

水下湍流连续相位屏生成的仿真研究

王翰韬¹, 王运鹰², 姚金任¹, 郭媛媛², 张宇¹

- (1. 哈尔滨工业大学 物理系, 黑龙江 哈尔滨 150001;
2. 水下测控技术重点实验室, 辽宁 大连 116000)

摘要: 建立水下湍流多层相位屏的理论和模型是开展水下湍流研究的主要问题。考虑水下湍流的统计特性, 通过三维协方差矩阵预测的方法进行了水下湍流的统计特性和连续性的模拟。提出重叠分配矩阵的方法, 优化多层相位屏的模拟, 分析了计算效率和湍流统计特性表征之间的关系。结果表明: 重叠分配矩阵方法能有效提高单层相位屏的生成效率。三维协方差矩阵预测方法可以使相位屏具有层间相关性, 其在单层相位屏内的统计特性也与理论符合较好, 但是在小尺度和大尺度下与理论值有一定偏差。该研究将传统的独立多层二维相位屏拓展到了空间相关的多层相位屏, 使得利用多层相位屏描述水下湍流更加符合物理实际。

关键词: 海洋光学; 水下湍流; 相位屏; 协方差

中图分类号: O436 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0712001

Research on simulation of continuous phase screen generation of underwater turbulence

Wang Hantao¹, Wang Yunying², Yao Jinren¹, Guo Yuanyuan², Zhang Yu¹

- (1. Physics Department, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. Science and Technology on Underwater Test and Control Laboratory, Dalian 116000, China)

Abstract: Constructing the theory and simulation for multilayer phase screen of underwater turbulence were the main problems of the research for underwater turbulence. Considering the statistical property of underwater turbulence, here 3D covariance matrix was used to model the statistical property and continuity of underwater turbulence. Here overlapping allocation matrix was put forward and the simulation of multilayer phase screen was optimized. Furthermore, the relation between computational efficiency and the characterization of statistical property of underwater turbulence was analyzed. The results show that overlapping allocation matrix can improve the computational efficiency for a layer of phase screen. Also utilizing 3D covariance matrix could obtain the correlation of phase screens, which is in conformity with theory for statistical property in a layer. However, utilizing 3D covariance matrix led to deviation in small scale and large scale. This research expands original independent 2D phase screen into the multilayer phase screen which has spatial correlation. And that is why this model is more

收稿日期: 2016-11-05; 修订日期: 2016-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(61450002)

作者简介: 王翰韬(1993-), 男, 硕士生, 主要从事水下湍流的理论与实验方面的研究。Email: wht0574@qq.com

导师简介: 张宇(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光探测的理论与实验方面的研究。Email: zhuangyu@hit.edu.cn

correspond to the reality of underwater turbulence.

Key words: oceanic optics; underwater turbulence; phase screen; covariance

0 引言

水下湍流特性的研究是进行水下湍流探测、水下光通信等研究的基础。和大气湍流相比对水下湍流统计特性的相关研究较少,而相应的对大气湍流的研究和相关技术都较为成熟。另外,折射率功率谱密度函数用于表征湍流统计特性,大气湍流的折射率功率谱密度函数^[1]与水下湍流的折射率功率谱密度函数^[2]在结构上类似。因此,对于水下湍流的研究可以参考大气湍流的相关理论,并根据水下湍流的适用性给出一定的修正。大气湍流的数值模拟研究近年来仍是一个热点问题。国内外都有很多对大气湍流屏仿真模型的相关研究^[3-8]。大气湍流的模拟有 Zernike 多项式法^[4],分形相位屏法^[5-6],几何近似法^[7-8],协方差矩阵预测相位屏法^[9]等。由于大气湍流多层相位屏间距大于湍流外尺度,因此对于大气湍流的仿真所运用的是相互独立的相位屏。当相位屏间距小于湍流外尺度时,应考虑相位屏间的相关性问题,此问题近几年才在大气湍流研究中得到体现^[10]。由于水下湍流特性的研究在国内开展较少,并且水下湍流的相关参量相较于大气湍流有较大的区别,因此开展对水下湍流的理论及仿真研究对未来开展水下湍流中的光传播研究是有一定意义的。

文中为了探究水下湍流的统计特性,考虑到水下湍流介质的连续性,借鉴了大气湍流研究中的多层相位屏方法,利用空间折射率相对波动符合折射率结构函数的统计特性,进行了连续多层水下湍流相位屏的仿真。此工作对于后续进行光与水下湍流相互作用的研究有一定意义,并且可以为水下光探测和光通信的研究打下基础。

1 水下湍流相位屏生成的理论分析

开展水下湍流相位屏的理论研究,进行水下湍流尺度小于外尺度的相应理论修正,是为了给仿真算法打下基础。将传统的协方差函数和二维协方差矩阵预测方法拓展到三维,为多层相关相位屏的生成提供了理论依据。

1.1 三维协方差函数

由于文中研究的是光在水下湍流中的近距离传播,因此在利用多层相位屏模拟湍流对光相位的调制时,由于相位屏之间的距离远小于湍流的外尺度,相位屏之间的相关性较强,需要对此相关性在传统的二维协方差函数的基础上作一定的修正。

传统的相位结构函数是二维的,相应的协方差函数也是二维的。文中由于考虑了光传播方向上的相关性,因此需要将二维协方差函数拓展到三维。文中生成的水下湍流相位屏由于尺度较小,认为其在三维空间中是各向统计同性的,即对于二维相位结构函数的自变量的选取可以是三个维度中的任意的两个维度。那么将所有情况作为一个集合,就可以拓展到三维空间中。

在相位屏生成仿真中运用的表征空间中任意两点 \vec{r}_1 和 \vec{r}_2 三维协方差函数可以写为:

$$C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{2} [-D_\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \iiint D_\phi(\vec{r}_1', \vec{r}_2') T(\vec{r}_1') \cdot dx_1' dy_1' dz_1' + \iiint D_\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2') T(\vec{r}_2') dx_2' dy_2' dz_2' - \iiint dx_1' dy_1' dz_1' \iiint D_\phi(\vec{r}_1', \vec{r}_2') T(\vec{r}_1') T(\vec{r}_2') dx_2' dy_2' dz_2'] \quad (1)$$

式中: D_ϕ 为相位结构函数; T 表示的各点的权重,并且满足 $\int T(x, y, z) dx dy dz = 1$ 。对于离散的相位屏,三维协方差函数可以离散化表示为:

$$C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{2} [-D_\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + T(\vec{r}_1') \sum_{x_1}^{x_n} \sum_{y_1}^{y_n} \sum_{z_1}^{z_n} D_\phi(\vec{r}_1', \vec{r}_2) \cdot dx_1' dy_1' dz_1' + T(\vec{r}_2') \sum_{x_2}^{x_n} \sum_{y_2}^{y_n} \sum_{z_2}^{z_n} D_\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2') dx_2' dy_2' dz_2' - T(\vec{r}_1') T(\vec{r}_2') \sum_{x_1}^{x_n} \sum_{y_1}^{y_n} \sum_{z_1}^{z_n} \sum_{x_1'}^{x_n'} \sum_{y_1'}^{y_n'} \sum_{z_1'}^{z_n'} D_\phi(\vec{r}_1', \vec{r}_2') \cdot dx_1' dy_1' dz_1' dx_2' dy_2' dz_2'] \quad (2)$$

得到协方差函数后,利用已知的空间相对位置,就可以计算两处相位相对波动的情况,从而为相位屏的生成提供理论基础。

1.2 预测矩阵的理论分析

在多层相位屏的生成方法上考虑到三维空间的相位单元的相关性,因此文中将传统的二维协方差矩阵拓展到了三维的协方差矩阵,运用已知的相位屏进行层间的相位屏预测计算。

与传统利用二维相位屏进行预测的方法不同,在生成连续相位屏的预测矩阵中,选用了已知的多层相位屏进行预测,利用此方法可以提高被预测相位屏的空间相关性。

对于一个已知的 k 层 $i \times j$ 大小的相位屏组,可以将相位屏表示成 k 个 $i \times j$ 大小的矩阵,如第 k 层的相位屏可以表示为:

$$\begin{pmatrix} \phi_{1,1,k} & \phi_{1,2,k} & \cdots & \phi_{1,(j-1),k} & \phi_{1,j,k} \\ \phi_{2,1,k} & \phi_{2,2,k} & \cdots & \phi_{2,(j-1),k} & \phi_{2,j,k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi_{(i-1),1,k} & \phi_{(i-1),2,k} & \cdots & \phi_{(i-1),(j-1),k} & \phi_{(i-1),j,k} \\ \phi_{i,1,k} & \phi_{i,2,k} & \cdots & \phi_{i,(j-1),k} & \phi_{i,j,k} \end{pmatrix} \quad (3)$$

对 k 层相位屏进行列向量处理,可以得到一个大小为 $i \times j \times k$ 行的列矩阵,其可以表示为:

$$\phi_m = (\phi_{1,1,k} \ \phi_{2,1,k} \ \cdots \ \phi_{(i-1),j,k} \ \phi_{i,j,k})^T \quad (4)$$

则可以利用已知的相位屏给出已知相位屏的协方差矩阵,其形式为:

$$C_{\phi_m} = \langle \phi_m \phi_m^T \rangle \quad (5)$$

当需要预测空间中点 (x_i, y_j, z_k) 的相位值时,相应的计算式为:

$$\phi_{x_i, y_j, z_k} = A \phi_m + \sigma R \quad (6)$$

式中: A 为预测矩阵; ϕ_m 为已知的相位列矩阵; σ 为插值标准差; R 为方差为 1、均值为 0 的高斯随机变量。预测矩阵的具体形式为:

$$A = \langle \phi_m \phi_m^T \rangle \langle \phi_{x_i, y_j, z_k} \phi_m^T \rangle^{-1} \quad (7)$$

插值标准差的具体表示形式为:

$$\begin{aligned} \sigma \sigma^T &= \langle \phi_{x_i, y_j, z_k} \phi_{x_i, y_j, z_k}^T \rangle - A \langle \phi_m \phi_m^T \rangle \langle \phi_m \phi_m^T \rangle^{-1} \langle \phi_m \phi_{x_i, y_j, z_k}^T \rangle = \\ &\langle \phi_{x_i, y_j, z_k} \phi_{x_i, y_j, z_k}^T \rangle - A \langle \phi_m \phi_{x_i, y_j, z_k}^T \rangle \end{aligned} \quad (8)$$

利用已知的相位屏就可以逐一进行多层相位屏的预测计算。对于此处的已知相位屏,利用分形的方法生成初始相位屏,并利用传统的协方差矩阵预测方法计算获得随后的多层相位屏。

2 水下湍流连续相位屏生成仿真及优化

利用理论修正后的三维协方差函数和协方差矩

阵预测方法,根据分形初始获得的相位屏,文中进行了多层相关相位屏的生成仿真及优化。

2.1 连续相位屏生成的仿真

由于三维协方差矩阵预测的方法需要有已知相位屏才能进行下一步的多层相位屏预测计算,因此利用获得的分形初始相位屏和被预测计算得到的相位屏作为已知计算屏,可以进行多层连续相位屏的生成仿真。

如图 1 所示,利用已知的相位屏对所需要生成的相位屏进行逐个单元相位的预估计算。当计算完成所需生成的某层相位屏后,将所生成的随机屏加入已知相位屏组,并利用新获得的相位屏组进行下一层的相位屏的预测计算,直到所需要的相位屏组完全生成完毕,最终得到具有一定空间连续性的相位屏三维矩阵。

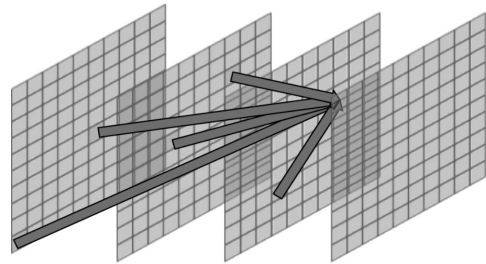


图 1 相位屏生成示意图

Fig.1 Sketch map of phase screen generation

2.2 仿真算法优化

虽然利用三维协方差矩阵预测方法可以获得具有层间连续性的多层相位屏,但是由于计算数据量较大,并且计算类型为串行计算,其存在计算速度随着已知点数据的增加而计算速度下降的问题。

优化算法主要从两个方面进行:一方面是将串行计算改成并行计算,在多核计算时大幅度减少运算时间;另一方面是将所有数据点预测改为部分点预测。这两点优化所带来的影响,并行会导致计算结果出现连续性降低的情况,即不同计算单元的输出结果是独立的。减少预测数据点则会导致生成数据点的相位值出现精度下降,并且其折射率结构函数在大尺度上会出现误差增加的情况。

对于减少数据点的优化,在选取已知数据点时,只选取已知数据点中的一部分点。该仿真中计算的是大小为 33×33 大小的相位屏,每个相位单元的尺

度为 1 mm。为了使生成的相位屏能更加精确地反应功率谱密度函数表征的湍流强度，文中选择特定的频率进行了精确仿真。相应空间频率的选取考虑的是对光传播有明显影响的湍流尺度大小，并对此取等间隔的点阵进行计算来达到该空间频率的准确体现。在权衡精度和计算速度后，提出了 9×9 框架矩阵的预测方法。如图 2 所示，图 2(a)为已知的相位屏，取其中等间隔的红点作为计算后续相位屏的已知点。利用已知点可以预测生成图 2(b)中的相应灰色点的相位值，并利用其将需要计算的相位屏分割成相等大小的分配矩阵，如图 2(c)所示。最后利用分配矩阵中的小黑点来逐步计算未知相位位置的相位值。

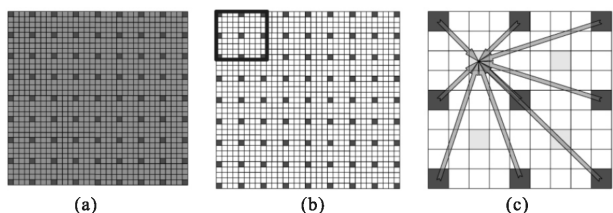


图 2 相位屏框架矩阵预测过程图

Fig.2 Sketch map of phase screen prediction method by utilizing framework matrix

三维协方差矩阵预测方法是一种利用拓展到三维空间中的协方差函数，进行相位屏某一位置相位值计算的方法。其中所用到的框架矩阵指的是利用协方差矩阵预测方法生成的等间隔点阵。随后运用的分配矩阵指的是将框架矩阵进行等大小的分割后所得到的多个矩阵的集合。对已知随机屏取的格点作为计算点，利用协方差矩阵预测方法生成下一层矩阵。由于下一层矩阵只计算预测了框架相位值，因此其在框架距离尺度上的相位预测时较为精确的，而在对未知位置的相位进行预测计算时，由于预测点数量的减少，会导致在格点间距尺度以上和以下的尺度上出现一定的偏差。

将串行计算改为并行计算后，若直接选取 2×2 大小的格点作为分配矩阵进行预测计算，由于每个分配矩阵之间不存在重叠部分，因此每个分配矩阵计算得到的相位值在分配矩阵之间都是独立的。由此会导致相位屏的层内连续性被破坏，出现网格效应，即相位屏中出现明显的框架结构。相应的仿真结果图如图 3 所示，当分配矩阵不存在重叠部分时，其会产生明显的网格图样。

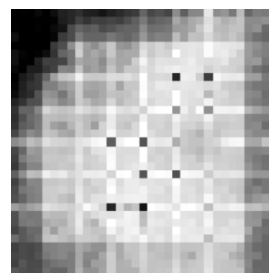


图 3 网格效应示意图

Fig.3 Sketch map of grid effect

虽然利用并行计算的方式提高了相位屏的生成速度，但是由于分配矩阵之间的独立性所带来的网格效应使得相位屏的层内连续性被破坏，因此需要对分配矩阵作一定的调整来提高层内连续性。

2.3 连续特性的优化

对于提高计算速度，将得到的框架矩阵进行分配进而进行并行计算。对于框架的拆解分配，分配矩阵越大，其计算量越大，分配矩阵间的重叠部分越大，其层间连续性越好。在计算无重叠分配矩阵时，其计算精度在小尺度下符合较好，但由于独立计算的原因，出现了层内的网格效应，即分配矩阵之间出现独立性，导致层内连续性较差。

因此考虑到层内的相位波动连续性，该仿真选用了 3×3 重叠分配矩阵算法，即选取框架内所有的 3×3 大小的格点所包围的矩阵进行计算，使得在保证计算速度的前提下，层内连续性得到一定的改善。相应的算法框图如图 4 所示。

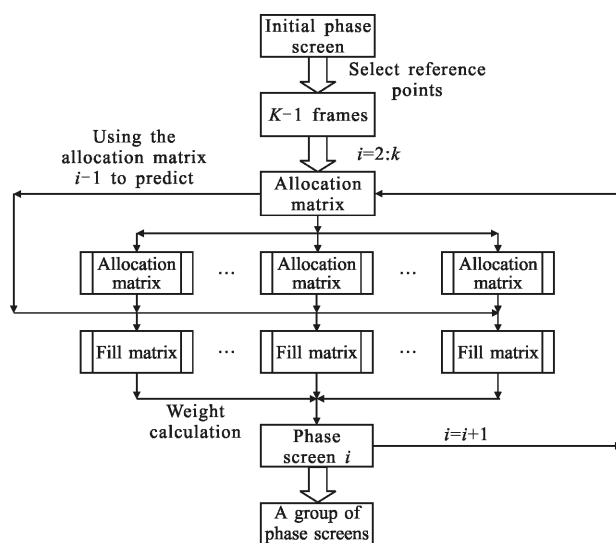


图 4 并行算法程序框图

Fig.4 Program layout of parallel computation

在分配矩阵中,先利用位置相对应的已知相位数据点对各子框架中心的相位值进行协方差矩阵法预测。由于分配矩阵第一步计算的相位值在空间上存在重叠,因此对所计算的结果取均值,使得重复计算位置的相位值更精确地被预测,提高层内连续性。而对于剩余未知相位的单元,采用插值的方法进行预测,最终将分配矩阵汇总后得到完整的随机屏。

3 仿真模拟与结果分析

多层湍流屏的仿真,在此进行了三组算法的对比,从表 1 中可以看出,串行算法进行相位屏的计算,相较于算法 2 的 5×5 重叠分配矩阵算法和算法 3 的 3×3 重叠分配矩阵算法,利用串行方式其计算速度明显较慢。

表 1 计算 17×17 相位屏所需时间对比

Tab.1 Comparison of the time spent in the generation of 17×17 phase screen

Algorithm	Calculating time/min
Serial algorithm	3 200
5×5 allocation matrix	130
3×3 allocation matrix	5

进行水下湍流相位屏仿真的目的是进行水下湍流与光相互作用的统计特性研究,因此需要大量的相位屏来进行多次的重复仿真,由于串行方法在计算速度上达不到多次仿真的目标,因此对于仿真方法的确定仅在并行算法中选取。

文中进行了 3×3 分配矩阵和 5×5 分配矩阵两种并行算法的仿真结果对比分析。利用相同的折射率结构函数进行了多层相位屏的生成仿真,获得了 33×33 大小的多层相位屏矩阵,并对生成的相位屏进行了折射率相对波动大小随两点相对距离变化的统计,相应的仿真结果如图 5 所示。

从图 5 中可以看出两种算法都在格点间距尺度有较好的理论符合度,但是 5×5 算法较 3×3 算法在大尺度上与理论曲线的偏离较明显。其原因是在增大分配矩阵的同时增加了分配矩阵之间的重叠部分,使得真实的波动在重叠部分取均值时被平均效应所抑制,相对波动的大小明显降低。此外,由于分配矩阵的增大相应的计算效率大大降低,相位屏的

生成时间明显增加。

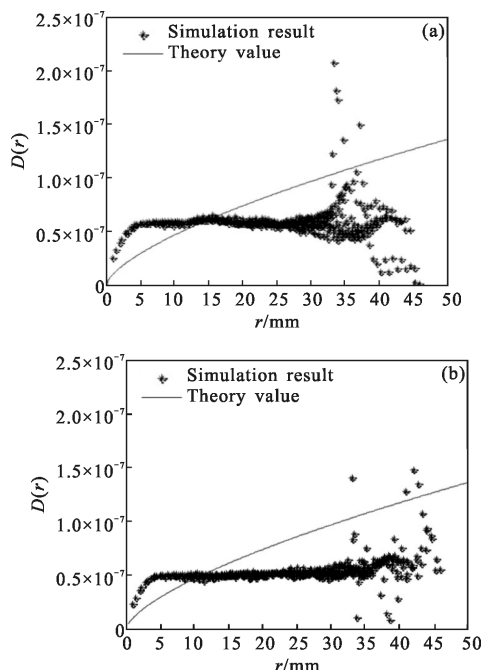


图 5 3×3 算法和 5×5 算法仿真结果

Fig.5 Simulation results of 3×3 algorithm and 5×5 algorithm

考虑到仿真的效率和仿真得到的折射率结构函数曲线与理论曲线的符合程度,此处仿真选用的是 3×3 重叠分配矩阵算法进行了多层相位屏的计算。

对于层间相关性,如图 6 所示,相邻随机屏的相关性在间距 20 cm 以内时具有较好的连续性,因此此处在进行利用已知相位屏计算未知相位屏时,选取的是相邻的单层已知相位屏作为已知估算矩阵。

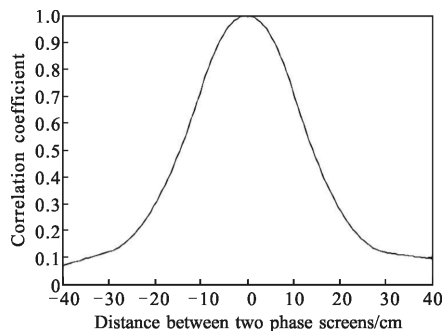


图 6 两个相位屏的相关系数与间距的关系

Fig.6 Relationship of the distance and the correlation coefficient of two phase screens

对于相位屏内的相位波动特性,如图 7 所示,湍流折射率结构函数系数 C_n^2 取 10^{-8} 时,将相位的波动情况换算到折射率结构的波动统计情况后,与已知

的用来进行多层相位屏生成的折射率结构函数理论情况进行对比。

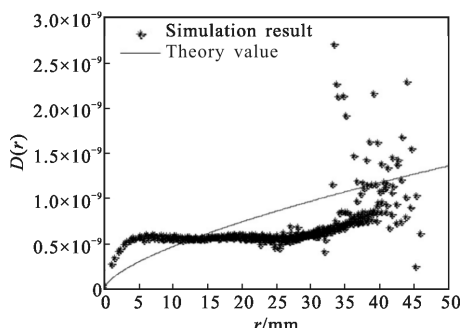


图 7 仿真获得的折射率结构函数曲线与理论曲线对比

Fig.7 Comparison of the refractive structure function derived from simulation as compared to the theoretical one

从图 7 中可以看出单层随机屏内其相位波动连续性较好,但是相对于理论曲线分布,在小于 10 mm 和大于 20 mm 两个区域都存在偏离理论曲线的情况。对于小尺度附近的波动情况大于理论值,原因可能是在矩阵计算时采用的插值方法带来的。由于插值是根据格点进行均匀插值,其所计算的相位并不是通过协方差矩阵运算得到的,因此会出现偏离。

对于大尺度的波动弱于理论曲线结果,原因有两点:第一,由于统计过程中大尺度的统计样本远小于其他较小尺度的样本数量,因此其统计结果会出现波动,无法体现真实的统计期望;第二,由于计算协方差需要大量的已知点,而在大尺度的预测上,由于已知点的尺度有限,导致在计算已知点的大尺度统计规律时,已知样本不足,导致通过已知规律预测的方法出现较大偏差。

4 结 论

在借鉴大气湍流相位屏仿真模型的基础上,考虑水下湍流尺度在小于外尺度的情况,多层相位屏间应存在一定的相关性。将用于二维相位屏扩张的协方差矩阵预测方法拓展到三维空间中,来体现水下湍流多层相位屏之间存在的相关性。

在近距离光探测的实际应用需求背景下,对小尺度湍流进行讨论,提出了重叠分配矩阵的方法进行并行算法优化计算,提高了仿真的速度,分析了并行算法的适用性。所生成的相位屏,其在框架矩阵选

取的已知点的间隔尺度上,仿真得到的折射率结构函数与理论符合较好,但在其他尺度上有一定的偏离。因此,在多层相位屏的层内湍流统计特性的符合度上,还需要对仿真算法进行优化,使其在低频和高频部分能更好地趋近于理论值。并且由于针对小尺度湍流进行讨论,仿真对大尺度下的湍流的适用性还有待进一步研究。

参考文献:

- [1] Andrews L C, Phillips R L. Laser Beam Propagation Through Random Media[M]. Bellingham: SPIE Press, 2005.
- [2] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index [J]. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2000, 27(1): 82-98.
- [3] Xiang Jinsong, Zhang Mingjie. A new method of simulation turbulent effects for space laser communication [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 43(9): 2721-2725. (in Chinese)
- [4] Wang Qitao, Tong Shoufeng, Xu Youhui. On simulation and verification of the atmospheric turbulent phase screen with Zernike polynomials [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 41(7): 1907-1911. (in Chinese)
- [5] Harding C M, Johnston R A, Lane R G. Fast simulation of a Kolmogorov phase screen [J]. *Applied Optics*, 1999, 38(11): 2161-2170.
- [6] Zhai H, Wang B, Zhang J, et al. Fractal phase screen generation algorithm for atmospheric turbulence [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(13): 4023-4032.
- [7] Yuksel D, Yuksel H. Geometrical Monte Carlo simulation of atmospheric turbulence [C]//SPIE Optical Engineering + Applications. International Society for Optics and Photonics, 2013, 8874: 88740U-1-6.
- [8] Yuksel H, Atia W, Davis C C. A geometrical optics approach for modeling atmospheric turbulence[C]//SPIE, 2005, 5891: 589109-1-12.
- [9] Assémat F, Wilson R, Gendron E. Method for simulating infinitely long and non stationary phase screens with optimized memory storage [J]. *Optics Express*, 2006, 14(3): 988-999.
- [10] Wu C, Nelson W, Davis C C. 3D geometric modeling and simulation of laser propagation through turbulence with plenoptic functions [C]//SPIE Optical Engineering + Applications. International Society for Optics and Photonics, 2014, 9224: 92440O.