

模型式无波前探测自适应光学系统抗噪能力分析

杨慧珍¹, 王 斌², 刘瑞明¹, 马 良²

- (1. 淮海工学院 江苏省海洋资源开发研究院, 江苏 连云港 222005;
2. 中国矿业大学 信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 对于 N 单元变形镜, 模型式无波前探测自适应光学系统只需 $N+1$ 次远场光斑测量, 收敛速度快。使用 88 单元变形镜、CCD 成像器件等建立自适应光学系统仿真平台, 分别从理论分析和仿真实验出发探讨模型式无波前探测自适应光学系统在噪声情况下的波前校正性能。结果表明: 噪声条件下, 基于模型的无波前探测自适应光学系统收敛速度保持不变; 相同湍流条件时, 不同噪声水平下的校正效果接近。与噪声水平 50 dB 时的结果相比, 按照给定湍流条件从弱到强, 噪声水平为 30 dB 时校正后平均 RMS 相对误差分别为 4.75%、4.04% 和 2.58%。上述结果验证了基于模型的无波前探测自适应光学系统具有较强的抗噪能力。

关键词: 波前校正; 自适应光学系统; 光电探测器; 噪声

中图分类号: TP273.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0817002

Analysis of anti-noise capability of model-based wavefront sensorless adaptive optics system

Yang Huizhen¹, Wang Bin², Liu Ruiming¹, Ma Liang²

- (1. Marine Resource Development Institute of Jiangsu, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China;
2. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: For an N -element deformable mirror, the model-based wavefront sensorless adaptive optics (AO) system only needs $N+1$ imaging acquisitions, which means rapid convergence. An AO system was simulated with an 88-element deformable mirror and a CCD. The convergence and the correction performance of AO system under noise were investigated. Results showed that the convergence under noise is the same as that of AO system under no noise. The correction effect is very close to each other under different noise for the same turbulence condition. Compared with correction results under 50 dB, averaged RMS relative errors of 30 dB are 4.75%, 4.04% and 2.58% respectively according to given turbulence conditions from weak to strong. Above results verified that the model-based wavefront sensorless AO system has a relative strong anti-noise capability.

Key words: wavefront correction; adaptive optics system; photodetector; noise

收稿日期: 2016-12-05; 修订日期: 2017-01-15

基金项目: 国家自然科学基金(11573011); 中国科学院重点实验室基金(LAOF201302); 江苏省“六大人才高峰”项目(2015-DZXX-045); 江苏省高校自然科学基金(14KJB510004)

作者简介: 杨慧珍(1973-), 女, 副教授, 博士, 主要从事自适应光学技术及其应用方面的研究。Email: yanghz526@126.com

0 引言

由于无需波前探测器件,无波前探测自适应光学系统^[1]一方面简化了系统结构,另一方面有着比常规自适应光学系统更为广阔的应用空间。但与常规自适应光学系统相比,最大的缺陷则是系统收敛速度相对较慢的问题,使之难以用于波前实时校正的应用环境。因此,如何提高无波前探测自适应光学系统的收敛速度是近年来研究的热点问题^[2-5]。

无波前探测自适应光学系统可分为无模型优化和有模型优化两大类,前者一般需要多次迭代,收敛速度非常慢;后者收敛速度相对较快,在像差实时校正领域具有巨大的应用潜力。参考文献[6]给出了一种基于模型的无波前探测自适应光学系统的理论分析和点目标仿真结果,参考文献[2]提出了该系统的闭环校正控制算法,参考文献[7]从数学和物理关系推导了点目标成像时掩膜探测器信号(Masked Detector Signal, MDS)与波前相位的平均梯度平方和(Mean Square Gradient, MSG)之间的线性关系,并将其推广到扩展目标成像。现有文献大都基于变形镜影响函数去构造各种正交基作为系统的基函数^[5,8-9],而文中模型式无波前探测自适应光学系统对基函数的正交性没有要求,实际应用中可以直接采用测量得到的影响函数作为基函数,简单易行。既适合于小像差又适合于大像差,系统收敛速度不会随着像差的增大而变慢。且掩膜由计算机软件生成,无需添加其它的硬件设备。

但目前文献都没有考虑到系统成像噪声,而实际的观测成像除了受大气湍流的影响还存在噪声的污染。在模型式无波前探测自适应光学系统中,MDS的计算直接来源于 CCD 成像信息,因此噪声的存在影响着 MDS 值的大小,进而影响到 MDS 与 MSG 的线性关系。噪声情况下远场光斑的 MDS 和波前像差的 MSG 之间的线性关系是否依然成立?系统校正效果和收敛速度又如何?上述问题是将模型式无波前探测自适应光学系统能够用到实际系统的关键。文中基于 88 单元变形镜建立无波前探测自适应光学系统,以参考文献[7]的理论推导为基础,分析噪声情况下 MDS 与 MSG 的关系及不同湍流条件下系统的校正能力。

1 噪声情况下 MDS 与 MSG 之间的依赖关系

首先定义掩膜(Mask) $m(r)$:

$$m(r)=\begin{cases} 1-r^2/R^2 & \text{如果 } |r|\leq R \\ 0 & \text{如果 } |r|>R \end{cases} \quad (1)$$

平面坐标下, $r=\sqrt{x^2+y^2}$,点 (x,y) 为像平面坐标, R 为掩模半径。MDS 计算式如下:

$$\text{MDS}=\frac{\iint_{|r|\leq R} I(x,y)\left(1-\frac{|r|^2}{R^2}\right) dx dy}{\iint_{|r|\leq R} I(x,y) dx dy} \quad (2)$$

式中: $I(x,y)$ 为 CCD 像面上点 (x,y) 处的光强。将参考文献[7]中的公式(18)重写如下:

$$\text{MDS}=\text{MDS}_0-\frac{1}{4\pi^2} \frac{\iint_{R^2} \left(P(x',y') \left(\left(\frac{\partial \phi(x',y')}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi(x',y')}{\partial y'} \right)^2 \right) dx' dy' \right)}{\iint_{R^2} (P(x',y')) dx' dy'} \quad (3)$$

式中: MDS_0 对应波前像差为零时的 MDS;点 (x',y') 为波前平面上的坐标; $P(x',y')$ 为光瞳; $\phi(x',y')$ 为波前像差,光源条件假设为均匀照明。定义波前像差的平均梯度平方和 MSG:

$$\text{MSG}=\frac{\iint_{R^2} \left(P(x',y') \left(\left(\frac{\partial \phi(x',y')}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi(x',y')}{\partial y'} \right)^2 \right) dx' dy' \right)}{\iint_{R^2} (P(x',y')) dx' dy'}$$

则 MDS 与 MSG 的关系可简写如下:

$$\text{MDG}=\text{MDS}_0-\frac{1}{4\pi^2} \text{MSG} \quad (4)$$

公式(4)给出了 MDS 与 MSG 之间的精确的线性关系,公式(2)中的 MDS 总小于 1,且随着像差的增大逐步减小,无像差时达到最大值 MDS_0 。下面考察噪声情况下远场光斑的 MDS 和波前像差的 MSG 之间的依赖关系。

采用参考文献[10]中的方法随机生成不同大小的相屏 1000 帧,相屏不包括倾斜分量。用这种方法生成的随机相屏具有丰富的低频和高频信息,统计属性符合 Kolmogrov 谱,且相屏之间不具有相关性。1000 帧相屏的 RMS 值在 $0.32\lambda\sim 1.57\lambda$ 之间变化。仿

真点目标 CCD 成像时衍射极限 (Diffraction Limit, DL)包含 10 pixel×10 pixel。掩膜 Mask 直径大小分别取 10、20、30、40 倍 DL,考察不同大小掩膜、不同噪声情况下的 MDS 与 MSG 的关系。在高光子水平或者以 CCD 读出噪声为主的情况下,噪声满足加性高斯模型,仿真中添加高斯白噪声。一般 CCD 的成像噪声典型值在 45~55 dB 之间,信噪比大于 55 dB 时,可以近似认为成像系统没有噪声。文中分别取信噪比 30、40、50 dB 以考察不同噪声情况下的 MDS 与 MSG 之间的线性关系依赖情况。信噪比计算公式如下:

$$SNR=10\lg \frac{\text{var}(\text{Signal})}{\text{var}(\text{Noise})} \quad (5)$$

式中:var(Signal)和 var(Noise)分别为信号和噪声的方差。

不同噪声、不同掩膜大小下的 MDS 和 MSG 之

间的变化曲线如图 1 中的点线所示,图中从左到右的第 1~4 列分别对应掩膜大小为 10、20、30、40 倍衍射极限时,从上至下的第 1~3 行分别对应噪声大小为 50、40、30 dB 时。MDS 和 MSG 分别使用公式(2)和公式(4)计算。为便于比较,图 1 同时给出了理论情况下的曲线,即横坐标为 MSG,纵坐标为公式(4)中的右边部分,如图 1 中的实线所示。

从图 1 中可以看出,对于仿真中的相屏情况,取掩膜大于 20 DL 时,无论是大像差还是小像差的 MDS 和 MSG 都有很好的线性关系,且 MDS 曲线与理论曲线基本一致。图中掩膜为 10 DL 时,可以明显看到随着像差增大,MDS 曲线偏离理论线。这是因为大像差时,远场光斑较为弥散,掩膜取 10 DL 时,还有部分光斑在掩膜之外。因此噪声相对较小时,如 50 dB 时,掩膜大小取得比光斑范围大就可以保证

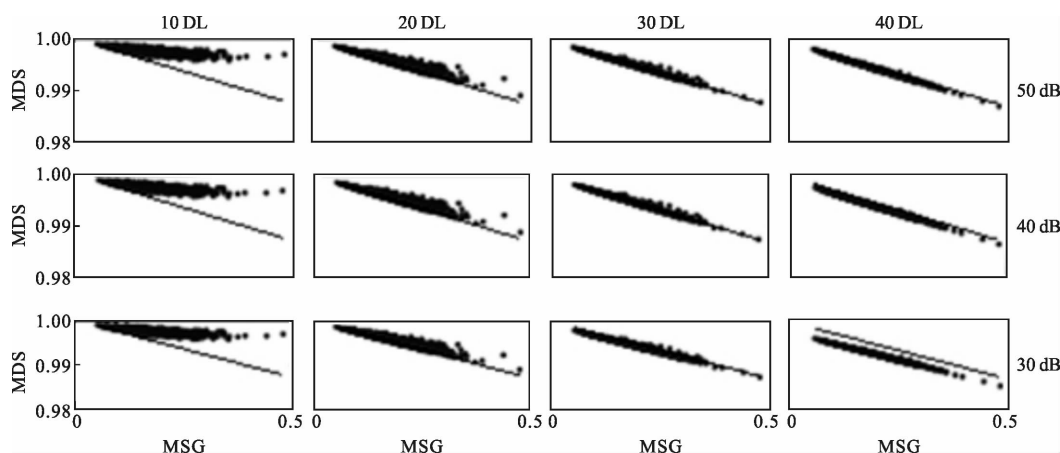


图 1 MDS 和 MSG 的线性依赖关系图,其中实线为两者关系的理论曲线,斜率为 $4\pi^2$

Fig.1 MDS plotted as a function of MSG for the point source, where the solid line is for the theory equation which has slope of $4\pi^2$

MDS 和 MSG 之间的线性关系成立。对比图 1 中不同噪声情况的 MDS 曲线可以发现,取适当的掩膜时,MDS 和 MSG 之间的线性关系依然很好地成立且与理论曲线符合,噪声对线性关系几乎没有影响,如 20 DL 时。但是当掩膜大小为 40 DL 时,噪声对线性关系的影响变得明显。这是因为噪声对公式(2)中的分母的影响大于对分子的影响,使得 MDS 值小于理论值。因此噪声存在时,不能像无噪声时那样掩膜大小只要把光斑范围包含在内,取再大都没有影响,而是应该只把光斑范围包含在内即可而不能取得过大。掩膜半径越大,则噪声对 MDS 和 MSG 关系曲线影响越大。值得注意的是,虽然 MDS 值稍低于理论值,但线性关系依然很好地成立。

下面使用 88 单元变形镜建立无波前探测自适应光学仿真平台,考察系统在不同噪声情况下的校正能力和收敛速度情况。

2 噪声情况下模型式无波前探测自适应光学系统校正结果与分析

2.1 AO 系统仿真模型

88 单元变形镜的驱动器成正方形排布,通过实验测量^[11],变形镜的影响函数近似为高斯分布:

$$E_k(x, y)=e^{-\ln\omega(\sqrt{(x-x_k)^2+(y-y_k)^2}/d)^\alpha} \quad (6)$$

式中: ω 为交连值,设为 0.08; α 为高斯指数,设为 2; d 为驱动器间距,仿真中按照各变形镜的实际尺寸

进行了归一化。文中使用变形镜的影响函数 $E_k(x,y)$ ($k=1, \dots, 88$) 作为控制算法的基函数。图 2 给出了 88 单元变形镜的驱动器位置排布情况。

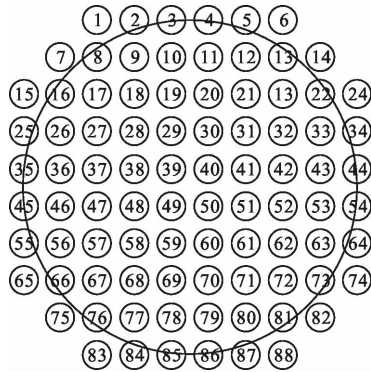


图 2 88 单元变形镜驱动器位置排布

Fig.2 Actuator arrangement of 88-element DM

控制算法分为两部分：预处理步骤和迭代步骤，详见参考文献[2]。这里只做简单介绍。预处理步骤完成变形镜影响函数的测量，并根据影响函数计算波前畸变的 MSG。这里 MSG 简称为 S ， S 如下计算：

$$S(i,j) = \frac{1}{D} \iint_D \left(\left(\frac{\partial E_i(x,y)}{\partial x} \frac{\partial E_j(x,y)}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial E_i(x,y)}{\partial y} \frac{\partial E_j(x,y)}{\partial y} \right) \right) dx dy \quad (7)$$

矩阵 S , S^{-1} 和 S 的对角向量 S_m 与具体待校正的波前没有关系。迭代步骤：测量并计算待校正波前对应的 MDS，记为 MDS_{init} ；变形镜各驱动器依次施加电压将影响函数面形叠加到待校正波前，测量并计算叠加影响函数面形之后的 MDS，分别记作 MDS_1, \dots, MDS_{88} ，各驱动器施加电压的大小记为向量 β 。按照公式(8)计算当前迭代的变形镜控制信号：

$$V = \frac{S^{-1}(c_0 M - \beta^2 S_m)}{2 * \beta} \quad (8)$$

式中： $M = \begin{cases} MDS_1 - MDS_{init} \\ MDS_2 - MDS_{init} \\ \dots \\ MDS_{88} - MDS_{init} \end{cases}$ ； c_0 为调整参数。

仍然采用参考文献[11]中的方法随机生成不同湍流条件下的相屏，相屏不包括倾斜分量。湍流强度的大小使用 D/r_0 表示，其中 D 为望远镜口径， r_0 为大气相干长度。仿真中分别以 $D/r=5, 15, 25$ 时的湍流情况进行分析，平均初始 RMS 值分别为 0.21λ 、

0.54λ 和 0.84λ ，兼顾到不同大小的湍流情况，噪声水平分别取 30、40、50 dB。每种情况下通过对 1 000 帧不同相屏的有关数据做系综平均得到该湍流情况下的各种校正数据。 $D/r=5, 15, 25$ 时的掩模大小分别取 10、15、20 DL。为减小噪声的影响，噪声情况下校正时，公式(11)中的系数 β 随着噪声的增大应稍微增加，如，本仿真中 50 dB 时 $\beta=0.1$ ，30 dB 时 $\beta=0.5$ 。

2.2 不同湍流情况下的不同噪声时校正效果对比

使用待校正波前的初始 RMS 值以及校正后的 RMS 值来衡量无波前探测自适应光学系统的校正能力。图 3 给出了不同湍流条件下不同噪声时的 1 000 帧平均校正结果，其中点线为成像系统噪声水平为 50 dB 时，实线为 40 dB 时，划线为 30 dB 时。为便于对比，同时给出了不同湍流条件下的初始 RMS 值(点划线所示)，校正前后的 RMS 值如表 1 所示。

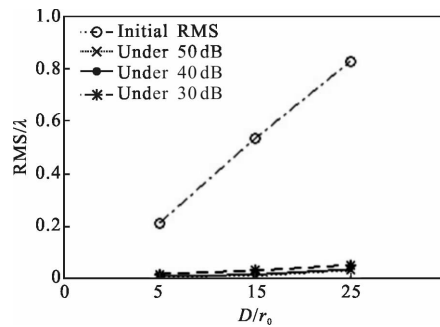


图 3 不同湍流条件下、不同噪声水平时的校正能力对比
Fig.3 Comparisons of correction capability under different turbulences with different noise levels

表 1 不同湍流条件、不同噪声水平下校正前后 RMS 值对比(单位： λ)

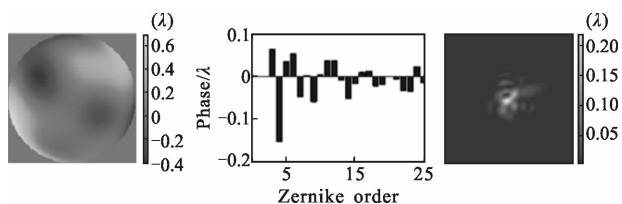
Tab.1 Comparisons of RMS values under different turbulences with different noise levels before and after correction(Unit: λ)

D/r_0	Before correction	After correction		
		50 dB	40 dB	30 dB
5	0.21	0.012	0.013	0.022
15	0.54	0.014	0.019 5	0.035
25	0.84	0.036	0.040	0.056

从图 3 可以看出，噪声水平分别为 40 dB 和 50 dB 时，不管是大像差还是小像差，两条曲线非常接近，校正效果几乎一致；噪声水平为 30 dB 时校正效果

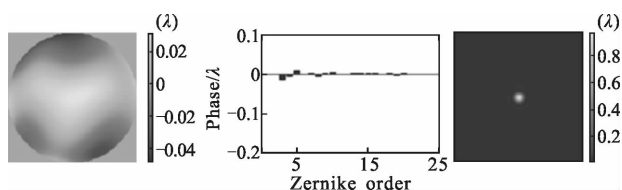
稍差于噪声水平分别为 40 dB 和 50 dB 时。与噪声水平为 50 dB 时相比,30 dB 时按照湍流条件从小到大校正后平均 RMS 相对误差分别为 4.75%、4.04%和 2.58%,从以上数据可以看出,随着湍流的增加,平均 RMS 相对误差在减小。由基于模型的无波前探测自适应光学系统工作原理可知,实际应用中,MDS 的计算直接来源于含有噪声的 CCD 成像信息。但第 1 节中的结果告诉我们,只要合理地选取 Mask 大小,MDS 与 MSG 之间的线性关系几乎不受影响,而且与理论结果基本一致。该小节的校正效果更证实了这一点:合适地掩模大小下,基于模型的无波前探测自适应光学系统具有较强的抗噪能力。

图 4 和图 5 分别给出了湍流较小($D/r_0=5$)时和大湍流时($D/r_0=25$)时单帧相屏的校正情况。 $D/r_0=5$ 时,图示中相屏的 RMS 值为 0.22λ , $D/r_0=25$ 时,相屏的 RMS 为 0.82λ 。其中图中的第一行为初始波前、将



(a) 校正前

(a) Before correction



(b) 校正后

(b) After correction

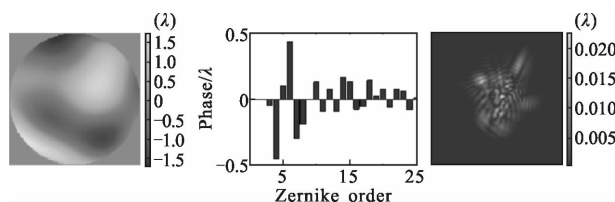
图 4 成像系统 30 dB 噪声水平下 $D/r_0=5$ 时的一帧随机相屏校正前后对比

Fig.4 Comparison of before and after correction under $D/r_0=5$ when the noise level of imaging system is 30 dB

相屏进行 104 阶 Zernike 多项式分解后的各阶分量情况(为保持图像清晰度,图中只画出了前 25 阶分量)、初始波前对应的点扩散函数(PSF);第二行为噪声水平 30 dB 时的残余波前、各阶分量情况及残余波前对应的点扩散函数。其中波前畸变的 colorbar 单位为波长,点扩散函数中的光强值相对于系统理想成像进行了归一化, $D/r_0=5$ 时的相屏对应的点扩

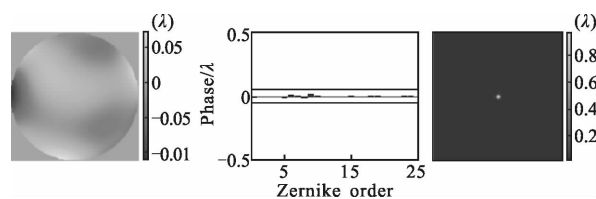
散函数,即截取的 CCD 大小为 10 DL, $D/r_0=25$ 时的相屏对应的点扩散函数截取大小为 20 DL。

从图 4 和图 5 可以看出,尽管成像系统存在噪声,但模型式无波前探测自适应光学系统依然有很好的校正能力。



(a) 校正前

(a) Before correction



(b) 校正后

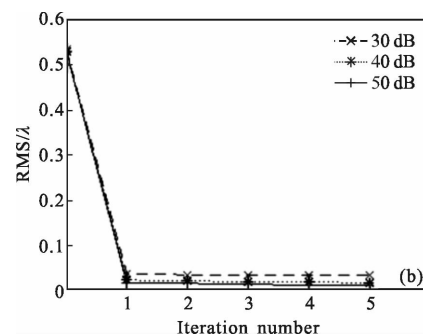
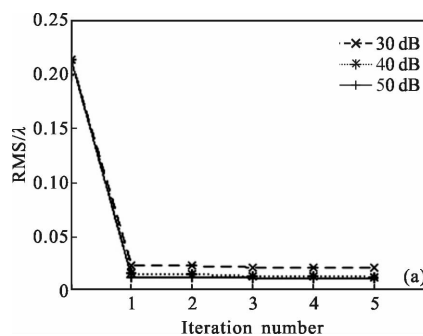
(b) After correction

图 5 成像系统 30 dB 噪声水平下 $D/r_0=25$ 时的一帧随机相屏校正前后对比

Fig.5 Comparison of before and after correction under $D/r_0=25$ when the noise level of imaging system is 30 dB

2.3 不同湍流情况下的不同噪声时校正速度分析

以完成一次控制算法作为一次迭代,控制算法共运行了 5 次迭代。图 6 给出了不同湍流条件下不同



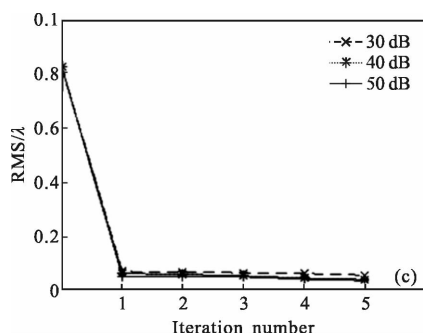


图 6 不同湍流条件下不同噪声水平时的残余波前 RMS 变化曲线对比

Fig.6 Comparison of RMS curves under different turbulences and different noise levels

噪声水平时的平均 RMS 迭代变化曲线,划线为 30 dB 时、点线为 40 dB 时、实线为 50 dB 时,图 6(a)、(b)和(c)分别对应湍流条件为 $D/r_0=5$ 、 $D/r_0=15$ 和 $D/r_0=25$ 时的残余波前 RMS 变化情况。从图中可以看出噪声情况下的基于模型的无波前探测自适应光学系统和无噪声时的情况类似,仅需 1 次算法迭代,系统已基本收敛,这说明噪声的存在不影响系统的收敛速度,而且无论是大像差还是小像差都只需一次算法迭代。与图 3 的结果类似,噪声水平为 40 dB 和 50 dB 时的校正情况接近相同。

3 结 论

文中从 MDS 与波前相位的 MSG 之间的理论线性关系出发,研究了噪声情况下 MDS 与 MSG 之间的关系,并以不同湍流强度下的波前像差作为校正对象,分析了噪声情况下基于模型的无波前探测自适应光学系统的收敛速度、校正能力。使用 88 单元变形镜、CCD 成像器件等建立了自适应光学系统仿真平台。结果表明,噪声条件下,基于模型的无波前探测自适应光学系统收敛速度保持不变,仅需一次算法迭代可以收敛;相同湍流条件时,不同噪声水平下的校正效果接近,与噪声水平为 50 dB 时相比,按照湍流条件从小到大校正后平均 RMS 相对误差分别为 4.75%、4.04%和 2.58%。上述结果验证了基于模型的无波前探测自适应光学系统具有较强的抗噪能力。

参 考 文 献:

[1] Muller R A, Buffington A. Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image

sharpening [J]. *J Opt Soc Am A*, 1974, 64(9): 1200-1210.

[2] Yang Huizhen, Wu Jian, Gong Chenglong. Model-based sensorless adaptive optics system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(8): 0801002. (in Chinese)

杨慧珍, 吴健, 龚成龙. 基于模型的无波前探测自适应光学系统[J]. *光学学报*, 2014, 34(8): 0801002.

[3] Yu Ji, Dong Bing. Experimental study of wavefront sensorless adaptive optics based on deformable mirror eigen modes [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(3): 0322004. (in Chinese)

喻际, 董冰. 基于变形镜本征模式的无波前传感器自适应光学系统实验研究[J]. *光学学报*, 2015, 35(3): 0322004.

[4] Yang Q, Zhao J, Wang M, et al. Wavefront sensorless adaptive optics based on the trust region method [J]. *Opt Lett*, 2015, 40(7): 1235-1237.

[5] Antonello J, Werkhover T V, Verhaegen M, et al. Optimization-based wavefront sensorless adaptive optics for multiphoton microscopy [J]. *J Opt Soc A*, 2014, 31(6): 1370-1347.

[6] Huang L H, Rao C H. Wavefront sensorless adaptive optics: a general model-based approach[J]. *Optics Express*, 2011, 19(1): 371-379.

[7] Yang H Z, Soloviev O, Verhaegen M. Model-based wavefront sensorless adaptive optics system for large aberrations and extended object[J]. *Optics Express*, 2015, 23(19): 24587-24601.

[8] Wang B R, Booth M J. Optimum deformable mirror modes for sensorless adaptive optics [J]. *Optics Communications*, 2009, 282: 4467-4474.

[9] Yang Huizhen, Liu Rong, Liu Qiang. Model wavefront-sensorless adaptive optics system based on eigenmodes of deformable mirror [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(12): 3639-3644. (in Chinese)

杨慧珍, 刘荣, 刘强. 基于变形镜本征模式的模型式无波前探测自适应光学系统 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(12): 3639-3644.

[10] Cai Dongmei, Wang Kun, Jia Peng, et al. Sampling methods of power spectral density method simulating atmospheric turbulence phase screen [J]. *Acta Phy Sin*, 2014, 63(10): 104217. (in Chinese)

蔡冬梅, 王昆, 贾鹏, 等. 功率谱反演大气湍流随机相位屏采样方法的研究[J]. *物理学报*, 2014, 63(10): 104217.

[11] Jiang W H, Ling N, Rao X J. Fitting capability of deformable mirror [C]//Proceedings of SPIE, 1991, 1542: 130-137.