams propagate in atmospheric turbulence horizontaly, array beam will combine a beam from a certain distance with the increasing of transmission distance. And the average intensity of the combined beam is like-Gaussian distribution; under the same transmission conditions, the smaller the radial radius, the better the self-coupling characteristics of the array beams is.

Key words: wireless optical communication; radial Gaussian array beams; intensity distribution; self-coupling characteristics

收稿日期: 2016-12-05; **修订日期:** 2017-01-15

基金项目: 国家自然科学基金(61377080,60977054)

作者简介: 柯熙政(1962-),男,教授,博士生导师,博士,主要从事无线激光通信方面的研究。Email:xzke@263.net

0 引 言

随着阵列光束在大气激光通信、航空航天和高能武器等领域研究的深入,对阵列光束及其传输特性的研究已经成为了一个重要课题。阵列光束在传输过程中会发生光束扩展、光斑漂移等湍流效应,这严重制约了阵列光束的发展,但又难以避免[2],研究阵列光束在大气湍流中的传输特性有助于尽可能地抑制大气湍流,这对实现远距离传输是十分有意义的。

学者们对典型阵列光束在 von Karman、海洋湍流谱模型或 ABCD 光学系统中的传输特性进行了广泛研究,其中绝大部分是对阵列光束在远场光强分布的报道[3-7]。2009 年,王炜等人[8]对阵列光束出射时的相位、振幅和偏振方向扰动对相干合成光束远场光强分布的影响进行了分析,结果表明随着时间的变化,这些误差均会降低合成光束的质量、减弱光束中心的峰值光强和中心区域内的功率。2010 年,钟燕丽等人[9]对部分相干平顶阵列光束在湍流大气中的光强分布进行了研究,发现平顶光束在湍流中传输时随着传输距离的增加其平顶特性会逐渐消失,最终演变为高斯光束,且在大气湍流中比在自由空间演变得快。2014 年,谭毅等人[10]分析了填充因子对相干合成阵列光束远场光强分布的影响,研究发现填充因子通过影响空间调制因子的空间分布频率来改变远场光强分布。2015 年,刘侠等人[11]对矢量多高斯-谢尔模型光束在大气湍流中上行链路中的平均光强进行了研究,结果表明改变光束的横向相干长度能有效地改变其远场光强分布。迄今为止,对典型阵列光束光强分布的研究已经比较多,但对其自耦合特性的研究较少。Zhou Pu 等人[12]通过推导部分相干矩形平顶阵列光束在大气湍流中的平均光强解析式对其自耦合特性进行了研究,发现高阶阵列光束的自耦合特性要比低阶的好。Kashani FD[13]和 Liu Dajun[14]等人对部分相干平顶和高斯涡旋阵列光束在大气湍流中的平均光强进行了研究,发现由于受到湍流和相干长度的影响,阵列光束具有自耦合特性,即其传输足够远时会耦合为一个类高斯光束。截至目前,已经有文献对阵列光束的自耦合特性进行了报道,但都只是数值分析,而没有进行实际测量。

文中以高斯阵列光束为研究对象,对高斯阵列光束的自耦合特性随传输距离和径向分布半径的变化进行了数值分析,并采用波束分析仪对不同径向分布半径的阵列光束自耦合特性随传输距离的变化进行了实际测量,最后对理论和实验结果进行了对比分析。

1 理论分析

在直角坐标系上,假设 N 束高斯光束均匀地分布在半径为 r_0 的圆上,相邻子光束的角间距均为 $\alpha_0=2\pi/N$。这 N 个子光束构成了一个径向分布阵列光束,如图 1 所示。

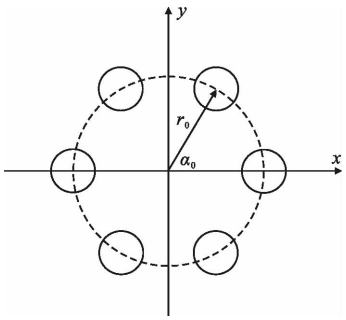

图 1 径向分布阵列光束示意图

Fig.1 Radial distribution array beams schematic diagram

阵列光束在源场(z=0)的电场可以表示为[13]:

$$E_{\mathrm{in}}(x,y,0)=\sum^{n}E_n(x,y,0) \tag{1}$$

式中:$E_n(x,y,0)$表示阵列光束中第 n 束高斯光束的电场。单位振幅的单束近轴高斯光束在 z=0 平面上的电场可以表示为[15]:

$$E_n(\rho_s,0)=\exp\left[-\frac{(\rho_s-r_n)^2}{\omega_0^2}-\frac{i\kappa}{2F_0}(\rho_s-r_n)^2\right] \tag{2}$$

式中:$\rho_s=(x,y)$表示源平面一点的坐标矢量;参数 ω_0 表示基模高斯阵列光束的束腰半径;$k=2\pi/\lambda$ (λ 为波长)是自由空间波数;r_n 表示光束阵列中第 n 束光束的圆心矢量坐标,$r_n=(r_0\cos\alpha_n,r_0\sin\alpha_n)$,$\alpha_n=n\alpha_0$ (n=1,2,…,N);F_0 表示波前曲率半径,当 $F_0>0$ 时,发射光束为聚焦光束;当 $F_0<0$ 时,发射光束为发散光束;当 $F_0\to\infty$ 时,发射光束为准直光束。由于文中研究的是准直高斯阵列光束,所以 F_0 的值为无穷大。

因此,结合公式(1)和公式(2)可以得到,径向分布高斯阵列光束在 z=0 平面上的电场可以表示为:

$$E_{\mathrm{in}}(x,y,z=0)=\sum_{n=1}^{N}\exp\left[-\frac{(\rho_s-r_n)^2}{\omega_0^2}\right] \tag{3}$$

根据高斯阵列光束在 $z=0$ 平面上的交叉谱密度表达式[14]：

$$W^{(0)}(\rho_{s1},\rho_{s2};z=0)=\langle E^{*}(\rho_{s1},z=0)E(\rho_{s2},z=0)\rangle \tag{4}$$

可以得到，当径向分布高斯阵列光束相互独立，即其为非相干合成时在 $z=0$ 平面上的交叉谱密度表达式为：

$$W^{(0)}(\rho_{s1},\rho_{s2};0)=\sum_{n=1}^{N}\exp\left[-\frac{(\rho_{s1}-r_n)^2+(\rho_{s2}-r_n)^2}{\omega_0^2}\right] \tag{5}$$

式中：ρ_{s1}、ρ_{s2} 分别为源平面两点的坐标矢量。

根据广义的 Huygens-Fresnel 原理，经过大气湍流传输 z 后到达接收平面两点 (ρ_1,z) 和 (ρ_2,z) 的交叉谱密度函数可以表示为[12]：

$$W(\rho_1,\rho_2;z)=\left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2\iint d^2\rho_{s1}W^{(0)}(\rho_{s1},\rho_{s2};0)\times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(\rho_1-\rho_{s1})^2-(\rho_2-\rho_{s2})^2]\right\}\times \langle\exp[\psi(\rho_1,\rho_{s1},z)+\psi^{*}(\rho_2,\rho_{s2},z)]\rangle \tag{6}$$

式中：ρ_1、ρ_2 分别表示接收平面坐标系内的两点；$\psi(\rho,\rho_s,z)$ 是湍流介质中从发射孔径 $(\rho_s;0)$ 传播到目标点 $(\rho;z)$ 时球面波复随机扰动；* 表示复共轭；$\langle\cdot\rangle$ 表示对湍流介质的系综平均。

假设光波和大气湍流的波动是统计独立的，这些参数的均值可以分别计算，上式中描述湍流影响的部分可以表示为[16]：

$$\langle\exp[\psi(\rho_1,\rho_{s1},z)+\psi^{*}(\rho_2,\rho_{s2},z)]\rangle\cong \exp[-M[(\rho_1-\rho_2)^2+(\rho_1-\rho_2)(\rho_{s1}-\rho_{s2})+(\rho_{s1}-\rho_{s2})^2]] \tag{7}$$

式中：$M=\frac{1}{3}\pi^2k^2z\int_0^{\infty}\kappa^3\Phi_n(\kappa)\mathrm{d}\kappa$ 表示湍流的影响；$\Phi_n(\kappa)$ 为折射率波动的功率谱。

对于湍流项 M 中的湍流功率谱模型，文中采用将内外尺度均考虑在内的修正 von Karman 谱，表达式为[15]：

$$\Phi_n(\kappa,h)=0.033C_n^2(h)\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)\times(\kappa^2+\kappa_0^2)^{-11/6} \tag{8}$$

式中：$\kappa_m=5.92/l_0$，$\kappa_0\approx 2\pi/L_0$，l_0 和 L_0 分别代表湍流的内、外尺度。由于文中研究的是水平传输，所以大气折射率结构常数 $C_n^2(h)$ 取值为常数，可以用 c_0 表示。

令 $\rho_1=\rho_2=\rho$，把公式(5)、(7)和(8)代入公式(6)，进行积分求解，可得径向分布高斯阵列光束的光强分布表达式为：

$$I(\rho,z)=\frac{1}{\Delta^2(z)}\sum_{n=1}^{N}\exp\left[-\frac{2\rho^2}{\omega_0^2\Delta^2(z)}+\frac{4r_n\rho}{\omega_0^2\Delta^2(z)}+\frac{2r_n^2}{\omega_0^2}c\right] \tag{9}$$

其中

$$\Delta^2(z)=1+\left[\frac{2z}{k\omega_0^2}\right]^2+\frac{8Mz^2}{k^2\omega_0^2} \tag{10}$$

$$c=\frac{4z^2}{\kappa^2\omega_0^4\Delta^2(z)}+\frac{8Mz^2}{\kappa^2\omega_0^2\Delta^2(z)}-1 \tag{11}$$

从公式(9)可以看出，径向分布高斯阵列光束的光强分布与波长、湍流强度、内外尺度和光束圆心位置和传输距离等参数有关。当 $N=1$，$r_n=0$ 时，即可得到位于坐标中心的单高斯光束在大气湍流中的光强分布解析式。

2 数值分析

该节主要对径向分布高斯阵列光束在大气湍流中的归一化光强分布和自耦合特性随传输距离和径向半径的变化进行了数值分析。

2.1 传输距离对高斯阵列光束的自耦合特性影响

图 2 给出了径向分布高斯阵列光束在传输距离为 0、120、240、360 m 处的归一化光强分布三维图。参数取值分别为：$l_0=0.01$ m；$L_0=10$ m；$\omega_0=0.01$ m；$\lambda=650$ nm；$r_0=17$ mm；$N=4$。其中，图 2(a)~(d)是高斯阵列光束在湍流强度 $c_0=1.0\times10^{-12}\ \mathrm{m}^{-2/3}$ 的大气湍流中传输时自耦合特性随传输距离的变化；图 2(e)~(h)是高斯阵列光束在自由空间($c_0=0$)传输时对应距离处自耦合特性的变化。

对比图 2(a)~(d)可以看出：随着传输距离的增大，高斯阵列子光束的包络越来越大，传输至 360 m 处时径向分布的四束高斯光束能自然地合成一束，这说明高斯阵列光束具有自耦合特性。如图 2(a)~(d)所示，高斯阵列光束在源场($z=0$)时，四束光是相互独立的，当传输至 120 m，即传输距离较近时，相较于源场阵列光束的四束光包络变化不大，其后随着传输距离的增大，四束光会发生重叠，且重叠部分逐渐增大；当传输至 240 m 时，仍然可以看出是四束光，但重叠部分已经很多；继续传输至 360 m 时，可以看出阵列光束的包络已经完全合成了一个，且合成光束的包络呈现类高斯分布，这就是阵列光束的自耦合特性，即其能在传输过程中自然地合成一束光。产生这一现象的物理原因是：阵列光束在大气介质中传输时，由于受到大气湍流的影响会发生光束扩展、光斑漂移等现象，这就使光束包络会越来越大，在传输

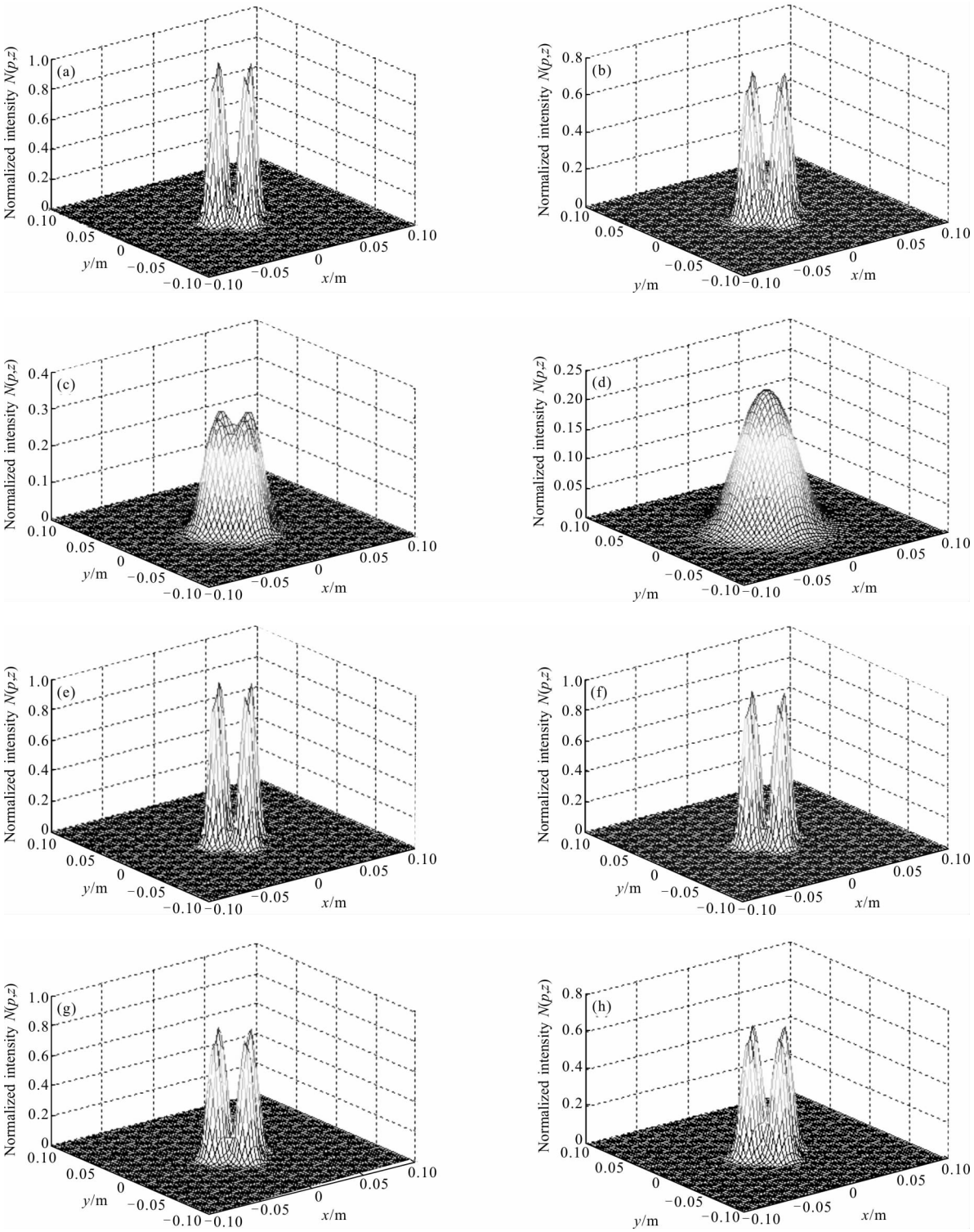

图 2 径向分布高斯阵列光束归一化光强随传输距离的变化情况(a)、(e) z=0 m; (b)、(f) z=120 m; (c)、(g) z=240 m; (d)、(h) z=360 m; (a)、(b)、(c)、(d) c_0=1.0×10^{-12} m$^{-2/3}$; (e)、(f)、(g)、(h) c_0=0

Fig.2 Normalized intensity of radial Gaussian array beams with the propagation distance:(a),(e) z=0 m; (b),(f) z=120 m; (c),(g) z=240 m; (d),(h) z=360 m; (a),(b),(c),(d) c_0=1.0×10^{-12} m$^{-2/3}$; (e),(f),(g),(h) c_0=0

一段距离后四束光会在轴上产生重叠,随着重叠部分的增多,阵列光束最终在 360 m 处形成如图 2(d)所示的类高斯光束包络。而对比图 2(e)~(h)中阵列光束在相同距离处的光强分布可以看出，阵列光束在

自由空间传输时也表现出了自耦合特性，只是其在大气湍流中的耦合特性比自由空间的更好，这说明阵列光束的自耦合特性很大程度上是由于大气湍流的影响造成的[16]。

图 2 给出的径向分布高斯阵列光束的三维图中横纵坐标表示阵列子光束的位置，轴表示阵列光束的归一化光强值。对比图 2(a)~(d)可以看出：随着传输距离的增加，高斯阵列光束的平均光强值越来越小。如图 2(a)~(d)所示，阵列光束在源场时光强值为 1，传输至 120 m 处时，平均光强的最大值已经变成 0.736，当传输至 360 m 处时，光强值变为 0.231。造成这一结果的物理原因是：阵列光束在大气湍流中传输时，大气折射率的随机起伏会导致波束出现相位畸变，近距离传输时，大气湍流对其影响较小，当传输距离较远时，大气湍流对阵列光束的影响较大，相位畸变也就越严重，所以阵列光束的光强值就越小[16]。

2.2 径向分布半径对高斯阵列光束自耦合特性的影响

图 3 给出了不同径向分布半径下高斯阵列光束

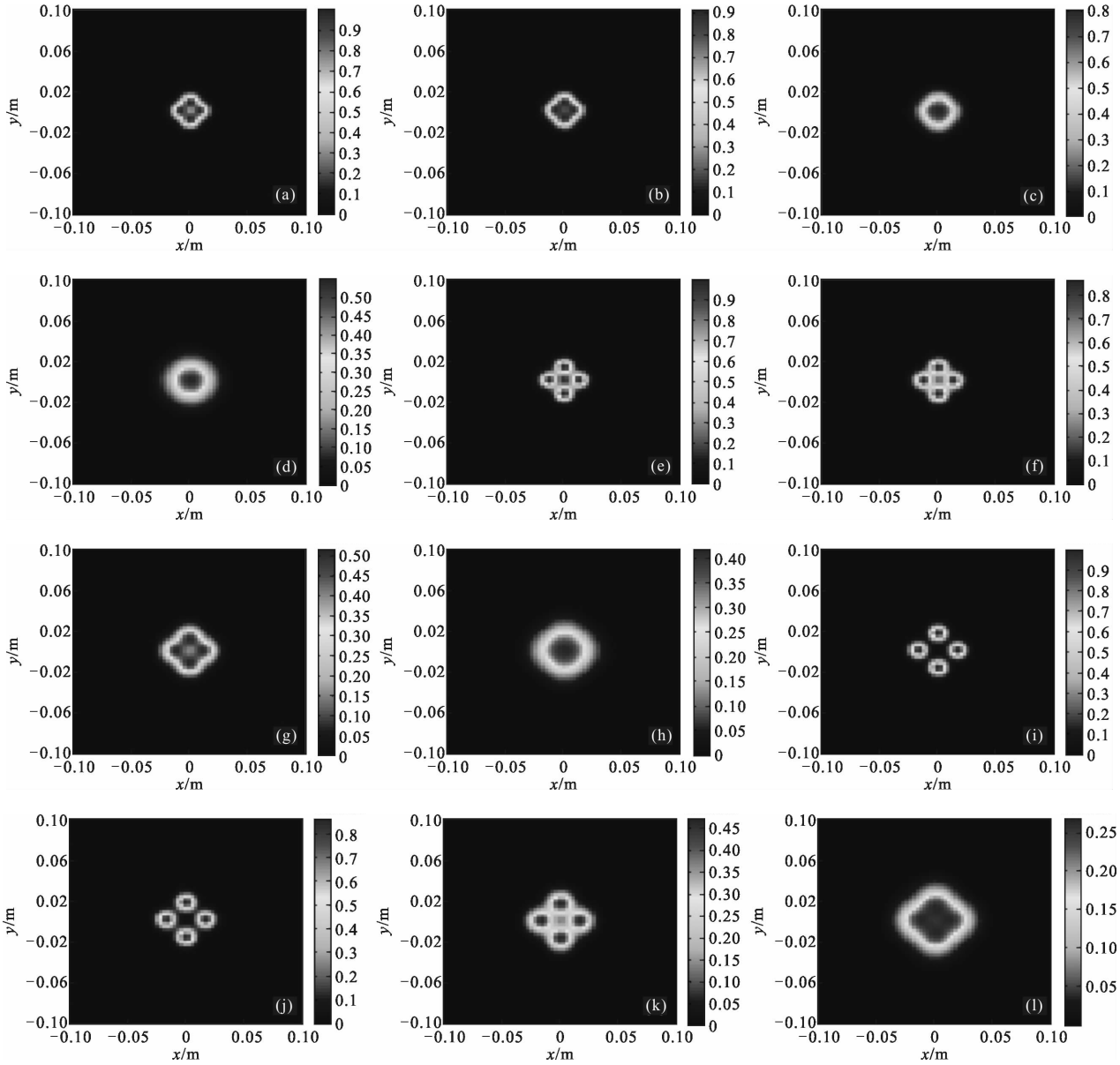

图 3 不同径向分布半径下径向高斯阵列光束归一化光强随传输距离的数值分析图(a)、(b)、(c)、(d) r_0=9 mm；(e)、(f)、(g)、(h) r_0=13 mm；(i)、(j)、(k)、(l) r_0=17 mm；(a)、(e)、(i) z=0 m；(b)、(f)、(j) z=90 m；(c)、(g)、(k) z=180 m；(d)、(h)、(l) z=270 m

Fig.3 Normalized intensity of radial Gaussian array beams with the propagation distance in different radial radius:(a),(b),(c),(d) r_0=9 mm; (e),(f),(g),(h) r_0=13 mm; (i),(j),(k),(l) r_0=17 mm; (a),(e),(i) z=0 m; (b),(f),(j) z=90 m; (c),(g),(k) z=180 m;(d),(h),(l) z=270 m

在大气湍流中传输时自耦合特性随传输距离的变化情况。参数取值分别为：c_0=1.0×10^{-12} m$^{-2/3}$；l_0=0.01 m；L_0=10 m；ω_0=0.01 m；λ=650 nm；N=4。其中，图 3(a)~(d)表示的是径向分布半径 r_0=9 mm 时阵列光束在不同距离处的耦合情况；图 3(e)~(h)表示的是径向分布半径 r_0=13 mm 时阵列光束的耦合情况；图 3(i)~(l)表示的是 r_0=17 mm 时的耦合情况。

图 3(a)~(d)、图 3(e)~(h)和图 3(i)~(l)分别表示的是高斯阵列光束在 0，90，180，270 m 处的光强分布二维图。对比图 3(a)~(d)、图 3(e)~(h)与图 3(i)~(l)的光束合成情况可以看出：相同传输条件下，阵列光束的径向分布半径越小，高斯阵列光束的自耦合特性就越好。如图 3(b)、(f)、(j)所示，当传输至 90 m 时，虽然径向分布半径为 9 mm 的阵列子光束圆心是分离的，但包络已经重叠，径向分布半径为 13 mm 的阵列子光束包络已经相切，而径向分布半径为 17 mm 的阵列光束仍是分离的；当传输至 18 mm 时，径向分布半径为 9 mm 的阵列子光束圆心重合，已经合成了类高斯光束，径向分布半径为 13 mm 的四束光包络基本合成了一个，但仍能看出四束光的圆心是分离的，而径向分布半径为 17 mm 的阵列光束包络刚好相切；当传输至 270 m 时，径向分布半径为 9 mm 的阵列光束仍然是类高斯光束，且合成效果更好，径向分布半径为 13 mm 的四束光也合成了类高斯光束，而图 3(h)中的四束光形成了一个顶部平坦的包络。

对比图 3(a)~(h)与图 3(i)~(l)还可以看出：相同传输条件下，阵列光束的径向分布半径越小，传输相同距离时高斯阵列光束的光强值越大。经计算，高斯阵列光束传输至 90 m 时，径向分布半径为 9 mm 的阵列光束的归一化光强值为 0.916，径向分布半径为13 mm 的阵列光束为 0.865，而径向分布半径为 17 mm 的为 0.862；传输至 270 m 时，径向分布半径为 9 mm 的阵列光束的归一化光强值为 0.550，径向分布半径为 13 mm 的阵列光束为 0.419，而径向分布半径为 17 mm 的为 0.268。产生这一结果的物理原因是：在相同传输条件下，阵列光束分布的径向分布半径越小，传输相同距离时阵列光束在轴上叠加得就越多，轴上光强值就越大，四束光就能更快地合成一束，所以阵列光束的耦合效果也就越好[16]。

3 实验测量

该节主要是在第 2 部分数值分析的基础上，采用型号为 SPZ02572 的波束分析仪对径向分布半径不同的阵列光束在不同距离处的光斑进行测量，通过三组实验光斑的对比对相关结论进行验证。此次实验选取的激光是由发射功率为 35 mV 的半导体激光器产生的波长为 650 mm 的红光，且 N=4。

阵列光束的发射装置如图 4 所示。

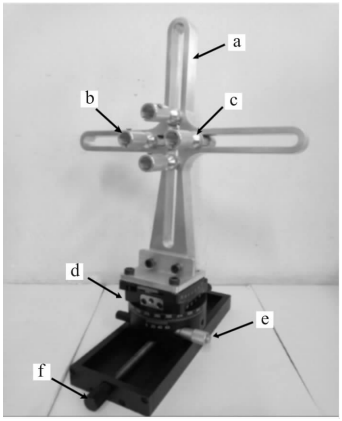

图 4 阵列光束的发射装置

Fig.4 Transmitting device of array beams

图中，a 表示阵列子激光器的滑动轨道；b 表示放置半导体激光器的卡槽；c 是可以对激光器实现微调的万向头；d 表示云台（底座）；e 可以调节云台的俯仰；f 可以使云台前后移动。

图 5 给出了不同径向分布半径下的高斯阵列光束在大气湍流中传输时自耦合特性随传输距离变化的实际测量图。其中，图 5(a)~(d)表示的是径向分布半径 r_0=9 mm 时阵列光束在不同距离处的耦合情况；图 5(e)~(h)表示的是 r_0=13 mm 时阵列光束的耦合情况；图 5(i)~(l)表示的是 r_0=17 mm 时阵列光束的耦合情况。

图 5(a)~(h)和图 5(i)~(l)分别表示的是高斯阵列光束在 0、90、180、270 m 处的光强分布二维图。对比图 5(a)~(d)可以看出，径向分布半径相同的高斯阵列光束在大气湍流中传输时，随着传输距离的增大，阵列子光束的包络越来越大，并逐渐在轴上产生叠加，当径向分布半径为 9 mm 的阵列光束传输至 180 m 处时阵列光束的四个子光束已经耦合成了一束，继续传输至 270 m 时，合成光束的包络相较于图

5(c)更趋近于高斯分布，这与图 2 所得结论相一致，即验证了高斯阵列光束的自耦合特性。对比同一距离处径向分布半径不同的三个阵列光束的光斑可以看出，当传输条件相同时，高斯阵列光束的径向分布半径越小，其自耦合特性越好，如图 5(c)、(g)、(k)所示，当传输至 180 m 处时，径向分布半径为 9 mm 的阵列光束已经耦合成了一束，径向分布半径为 13 mm 的四束光圆心仍然是分离的，但包络已经合成了一个，而半径为 17 mm 的阵列光束的四束光刚好相切，这与图 3 所得结论是相一致的。

如图 5(a)所示，波束分析仪还可以测量到阵列光束的光强分布。从图 5(a)~(d)可以看出，当阵列光束的径向分布半径相同时，其光强值随着传输距离的增大而逐渐减小；而对比图 5(d)、(h)、(l)可以看出，相同传输条件下，阵列光束的径向分布半径越小，传输相同距离时其光强值就越大，这与第 2 部分

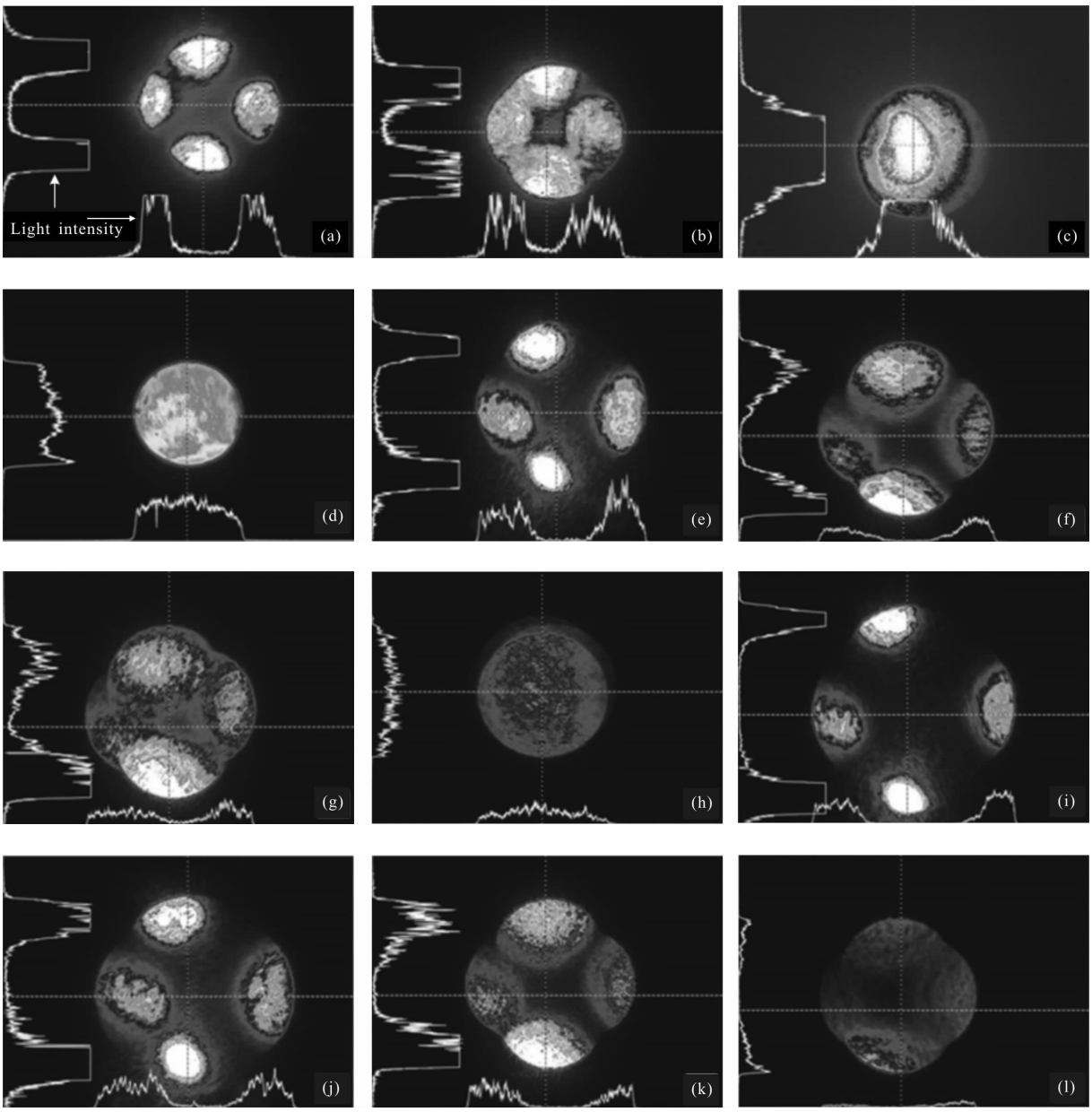

图 5 不同径向分布半径下径向高斯阵列光束自耦合特性的实验图(a)、(b)、(c)、(d) r_0=9 mm；(e)、(f)、(g)、(h) r_0=13 mm；(i)、(j)、(k)、(l) r_0=17 mm；(a)、(e)、(i) z=0 m；(b)、(f)、(j) z=90 m；(c)、(g)、(k) z=180 m；(d)、(h)、(l) z=270 m

Fig.5 Experimental figure for self-coupling characteristics of radial Gaussian array beams in different radial radius: (a),(b),(c),(d) r_0=9 mm; (e),(f),(g),(h) r_0=13 mm; (i),(j),(k),(l) r_0=17 mm; (a),(e),(i) z=0 m; (b),(f),(j) z=90 m; (c),(g),(k) z=180 m;(d),(h),(l) z=270 m

所得结论相一致。

综上所述，可以看出实际测量结果与理论分析结果基本是一致的，这也说明该实验是十分有意义的。但与图 3 的数值分析结果还存在一些细小的误差，其中包括：实际测量的光斑有些不完整、阵列光束光强分布的不均匀以及阵列光束光强变化的不明显等问题，这些是由 CCD 的探测位置、镜头视场角的调节、激光器自身的差异和一些不可控因素等共同影响的。

4 结 论

文中对高斯阵列光束的自耦合特性随传输距离和径向分布半径的变化进行了数值分析，并采用波束分析仪对不同径向分布半径下的阵列光束自耦合特性随传输距离的变化进行了实际测量，得到如下结论：

(1) 径向分布高斯阵列光束在大气湍流中水平传输时，随着传输距离的增大，阵列光束传输至某一距离时会耦合成一个类高斯光束；这个合成距离与阵列光束的初始参数有关；

(2) 径向分布高斯阵列光束在自由空间中也表现出了自耦合特性，但其在大气湍流中的自耦合特性要比自由空间的好，这说明阵列光束的自耦合特性很大程度上是由大气湍流决定的；

(3) 相同传输条件下，随着传输距离的增大，径向分布高斯阵列光束的光强值越来越小；且径向分布半径越小，传输相同距离时阵列光束的光强值越大；

(4) 相同传输条件下，径向分布半径越小，径向分布高斯阵列光束的自耦合特性越好。

文中对径向分布高斯阵列光束的自耦合特性进行了研究，所得结论对实现远距离无线激光通信具有指导作用，对阵列光束的广泛使用和普及具有深远的影响。

参考文献：

[1] Lv Baida. Propagation and Control of High Power Lasers[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999. (in Chinese)
吕百达. 强激光的传输与控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

[2] Lu Fang, Han Xiang′e. Spatial coherence properties of GSM array beams in turbulent atmosphere [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2015, 44(1): 305-309. (in Chinese)
卢芳, 韩香娥. 高斯-谢尔模型阵列光束在湍流大气中的空间相干性[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(1): 305-309.

[3] Li Biao, Liu Yan, Zeng Shuguang, et al. Study on coherent beam combination of fiber laser array[J]. ***Laser Technology***, 2015, 39(5): 712-716. (in Chinese)
李彪, 刘雁, 曾曙光, 等. 光纤激光阵列相干合束的研究. 激光技术, 2015, 39(5): 712-716.

[4] Li Binzhong, Lv Baida. Propagation transform characteristics of beams from stochastic electromagnetic beam array [J]. ***Acta Optica Sinica***, 2011, 31(S1): s100406. (in Chinese)
李宾中, 吕百达. 随机电磁光束阵列的光束传输变换特性[J]. 光学学报, 2011, 31(S1): s100406.

[5] Zhang Yongtao, Liu Lin, Zhao Chengliang, et al. Multi-Gaussian Schell-model vortex beam [J]. ***Physics Letters A***, 2014, 378(9): 750-754.

[6] Ren Aihong, Zhang Rongzhu, Sun Nianchun. Influence of polarization direction on far field distribution of laser array [J]. ***High Power Laser and Particle Beams***, 2010, 22(7): 1445-1448. (in Chinese)
任爱红, 张蓉竹, 孙年春. 偏振方向对阵列光束远场能量分布的影响[J]. 强激光与粒子束, 2010, 22(7): 1445-1448.

[7] Wang Haiyan, Li Xiangyin. Propagation properties of radial partially coherent flat-topped array beams in a turbulent atmosphere [J]. ***Optics Communications***, 2010, 283 (21): 4178-4189.

[8] Wang Wei, He Bing, Zhou Jun, et al. Study on far-field intensity distribution of fiber laser used in coherent bearn combination [J]. ***Acta Optica Sinica***, 2009, 29 (8): 2248-2255. (in Chinese)
王炜, 何兵, 周军, 等. 光纤激光相干阵列远场光强分布的影响分析[J]. 光学学报, 2009, 29(8): 2248-2255.

[9] Zhong Yanli, Cui Zhifeng, Shi Jianping, et al. Propagation properties of partially coherent flat-topped beam array in a turbulent atmosphere [J]. ***Laser Technology***, 2010, 34 (4): 542-547. (in Chinese)
钟燕丽, 崔执凤, 石建平, 等. 部分相干平顶光束序列在湍流大气中传输特性[J]. 激光技术, 2010, 34(4): 542-547.

[10] Tan Yi, Li Xinyang. Influence of filling factor on far-field intensity distribution in coherent beam combination [J]. ***Acta Phys Sin***, 2014, 63(9): 094202. (in Chinese)
谭毅, 李新阳. 光束相干合成中填充因子对远场光强分布的影响[J]. 物理学报, 2014, 63(9): 094202.

[11] Liu Xia, Wu Guohua, Cao Dingxiang, et al. Propagation properties of electromagnetic gaussian multi-schell model

beams through atmospheric turbulence in a slanted path [J]. ***Laser & Optoelectronics Progress***, 2015, 52(2): 97-102. (in Chinese)
刘侠, 吴国华, 曹丁象, 等. 矢量多高斯-谢尔模型光束在大气湍流中上行链路中的传输特性 [J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(2): 97-102.

[12] Zhou Pu, Ma Yanxing, Wang Xiaolin, et al. Average intensity of a partially coherent rectangular flat-topped laser array propagating in a turbulent atmosphere [J]. ***Applied Optics***, 2009, 48(48): 5251-5258.

[13] Kashani F D, Rad M R H, Mahzoun M R, et al. Beam propagation analysis of a multi beam FSO system with partially flat-topped laser beams in turbulent atmosphere [J]. ***Optik***, 2012, 123(10): 879-886.

[14] Liu Dajun, Wang Yaochuan, Yin Hongming. Propagation properties of partially coherent four-petal Gaussian vortex beams in turbulent atmosphere [J]. ***Optics & Laser Technology***, 2016, 78: 95-100.

[15] Andrews Larry C, Phillips Ronald L. Laser Beam Propagation Through Random Media [M]. Bellingham: SPIE optical Engineering Press, 2005: 195.

[16] Ke Xizheng, Zhang Ya. The propagation properties study of partially coherent array beams in FSO system [J]. ***Laser & Optoelectronics Progress***, 2015, 53(10): 100601. (in Chinese)
柯熙政, 张雅. FSO 系统中部分相干阵列光束的传输特性研究[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 53(10): 100601.