

## 压缩真空注入超灵敏干涉型量子激光雷达

张建东<sup>1</sup>, 张子静<sup>1</sup>, 赵远<sup>1</sup>, 王峰<sup>2</sup>, 苏建忠<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 物理系, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 天津津航技术物理研究所, 天津 300308)

**摘要:** 干涉型激光雷达是通过相位干涉检测实现高精度目标距离探测的设备, 传统干涉型激光雷达相位探测灵敏度受到标准量子极限的限制, 从而限制了测距精度。为了进一步打破极限, 提高精度, 提出了基于压缩真空态注入的相位超灵敏度干涉型量子激光雷达方案, 可以使相位灵敏度突破标准量子极限, 并分别推导了 Z 探测法、强度差探测法和奇偶探测法情况下的相位灵敏度, 随后, 进行仿真计算, 并对性能的提升进行比较与分析。最后, 在灵敏度最好的奇偶探测法的基础上, 建立了存在传输损耗时的相位灵敏度模型, 讨论了实现超灵敏度允许的最大传输损耗。

**关键词:** 压缩真空态注入; 超灵敏度; 奇偶探测; 传输损耗

中图分类号: TN959.6 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.0730002

## Super-sensitivity interferometric quantum lidar with squeezed-vacuum injection

Zhang Jiandong<sup>1</sup>, Zhang Zijing<sup>1</sup>, Zhao Yuan<sup>1</sup>, Wang Feng<sup>2</sup>, Su Jianzhong<sup>2</sup>

(1. Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Tianjin Jinhang Institute of Technical Physics, Tianjin 300308, China)

**Abstract:** Interferometric lidar is a device to achieve high precision distance detection by phase estimation. The phase sensitivity of the traditional interferometric lidar is limited by the standard quantum limit, this affecting the precision of ranging. In order to further break the limit and improve the system precision, a scheme of super-sensitivity interferometric quantum lidar with squeezed-vacuum injection was put forward, thus phase sensitivity breaking through the standard quantum limit. And the phase sensitivity of the system was derived with Z detection, intensity difference detection and parity detection method. Then, the ascension of performance was compared and analyzed by simulation calculation. Finally, on the basis of best detection method-parity detection, a phase sensitivity model with transmission loss was established, and the maximum transmission loss allowed by super-sensitivity was discussed.

**Key words:** squeezed-vacuum injection; super-sensitivity; parity detection; transmission loss

收稿日期: 2016-11-05; 修订日期: 2016-12-03

基金项目: 国家高技术研究发展计划(JZ20150174)

作者简介: 张建东(1993-), 男, 博士生, 主要从事量子增强激光雷达方面的研究。Email: zhangjdhit@outlook.com

导师简介: 赵远(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事微弱信号光电实时检测、激光雷达方面的研究。Email: zhaoyuan@hit.edu.cn

通讯作者: 张子静(1986-), 男, 讲师, 博士, 主要从事弱光电信号检测与激光雷达成像方面的研究。Email: zzzj.hit@163.com

## 0 引言

自激光问世以来,干涉型激光雷达就得到广泛的应用,但其相位灵敏度受限于标准量子极限<sup>[1]</sup>,而相位差与光程差是正比例关系,所以也就限制了系统的探测精度。近年来,实际应用中探测需求不断提高,干涉型激光雷达的探测精度已经不能满足要求。随着量子光学理论以及实验条件的不断发展和完善,一些能实现超分辨率<sup>[2]</sup>和超灵敏度<sup>[3]</sup>的量子态被广泛用于量子干涉测量中,产生包括干涉型量子激光雷达等量子雷达方案<sup>[4]</sup>,其中,纠缠态和压缩态两种量子态在分辨率和灵敏度方面的性能相对突出,例如:2010年,美国的研究小组指出使用纠缠粒子数态可以将系统灵敏度从  $1/\sqrt{N}$  提高为  $1/N$ <sup>[5]</sup>,同年,美国雷神 BBN 公司提出在接收端进行压缩真空态注入并使用相位敏感放大可以提高灵敏度和成像效果<sup>[6]</sup>。但是大粒子数的纠缠态难以制备且对耗散敏感。相比之下,压缩态性能更佳,但是现行运用压缩态的量子技术方案多是对接收端信号进行处理,这样的方案想要达到最佳相位灵敏度并不容易,因为需要回波信号的相角与压缩态的相角保持一个最佳的匹配关系,往往由于对回波信号的相角不能完全确定,致使系统灵敏度不容易达到最佳。因此,文中提出采用在发射空置端进行压缩真空态注入方案。

文中分别采用 Z 探测法、强度差探测法和奇偶探测法计算系统相位灵敏度,并通过对比三种探测方法下的相位灵敏度,找出能实现最佳灵敏度的探测方式,同时对方案进行进一步讨论,在最佳探测方法的基础上引入传输损耗,建立了存在传输损耗情况下压缩真空态注入的干涉型量子激光雷达系统相位灵敏度模型,并讨论了在实现超灵敏度前提下系统所允许的最大传输损耗。

## 1 压缩真空注入干涉型激光雷达系统

2008年,Dowling 在文章中指出:由于空置端耦合影响,无论采取什么量子态光源,传统干涉测量系统最佳灵敏度都为  $\varphi=1/\sqrt{N}$ <sup>[7]</sup>。得到这样结果是因为两个端口的输入状态都是相干态光场,在所有方向上起伏都相同,均为真空起伏,因此无法突破标准量子噪声极限,所以,寻找一种在特定方向上起伏小

于真空起伏的光源是提升系统灵敏度的关键,压缩态则恰好满足这种条件,因此提出压缩真空态注入方案。

压缩真空注入干涉型量子激光雷达系统主要结构如图 1 所示,在空置端采用压缩真空态进行注入,与激光器产生的激光在第一个分束系统处进行耦合并分束,通过分束元件后光路分成两路,一路作为发射信号,经过发射光学系统后出射,另一路作为本振信号直接进入接收端,发射光与目标相互作用后的回波信号经过接收光学系统接收,并与本振信号耦合进入第二个分束元件,为提高信号的利用率,依然沿用传统干涉型激光雷达中双探测器平衡探测的探测手段,将探测器探测到的两路光子数送入数据处理系统进行处理,进而得到两路相位差,再通过  $\varphi=2\pi\delta/\lambda$  就可以求出待测目标距离,其中  $\lambda$  是激光器的波长, $\delta$  是本振信号与出射信号之间的光程差,若进一步选择本振信号一路的光程长度为零光程参考点,则  $\delta$  就是待测目标距离的 2 倍。所以通过测量对比接收端两路信号的相位差就可以推算出目标的实际距离,以获取被测物体的位置信息。

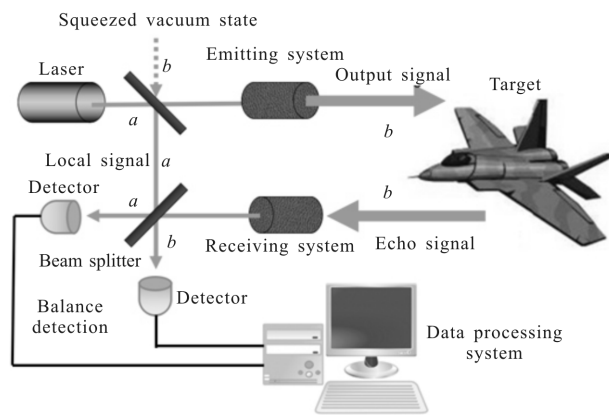


图 1 压缩真空态注入干涉激光雷达系统框图

Fig.1 Schematic diagram of interferometric lidar system with squeezed-vacuum injection

## 2 压缩真空态注入量子探测方法

### 2.1 Z 探测法

首先考虑 Z 探测法下的相位灵敏度,Z 探测法是对任意一个输出端进行光子数有无判定,并转换成二值输出的一种探测方式<sup>[8]</sup>,也被称为零-非零探测或者开-关探测,由于输入态中压缩真空态的独特性质,不易得到输出端的态矢表达式,因此可以首先将系统的输入态向粒子数态展开,写成:

$$|\psi_m\rangle = |\alpha\rangle_a |\xi\rangle_b = R \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_n S_m |n\rangle_a |2m\rangle_b \quad (1)$$

式中:系数  $R = \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) \frac{1}{\sqrt{\cosh r}}$ ;  $C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}$ ;  $S_m = \frac{\sqrt{(2m)!}}{2^m m!} (-\tanh r)^m$ ,  $r$  为压缩实系数,  $0 \leq r \leq \infty$ ;  $\xi = re^{i\theta}$ ; 压缩真空中平均光子数  $\bar{n} = \sinh^2 r$ 。

根据算符在整个系统中的演化<sup>[9]</sup>,可以得到输入与输出算符的关系为:  $\hat{a}_{in}^* = \left(\sin \frac{\varphi}{2} \hat{a}_{out}^* - \cos \frac{\varphi}{2} \hat{b}_{out}^*\right)$  和  $\hat{b}_{in}^* = \left(\cos \frac{\varphi}{2} \hat{a}_{out}^* + i \sin \frac{\varphi}{2} \hat{b}_{out}^*\right)$ 。根据光子经过分束器的理论,输出态向粒子数态展开可表示为:

$$|\psi_{out}\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} R C_n S_m \sum_{a=0}^n \sum_{b=0}^{2m} \frac{C_n^a C_{2m}^b}{\sqrt{n! (2m)!}} \times \left(\sin \frac{\varphi}{2}\right)^{a+2m-b} \left(\cos \frac{\varphi}{2}\right)^{n-a+b} |n-a+2m-b\rangle_b \quad (2)$$

选择对  $a$  端进行粒子数有无探测,即此时公式(2)满足  $a=b=0$ ,可以得到此时的概率幅为:  $B_{nm} = R C_n S_m \times \left(\cos \frac{\varphi}{2}\right)^n \left(\sin \frac{\varphi}{2}\right)^{2m}$ , 对其进行模方,然后级数求和,可以得到  $a$  端光子数为 0 的概率为:  $P(0) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} |B_{nm}|^2 = \frac{1}{\cosh r} \left[1 - \tanh^2 r \sin^4(\varphi/2)\right]^{-\frac{1}{2}} \times \frac{\exp(-|\alpha|^2 \sin^2(\varphi/2))}{\cosh r}$ 。

再根据定义  $P(0) = \langle \hat{Z} \rangle$ ,  $\hat{Z} = |0\rangle\langle 0|$ , 可以得到  $\langle \hat{Z}^2 \rangle = \langle \hat{Z} \rangle$ , 最后利用误差传递公式,得到系统灵敏度为:

$$\varphi = \frac{2A \cosh r \sqrt{P(0) - [P(0)]^2}}{\sin \varphi \left[ |\alpha|^2 \sqrt{A} - \tanh^2 r \sin^2(\varphi/2) (A)^{-\frac{1}{2}} \right]} \times \frac{1}{\exp[-|\alpha|^2 \sin^2(\varphi/2) (A)^{-\frac{1}{2}}]} \quad (3)$$

式中:  $A = 1 - \tanh^2 r \sin^4(\varphi/2)$ , 由于分母中相干态平均光子数的指数项  $\exp[-|\alpha|^2 \sin^2(\varphi/2)]$  比一次项  $|\alpha|^2$  衰减快, 所以此时系统灵敏度不能突破标准量子极限, 随着光子数增多, 还会越来越远离标准量子极限。因此, 对于此方案来说, Z 探测法不是良好的探测方法。

### 2.2 强度差探测法

接下来,考虑强度差探测方法,根据量子光学理论<sup>[10]</sup>,分束系统和光程改变可采取如下量子化描述:分束系统:  $\hat{U}_{BS1} = \hat{U}_{BS2} = \exp\left(-\frac{1}{2}i\pi \hat{J}_x\right)$ , 光程改变等同相位改变,即一个相位移动算符:  $\hat{U}_{PS} = \exp(-i\varphi \hat{J}_z)$ 。其

中  $\hat{J}_x, \hat{J}_z$  为角动量算符的施温格表示,即:  $\hat{J}_x = \frac{1}{2}(\hat{a}^* \hat{b} + \hat{b}^* \hat{a})$ ,  $\hat{J}_z = \frac{1}{2}(\hat{a}^* \hat{a} - \hat{b}^* \hat{b})$ , 则系统整个过程可以采用如下用量子化描述:  $|\psi_{out}\rangle = \hat{U}_{BS2} \hat{U}_{PS} \hat{U}_{BS1} |\psi_{in}\rangle$ ,  $r=0$ , 输入态可以表示为:  $|\psi_{in}\rangle = |\alpha\rangle_a |\xi\rangle_b$ , 通过误差传递公式计算, 当  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  时可以得出最佳灵敏度为:

$$\Delta \varphi = \frac{\sqrt{|\alpha|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r}}{|\alpha|^2 - \sinh^2 r} \quad (4)$$

此即强度差探测下系统灵敏度,当压缩参数  $r=0$ , 即无压缩状态,公式(4)与强度差探测下真空态耦合灵敏度完全吻合,说明了结果的普适性。而且最佳灵敏度可以突破标准量子极限,实现超灵敏度,对于笔者的方案是一个良好的探测方法。下面,再采用奇偶探测法计算系统灵敏度。

### 2.3 奇偶探测法

奇偶探测法是 Bolinger 等人在 1996 年研究囚禁离子的时候提出的<sup>[11]</sup>,对于多数量子态,奇偶探测被称为最适合量子态测量的方法,其灵敏度可用 Wigner 函数求得<sup>[12]</sup>,也可用量子费舍尔信息求得<sup>[13]</sup>,还可对输出端光子数进行奇偶数取值概率单独求和<sup>[14]</sup>,三者是等价的。即:  $\varphi_{min} = \min(\sqrt{1 - \langle \hat{\Pi} \rangle^2} / \partial \langle \hat{\Pi}_a \rangle / \partial \varphi) = \frac{1}{\sqrt{F}}$ , 其中  $\hat{\Pi}$  为奇偶算符,  $F$  为量子费舍尔信息。

从方便且相对普适的角度考虑,文中采用第二种方法计算,假设系统的输入可以表示为:  $\rho_{in} = \rho_a \otimes \rho_b$ , 则经过系统后输出可以表示为:  $\rho_{out} = \hat{U} \rho_a \otimes \rho_b \hat{U}^*$ , 那么由量子费舍尔信息定义易得:  $F = \text{Tr}(\rho_{out} G^2)$ ,  $\frac{\partial \rho_{out}}{\partial \varphi} = \frac{1}{2}(\rho_{out} G + G \rho_{out})$ , 式中  $G$  为最佳相位估算因子,利用密度算符性质将其展开:  $\rho_a = \sum_m A_m |\psi_m\rangle_a \langle \psi_m|$ ,  $\rho_b = \sum_n B_n |\varphi_n\rangle_b \langle \varphi_n|$ 。则量子费舍尔信息可以表示为:

$$F = \sum_k 4Q_k \langle \phi_k | \hat{J}_y^2 | \phi_k \rangle - \sum_{kk'} \frac{8Q_k Q_{k'}}{Q_k + Q_{k'}} |\langle \phi_k | \hat{J}_y | \phi_{k'} \rangle|^2 \quad (5)$$

式中:  $Q_k = A_m B_n$ , 并且  $\{|\phi_k\rangle = |\psi_m\rangle_a \otimes |\varphi_n\rangle_b\}$  是双模希尔伯特空间里一组完整的基底,对于纯态输入情况,公式(5)可以化简为:

$$F = 4(\langle \hat{J}_y^2 \rangle_{in} - \langle \hat{J}_y \rangle_{in}^2) \quad (6)$$

将输入态  $|\psi_{in}\rangle = |\alpha\rangle_a |\xi\rangle_b$  代入到公式(6),经过计算,求得此方案的系统量子费舍尔信息可表示为:

$F=e^{2r}|\alpha|^2+\sinh^2r=e^{2r}n_a+n_b$ 。因此,奇偶探测法的系统最佳灵敏度为:

$$\Delta\varphi=\frac{1}{\sqrt{e^{2r}|\alpha|^2+\sinh^2r}} \quad (7)$$

当公式(7)中压缩系数  $r=0$  时,此时等价于奇偶探测情况下真空态耦合相位灵敏度,也是标准量子极限,即真空耦合情况下,无论是强度差探测还是奇偶探测系统相位灵敏度都相同,均为标准量子极限。

对压缩真空注入方案下两种探测方法的最佳相位灵敏度,分别选取了不同的压缩系数并进行仿真,如图 2~图 4 所示,其中  $\langle J \rangle$  代表强度差探测,  $\langle F \rangle$  代表奇偶探测。

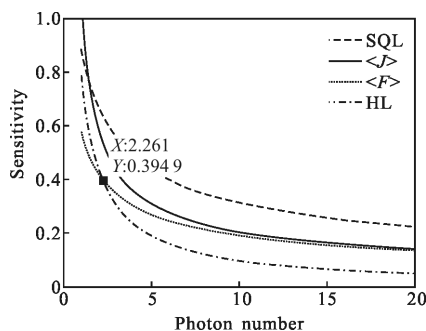


图 2 强度差探测与奇偶探测的系统灵敏度( $r=0.5$ )

Fig.2 Sensitivity of the system with intensity difference detection and parity detection ( $r=0.5$ )

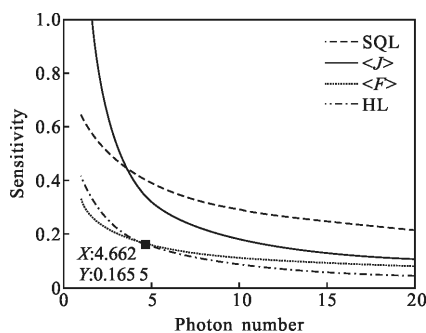


图 3 强度差探测与奇偶探测的系统灵敏度( $r=1$ )

Fig.3 Sensitivity of the system with intensity difference detection and parity detection ( $r=1$ )

从图中可以看出,两种探测方法都能突破标准量子极限,但是奇偶探测法灵敏度优于强度差探测,当压缩系数较小情况下,两种探测方法灵敏度近似相同,但是对于相同光子数情况,压缩系数越大,奇偶探测相比于强度差探测优势越明显,同时,随着压缩系数增大,两种探测方法的灵敏度都向海森堡极限( $1/N$ )靠近。因此对于压缩真空态注入,相比而言,

奇偶探测法是几种方法中更适合的探测方法。另外,从图中可以看出,随着压缩系数增大,奇偶探测法有一定光子数范围内相位灵敏度可以突破海森堡极限,令公式(7)等于海森堡极限,得光子数极限为  $\frac{1}{2} [(e^{2r}-2\sinh^2r)\pm\sqrt{e^{4r}+4(1-e^{2r})\sinh^2r}]$ ,其中减号为下限,加号为上限,有些时候下限大于零,如图 4 所示,有些时候下限小于零,如图 2 和图 3 所示,总体来说,当压缩真空态压缩度增大时,笔者的方案将有一个范围可以突破海森堡极限。

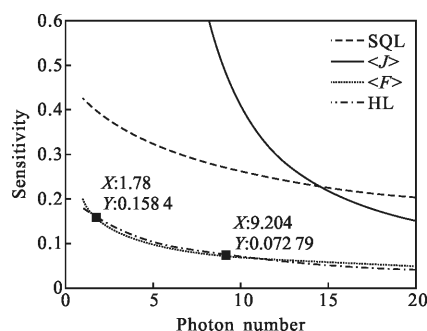


图 4 强度差探测与奇偶探测的系统灵敏度( $r=1.5$ )

Fig.4 Sensitivity of the system with intensity difference detection and parity detection( $r=1.5$ )

### 3 存在传输损耗的最佳方案模型

若考虑传输过程中损耗,则相当于在本征光和回波信号两路中分别添加一个可调衰减器 Attenuator  $-a$  和 Attenuator  $-b$ ,若假设其透过率分别为  $T_a, T_b$ ,如图 5 所示。

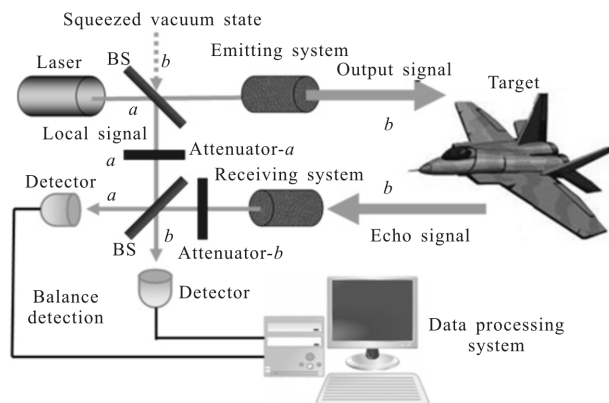


图 5 存在传输损耗时雷达系统框图

Fig.5 Schematic diagram of lidar system with transmission loss

根据光的量子理论可知存在传输损耗的系统中算符演化关系<sup>[15]</sup>:  $\hat{a}_x \rightarrow \hat{a}_x \exp[(i\varepsilon_x \omega/c - \eta_x/2)L_x]$ ,其中

$\varepsilon_x$ 、 $L_x$  和  $\eta_x$  分别代表第  $x$  路的折射率、传输路径长度和损耗系数,  $x=a, b$  时分别对应于  $a, b$  两路, 对于  $\varepsilon_x=1$ , 则:

$$\hat{a}_x \rightarrow \hat{a}_x \exp(iL_x \omega/c) \exp(-\eta_x L_x/2) \quad (8)$$

式中: 第一个指数项代表由于大气湍流、望远镜面型变化等原因引起的相位抖动的影响, 其模方为 1, 量子费舍尔信息处理时已经选择了最优化相位角度  $\varphi$ , 因此不考虑, 第二个指数项代表由于大气吸收和散射等原因导致的传输损耗, 由光学基本原理可以知道  $T_x = \exp(-\eta_x L_x)$  代表透过率, 所以最终演化的简化表达式为:  $\hat{a} \rightarrow \sqrt{T_a} \hat{a}, \hat{b} \rightarrow \sqrt{T_b} \hat{b}$ 。

从图中可以看出, 透过以外的部分被吸收掉, 相当于损耗, 所以损耗系数为  $\kappa=1-T$ , 再利用公式(7)得到存在传输损耗情况下系统的相位灵敏度为:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\sqrt{(1-\kappa_a)(1-\kappa_b)[e^{2r}|\alpha|^2 + \sinh^2 r]}} \quad (9)$$

以  $r=1$  为例, 先结合两种常见情况进行初步分析, 首先, 考虑远场目标探测, 此时由于  $L_b \geq L_a$ , 因此假定  $\kappa_a=0$ , 即单路损耗情况, 对不同  $\kappa_b$  情况下的灵敏度进行数值仿真, 如图 6 所示, 随后, 考虑近场微尺度观测的情况, 此时  $L_b \approx L_a$ , 因此假定  $\kappa_a=\kappa_b$ , 即两路同损耗, 对不同  $\kappa_a, \kappa_b$  情况下的灵敏度进行数值仿真, 如图 7 所示。

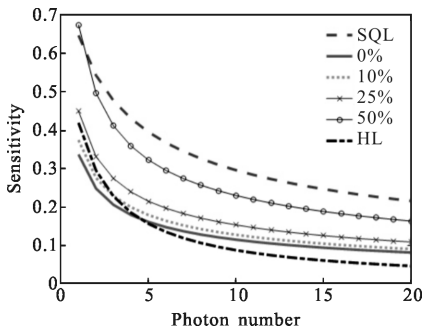


图 6 单路传输损耗时奇偶探测系统灵敏度

Fig.6 Sensitivity of the system with single path transmission loss

接下来, 对存在传输损耗情况下, 系统相位灵敏度突破标准量子极限所允许的最大传输损耗进行简单讨论, 即令公式(9)的灵敏度等于标准量子极限, 可以解出单路损耗和双路损耗的最大传输损耗为:

$$\kappa_b = 1 - \frac{|\alpha|^2 + \sinh^2 r}{e^{2r}|\alpha|^2 + \sinh^2 r} \quad (10)$$

$$\kappa_a = \kappa_b = 1 - \sqrt{\frac{|\alpha|^2 + \sinh^2 r}{e^{2r}|\alpha|^2 + \sinh^2 r}} \quad (11)$$

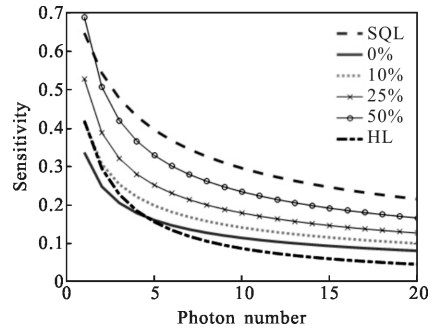


图 7 双路传输损耗时系统灵敏度

Fig.7 Sensitivity of the system with two paths transmission loss

对上面两个式子进行了仿真, 结果如图 8、图 9 所示。

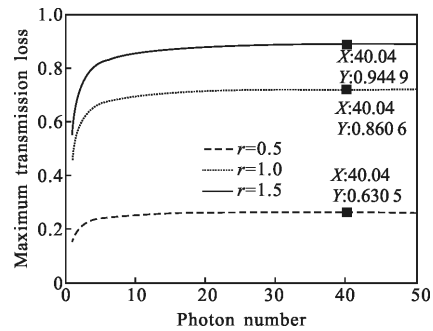


图 8 单路传输损耗情况下实现超灵敏允许最大传输损耗时系统灵敏度

Fig.8 Sensitivity of maximum transmission loss allowed by super-sensitivity with single path transmission loss

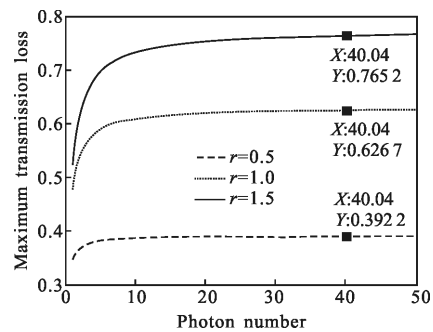


图 9 双路传输损耗情况下实现超灵敏允许最大传输损耗时系统灵敏度

Fig.9 Sensitivity of maximum transmission loss allowed by super-sensitivity with two paths transmission loss

从图中可以看出, 系统所能允许的最大传输损耗与压缩系数有关, 压缩系数越大, 所能允许的最大传输损耗越大, 即在大压缩度情况下, 即使存在较大的传输损耗时, 此方案的灵敏度依然可以突破标准

量子极限,实现超灵敏度。最后,当相干态平均光子数不断增大时,所允许的最大传输损耗最终会趋近于一个定值,即满足 $|\alpha|^2 \geq \sinh^2 r$ 时,单路损耗的情况下为 $\kappa_{b(\max)}=1-e^{-2r}$ ,双路相同损耗的情况下为 $\kappa_{a(\max)}=\kappa_{b(\max)}=1-e^{-r}$ 。

## 4 结 论

提出基于压缩真空态注入实现超灵敏度的干涉型量子激光雷达方案,光源为相干态光源配合压缩真空态光源,探测方法分别采用了 Z 探测法、强度差探测法和奇偶探测法,结果表明,Z 探测法的探测灵敏度不能突破标准量子极限,后两种探测灵敏度都可以突破标准量子极限,相比之下,认为奇偶探测法更适合压缩真空态注入方案。从推导的结论可以看出:探测灵敏度随着压缩度增大而提高,近似提高为传统干涉型激光雷达的  $e^r$  倍。随后,针对奇偶探测法下,进行了探测能力的模拟分析,对系统存在传输损耗的情况进行推导,并讨论了在超灵敏度前提下系统所允许的最大传输损耗,发现此时压缩注入方案大部分时候仍然能突破标准量子极限,并且压缩度越大,在突破标准量子极限的前提下,允许存在的传输损耗越大,即在较大传输损耗下系统依然可以实现超灵敏度,例如  $r=1.5$  时,其中一路损耗达到 94% 时,系统灵敏度依然能达到标准量子极限。此方案不仅可以通过增大压缩系数提高系统相位灵敏度,而且还能在有较大损耗的实际情况下保持超灵敏度,这为此技术走向应用奠定了一定的基础,尤其是多普勒测速雷达。其他类型的激光雷达,如测距和成像雷达的性能提升策略也在近年来得到了广泛的关注和研究<sup>[16-17]</sup>。

### 参考文献:

[1] Lanzagorta M. Quantum radar [J]. *Synthesis Lectures on Quantum Computing*, 2011, 3(1): 1-139.  
 [2] Shapiro J H, Lloyd S. Quantum illumination versus coherent-state target detection [J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11(6): 063045.  
 [3] Lee H, Kok P, Dowling J P. A quantum Rosetta stone for interferometry[J]. *Journal of Modern Optics*, 2002, 49(14-15): 2325-2338.

[4] Jiang K, Lee H, Gerry C C, et al. Super-resolving quantum radar: Coherent-state sources with homodyne detection suffice to beat the diffraction limit [J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, 114(19): 193102.  
 [5] Gerry C C, Mimih J. The parity operator in quantum optical metrology[J]. *Contemporary Physics*, 2010, 51(6): 497-511.  
 [6] Dutton Z, Shapiro J H, Guha S. LADAR resolution improvement using receivers enhanced with squeezed-vacuum injection and phase-sensitive amplification[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2010, 27(6): A63-A72.  
 [7] Dowling J P. Quantum optical metrology-the lowdown on high-N00N states [J]. *Contemporary Physics*, 2008, 49(2): 125-143.  
 [8] Escher B M, de Matos Filho R L, Davidovich L. Quantum metrology for noisy systems [J]. *Brazilian Journal of Physics*, 2011, 41(4-6): 229-247.  
 [9] Bachor H A, Ralph T C. A Guide to Experiments in Quantum Optics[M]. New Jersey: Wiley, 2004.  
 [10] Pezzé L, Smerzi A. Mach-Zehnder interferometry at the Heisenberg limit with coherent and squeezed-vacuum light [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(7): 073601.  
 [11] Gerry C C. Heisenberg-limit interferometry with four-wave mixers operating in a nonlinear regime [J]. *Physical Review A*, 2000, 61(4): 043811.  
 [12] Wang Qing, Zhang Yong, Hao Lili, et al. Super-resolving quantum LADAR with odd coherence superposition states sources at shot noise limit [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(9): 2569-2574. (in Chinese)  
 [13] Knysch S, Smelyanskiy V N, Durkin G A. Scaling laws for precision in quantum interferometry and the bifurcation landscape of the optimal state [J]. *Physical Review A*, 2011, 83(2): 021804.  
 [14] Feng X M, Jin G R, Yang W. Quantum interferometry with binary-outcome measurements in the presence of phase diffusion[J]. *Physical Review A*, 2014, 90(9): 4616-4627.  
 [15] Loudon R. The Quantum Theory of Light [M]. New York: OUP Oxford, 2000.  
 [16] Xu Zhengping, Shen Honghai, Xu Yongsan. Review of the development laser active imaging system with direct ranging [J]. *Chinese Optics*, 2014, 8(1): 28-38. (in Chinese)  
 [17] Wang Weibing, Wang Tingfeng, Guo Jin. Orbit determination for space target based on opto-electrical imaging, tracking and ranging on satellite [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(2): 528-539. (in Chinese)