

白光干涉仪传递函数的成因分析及其非线性研究

刘 乾,袁道成,何华彬,吉 方

(中国工程物理研究院机械制造工艺研究所,四川 绵阳 621000)

摘 要: 为提高光学表面的功率谱密度检测精度,研究了白光干涉仪仪器传递函数(ITF)的产生机理和标定方法。将白光干涉仪作为非相干成像系统,对正弦表面干涉光强进行 Bessel 函数展开,通过干涉光强的频谱强度变化研究白光干涉仪对正弦表面高度的作用机理,利用数值仿真计算了白光干涉仪对正弦表面的衰减程度。采用 30、80、120 nm 高度的台阶标准板对商品白光干涉仪的传递函数进行标定,并提出了一种可靠的 ITF 计算方法。理论分析、数值仿真和实验结果表明:ITF 随表面高度的增加而增大,此时白光干涉仪对表面高度的响应表现出明显的非线性;表面高度小于 $\lambda/10$ 得到的 ITF 曲线与白光干涉仪光学系统调制传递函数非常接近,白光干涉仪对表面高度的响应接近线性。文中对于白光干涉仪频域传递特性研究和光学表面功率谱密度检测具有重要意义。

关键词: 光学表面测量; 功率谱密度; 白光干涉仪; 仪器传递函数

中图分类号: TH74 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0634002

Determination and nonlinearity study of instrument transfer function of white light interferometer

Liu Qian, Yuan Daocheng, He Huabin, Ji Fang

(Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621000, China)

Abstract: Instrument transfer function (ITF) of white light interferometer (WLI) influences the measurement accuracy of power spectral density (PSD) for optical surfaces. To understand the nature of ITF, WLI was treated as an incoherent optical system and a sinusoidal surface was the input signal. Studying the Bessel function expansion of interference intensity spectrum of sinusoidal surface, the theoretical analysis indicated that the low pass of optical system led to the surface height attenuation. The nonlinearity of Bessel function resulted in the nonlinear response of WLI to height, and the response approached linear when the height was much less than wavelength. Numerical simulations and experiments validated the theoretical conclusions. Step-artefacts of 30 nm, 80 nm and 120 nm height were employed to calibrate the ITF of a commercial WLI. The experimental result and the simulation result match each other well. ITF rises when the surface height increases, which manifests obvious nonlinearity. If the surface height is less than $\lambda/10$, ITF nearly equals the modulation transfer function of WLI optical system, in which case WLI is approximately linear to surface height. This paper has promotion for understanding WLI transfer characteristic and enhancing PSD measurement accuracy.

Key words: optical surface measurement; power spectral density; white light interferometer; instrument transfer function

收稿日期:2017-05-05; 修订日期:2017-05-20

基金项目:国家自然科学基金(51605454);科学挑战专题(JCKY2016212A506-0107);中国工程物理研究院预先研究项目

作者简介:刘乾(1983-),男,工程师,博士,主要从事光学检测方面的研究。Email:liuqian@caep.cn

0 引言

光学表面精度一般采用面形和粗糙度两个指标进行表征。在激光核聚变装置的建造过程中,研究人员发现面形和粗糙度都合格的光学元件也无法满足性能要求,于是提出了采用功率谱密度(PSD)曲线对光学表面进行评价^[1]。PSD 本质是光学表面误差在单位频段内的分布情况,同时包含了空间高度和空间密度信息,能够更全面地描述光学表面误差大小,还便于分析和识别加工误差分布,因此逐渐被广泛应用于多种光学系统表面误差表征,如太空望远镜^[2]、导光板基板^[3]、光刻物镜表面^[4]、硅基板及其膜层^[5]等。

由于 PSD 表示了表面误差在频域的分布状况,因此对测量仪器的在空间频域响应的真实度具有较高的要求^[6]。作为光学表面检测的重要仪器,干涉仪对表面高度的频率响应逐渐引起检测人员的关注,并以仪器传递函数(ITF)表征干涉仪对表面高度在频域响应的衰减程度^[7-9]。光学表面 PSD 的中低频部分通常采用激光干涉仪检测,而高频部分采用白光干涉仪检测。研究认为,激光干涉仪光学系统的有限光瞳对高频的截取导致了表面频谱的衰减^[7-8]。但目前尚未有文献对白光干涉仪 ITF 的成因及其特性进行深入研究。激光干涉仪是相干成像系统,白光干涉仪是非相干成像系统,二者在工作原理有所差异。文中从理论分析、数值仿真和实验三方面研究了白光干涉仪 ITF 的产生,解释了白光干涉仪 ITF 的非线性现象,并基于台阶标准板提出了一种高精度计算 ITF 的方法,为认识仪器性能、提高光学表面 PSD 检测精度提供参考。

1 理论分析

白光干涉仪一般采用宽光谱光源照明。以普通的绿色 LED 光源为例,其中心波长为 525 nm,光谱半高全宽(FWHM)为 40 nm,相干长度仅 7 μm。为了获得均匀照明,一般采用面光源的 Kohlor 照明方式,因而成像系统在空间上是不相干的。因此,白光干涉仪可以视为一个非相干成像系统,对于干涉光强的响应是线性的。

不失一般性,对一维情况进行分析。白光干涉仪采集到的光强为:

$$G(x; \delta) = A(x) + B(x; \delta) \cos[\varphi(x) + \delta] \quad (1)$$

式中: A 、 B 分别是背景、调制度; φ 、 δ 分别是表面高度和光程差对应的位相。对于高度为 $h(x)$ 的表面,考虑反射测量的双倍光程,有

$$\varphi(x) = 2kh(x) \quad (2)$$

式中: k 为照明光中心波长对应的波数。由于 $h(x)$ 可以分解成一系列正弦函数的叠加,因此可以研究白光干涉仪对正弦表面高度的响应。假设 $h(x) = h_0 \sin(2\pi f_0 x)$, h_0 、 f_0 分别是正弦表面的幅度和空间频率。对于正弦表面,利用 Bessel 展开式将干涉光强写为:

$$G(x; \delta) = A(x) + B(x; \delta) [J_0(2kh_0) \cos \delta - 2 \sin \delta \sum_{q=1,3,\dots} J_q(2kh_0) \sin(2\pi q f_0 x) + 2 \cos \delta \sum_{q=2,4,\dots} J_q(2kh_0) \cos(2\pi q f_0 x)] \quad (3)$$

式中: J_q 为第 q 阶的 Bessel 函数。正弦表面干涉光强的空间频域分布为:

$$g(u; \delta) = a(u) + J_0(2kh_0) \cos \delta b(u; \delta) - 2 \sin \delta \sum_{q=1,3,\dots} J_q(2kh_0) [b(u - qf_0; \delta) - j b(u + qf_0; \delta)] + 2 \cos \delta \sum_{q=2,4,\dots} J_q(2kh_0) [b(u - qf_0; \delta) + j b(u + qf_0; \delta)] \quad (4)$$

式中: u 为频域变量; $a(u)$ 、 $b(u; \delta)$ 分别是 $A(x)$ 、 $B(x; \delta)$ 的傅里叶变换。从公式(4)可以看出,正弦表面的干涉光强在频域是一系列分布在频率 qf_0 ($q=1, 2, \dots$) 处的分立尖峰,如图 1(a)所示。在 δ 固定的情况下,尖峰的幅值正比于 $J_q(2kh_0)$,也就是与 h_0 相关。为便于表述,以下忽略 δ 影响,这对分析问题并无影响。

由于白光干涉仪是光强响应系统,干涉光场经白光干涉仪成像时光强被线性调制。假设成像系统的传递函数是 OTF(u),则经白光干涉仪成像后正弦表面干涉光强在频域为:

$$g'(u; \Delta) = g(u; \Delta) \text{OTF}(u) \quad (5)$$

光学成像系统是一个低通滤波器,干涉光强经过成像系统后在频域被衰减。对于正弦表面的干涉光强,各个分立尖峰的幅值减小,如图 1(b)所示,衰减的幅度与 OTF 的模值 MTF 有关。前文已经分析,尖峰幅值与正弦表面幅值 h_0 有关。因此,当尖峰幅值变化时,对应的正弦表面高度也会发生变化。在频域中尖峰的位置并不会发生变化,这表明经过非相干成像系统后正弦表面的周期不会发生变化。

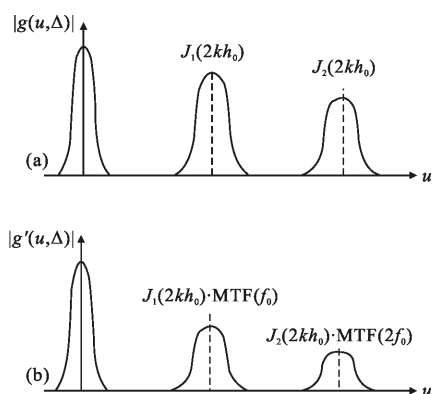


图 1 正弦表面干涉光强通过成像系统前(a)、后(b)的分布示意图

Fig.1 Interference intensity of sinusoidal surface before (a) and after (b) passing the optical system

对于 $q>0$ 的 Bessel 函数, 在一个较小的自变量 $[0, X]$ 范围内, $J_q(X)$ 是单调升函数。假设 $2kh_0 < X$, 即处于 Bessel 函数的单调区间。若令

$$J_q(2kh_0') = J_q(2kh_0) \cdot \text{MTF}(qf_0) \quad (6)$$

即 qf_0 处的尖峰经过低通衰减后的幅值对应一个正弦表面高度 h_0' , 如图 2 所示。由于 $0 < \text{MTF}(u) < 1$,

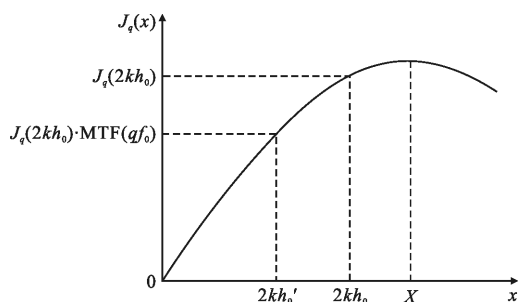


图 2 频谱尖峰幅值衰减后的对应关系示意图

Fig.2 Corresponding curve of attenuated spike spectrum

因此 $J_q(2kh_0') < J_q(2kh_0)$, 加上 $J_q(x)$ 为单调升函数, 可以得出 $h_0' < h_0$ 的推论。如果对于任意阶 Bessel 函数都有 $h_0' < h_0$, 经过公式(4)求和后总体仍然存在 $h_0' < h_0$ 。这就表明正弦表面的干涉光强经过白光干涉仪的光学系统后对应的正弦表面幅值会有所衰减, 衰减后的幅值与真实值之比即为在正弦表面空间频率 f_0 处的仪器传递函数, 即

$$\text{ITF}(f_0) = \frac{h_0'}{h_0} \quad (7)$$

对于 Bessel 函数, $q=1$ 时 $X=1.84$, $q=2$ 时 $X=3.05$, $q=3$ 时 $X=4.2$ 。一阶 Bessel 函数对应的单调区间最小, 满足上述结论的 $2kh_0$ 应小于 1.84, 则 h_0 应

小于 $\lambda/7$ 。由于光学表面的微观形貌起伏较低, 远小于 $\lambda/7$, 因此上文关于自变量处于 Bessel 函数单调区间的假定是合理的。而实际上正弦表面的干涉光强展开式中含有 $q>0$ 所有阶的 Bessel 函数, 高阶的单调区间更大, 因此对应的正弦表面幅值并不局限于 $\lambda/7$ 的范围。后文的数值仿真结果也证实了该推论。

Bessel 函数可以展开成多项式的形式, 在单调区间 $(0, X]$ 内 Bessel 函数并非是非线性的。结合图 2 中的示意图, 若正弦表面的幅值 h_0 不同时, 即便对应相同的 MTF, 反算得到的 h_0' 衰减程度也不相同。更进一步, 当正弦表面幅值不同时, 从公式(7)计算的 ITF 也不相同。这表明白光干涉仪的仪器传递函数具有非线性。该非线性来源于干涉光强与表面高度(或位相)之间的非线性, 更深层的原因在于 Bessel 函数的非线性。在表面高度很小的情况下, 即 $2kh_0$ 在零值附近时, $J_q(2kh_0)$ 与 h_0 近似成线性关系, 记为 $J_q(2kh_0) = ph_0$, p 为系数。从公式(6)很容易得到 $h_0' = \text{MTF}(f_0)h_0$, 此时有 $\text{ITF}(f_0) = \text{MTF}(f_0)$ 。这表明, 在表面高度很小的情况下, 白光干涉仪对高度的响应是近似线性的, 仪器传递函数 ITF 与光学系统的调制传递函数 MTF 是近似相等的。

2 数值仿真

在理论推导中, 由于 Bessel 函数的存在使得白光干涉仪的 ITF 与光学系统的 MTF 无法进行解析表示, 因此通过数值仿真对 ITF 与 MTF 之间的关系进行研究。仿真中, 白光干涉仪照明光源的波长为高斯分布, 中心波长 λ 为 530 nm, 波段 FWHM 为 30 nm, 按照干涉信号包络与光谱的对应关系^[10]生成对比度变化的干涉图。为模拟相干扫描的过程, 相邻干涉图之间的光程差相差 $\lambda/4$, 扫描距离为测量表面最大高度的 2 倍。被测表面为正弦表面, 正弦幅值为 h_0 。仿真计算某频率处的 ITF 的流程如图 3 所示。首先根据正弦表面生成干涉光强信号, 然后对干涉光强在空域进行傅里叶变换得到其频谱。将干涉光强频谱与光学系统的 MTF 相乘, 进行频域滤波, 再进行反傅里叶变换得到滤波后的干涉光强。最后采用频域分析法(FDA)^[10]从滤波后的干涉光强提取位相并重构表面。对表面进行正弦函数拟合以计算其幅值 h_0' , 然后根据公式(7)即可计算此频率的 ITF 值。

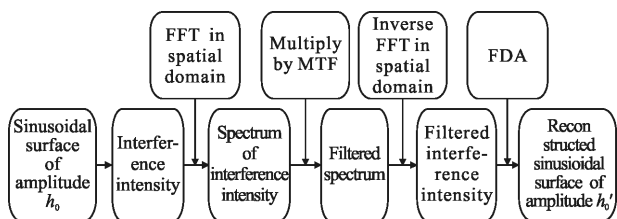


图 3 模拟白光干涉仪测量正弦表面的流程

Fig.3 Flowchart of sinusoidal surface measurement with WLI in simulation

仿真中，白光干涉仪的光学系统数值孔径为 0.1, MTF 选择衍射受限的非相干传递函数，选取正弦幅值 h_0 分别为 30、60、120 nm。仿真得到三种 h_0 对应的 ITF 曲线如图 4 所示。从曲线中可以看出，当正弦表面幅值不同时，最终得到 ITF 曲线也不相同， h_0 越大对应的 ITF 曲线幅值也越高，尤其是 $h_0=120$ nm 正弦表面对应 ITF 数值明显高于其他两条 ITF 曲线。虽然经过了同一个光学系统，但 ITF 却不相同，这种现象证明了理论分析中关于 ITF 非线性的正确性。从 ITF 曲线中可以看出， $h_0=30$ nm 对应的 ITF 曲线非常接近光学系统的 MTF 曲线。这是因为表面高度很小时光学成像系统对高度的响应是近似线性的，这也与理论分析相吻合。

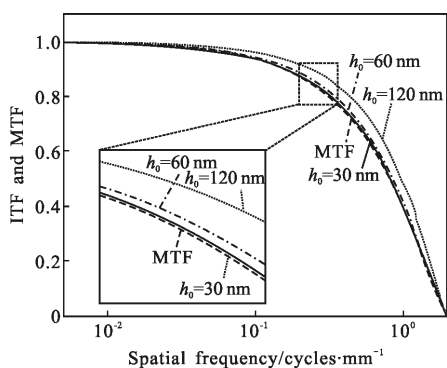


图 4 仿真得到的 ITF 曲线

Fig.4 Calculated ITF in simulation

3 实验

在商品白光干涉仪上进行了 ITF 标定实验，以验证理论和仿真。实验中，白光干涉仪使用 5 倍 Michelson 型干涉物镜，数值孔径为 0.13，相机分辨率为 512×512 像素，测量区域约 3.35 mm×3.35 mm。由于正弦表面只含有单一的空间频率，则校准白光

干涉仪 ITF 需要一系列的不同空间周期的正弦表面标准板。另外，纳米级高度的正弦表面加工困难，因此采用正弦表面标定 ITF 不太实际。在实验中，采用了台阶标准板标定白光干涉仪 ITF。台阶标准板的表面是一个阶跃函数，包含有丰富的频段成分^[11]，可以在相当宽的片段内对 ITF 进行标定。所使用的台阶标准板采用光刻方法制作(见图 5(a)、(b))，表面粗糙度 Ra 优于 1 nm，在测量范围内的平面度优于 5 nm、上下两表面平行度优于 7 nm。标准板台阶过渡区域的陡峭程度对测量结果的可靠性也有影响，过渡区域越小则台阶越接近理想的阶跃函数。采用原子力显微镜测量台阶，其过渡区约 0.4 μm(如图 5(c)所示)。白光干涉仪成像系统的像素当量为 6.5 μm，台阶的过渡区域远小于此数值，因此对于实验使用的 5 倍干涉物镜，该标准板可认为是理想台阶。实验中采用了三种高度的台阶，分别是 30、80、120 nm。

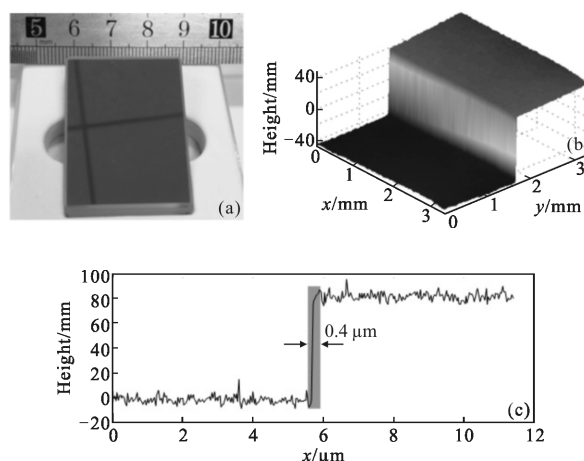


图 5 台阶标准板的实物图之一(a)局部表面(b)和台阶过渡区域(c)

Fig.5 One of object photo of step artefacts (a) and its measured surface (b) and transition area of step (c)

先使用白光干涉仪对台阶进行三维表面测量，然后从测量结果中计算 ITF。实际中测量台阶区域有限、测量数据离散，而且台阶上下面的面积并不一定相等，而阶跃函数是一个无限长的连续函数，如果从实测表面频谱与阶跃函数频谱直接求 ITF，会带来严重的误差。文中提出了基于台阶实测数据的 ITF 计算方法，其流程如图 6 所示。首先对测量结果进行校平，加 Hanning 窗后，进行二维傅里叶变换，然后提取频谱中的中心线，作为所测台阶沿垂直于台阶方向的频谱。由于台阶的实际高度与标称高度

有偏差, 如果按照标称高度计算理想台阶的频谱会导致 ITF 标定的误差。白光干涉仪对台阶的影响在于使得阶跃区域变得平滑, 该影响区域大致是成像系统 PSF 主瓣第一零点的距离^[12], 因此可以从远离阶跃区域的部分计算出台阶的实际高度, 生成与被测台阶高度相同的理想台阶。对此理想台阶进行频谱提取, 取所测台阶频谱与理想台阶频谱之比, 即可得到 ITF 曲线。

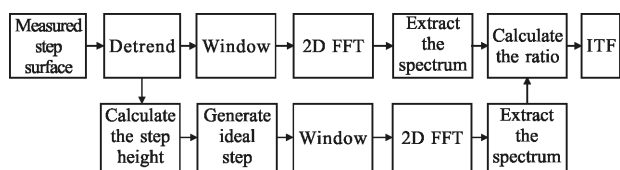


图 6 从测量的台阶表面计算 ITF 的流程

Fig.6 Scheme of calculating ITF from measured step surface

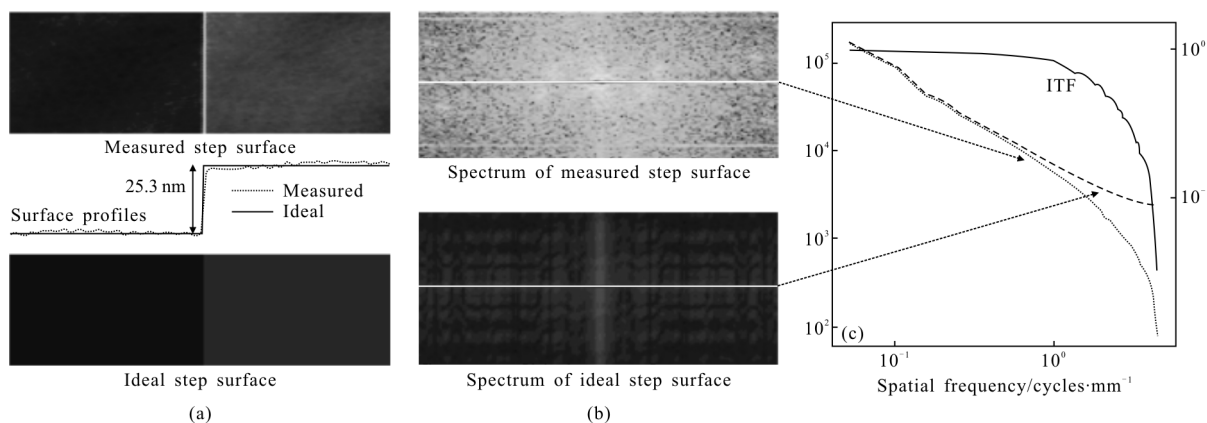


图 7 标称 30 nm 台阶的 ITF 计算实例

Fig.7 An example of ITF calibration with a 30 nm-height step

采用上述方法得到了三种台阶高度标准板标定的 ITF, 如图 8 所示。标定时台阶方向分别垂直于 x 和 y 方向, 即可得到白光干涉仪在 x 、 y 方向的 ITF。从图中可以看出, 随着台阶高度的增加, ITF 的相对数值也随着增加, 这与数值模拟中的结果非常吻合, 再次验证了白光干涉仪 ITF 非线性的特点。为了得到白光干涉仪光学系统的 MTF, 将 Michelson 干涉物镜的参考光路遮挡, 对一个刀口成像, 然后通过刀口图像计算 MTF。在 x 和 y 方向上得到的 MTF 曲线如图 8 所示, 可以看出, 得到的 MTF 曲线与 30 nm 高度的台阶标准板对应的 ITF 非常接近, 这与理论分析和数值模拟结论均一致。实验结果还表明, 在理论分析中将白光干涉仪光学系统视为非相干成像系统是正确的。

图 7 给出了上述方法计算 ITF 的一个实例。图 7(a) 是标称高度为 30 nm 的台阶标准板(实测高度 25.3 nm)测量结果和以实测高度值生成的理想台阶。从台阶的轮廓线可以看出经过白光干涉仪后台阶的尖角变得圆滑。分别对加窗后的台阶表面进行二维傅里叶变换, 得到频谱分布如图 7(b)所示。由于图 7(a)表面高度变化主要发生在 x 方向上, 因此频谱能量基本集中在 f_x 轴上, 沿 f_x 轴将频谱提取出来, 取二者的频谱之比即可得到白光干涉仪的 ITF。这种方法根据实际表面模拟生成一个理想台阶, 可以避免因台阶高度误差、台阶位置变化等而导致的 ITF 计算误差。而且在计算过程中利用了表面频谱的全部信息, 相比于轮廓方法具有更好的信噪比, 得到的 ITF 曲线更加平滑。

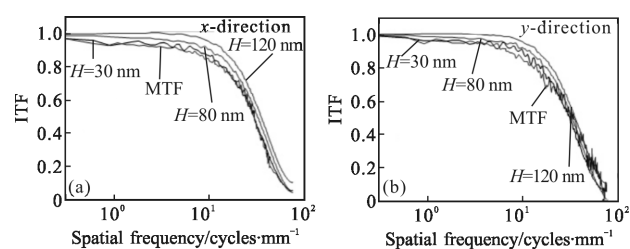


图 8 使用台阶标准板标定的白光干涉仪 ITF 曲线

Fig.8 Calibrated ITFs curves of WLI with step artifacts

4 结论

通过研究白光干涉仪对正弦表面干涉光强滤波前后的频谱, 揭示了白光干涉仪对表面高度的响应机理, 认为白光干涉仪是表面高度的非线性系统。当表面高度远小于工作波长时, 白光干涉仪对表面高

度的响应近似成线性关系。通过数值仿真和实验验证了理论分析的正确性,数值仿真和实验结果表明:表面高度越大得到的ITF值越大,高度衰减越小;表面高度越小,得到ITF曲线与光学系统的MTF越接近,处于白光干涉仪对表面高度的线性响应区域。由于光学表面微观起伏较小,因此使用白光干涉仪检测光学表面功率谱密度时,应当使用高度小于1/10波长的台阶标准板标定白光干涉仪的ITF。此外,文中提出基于台阶实测数据的ITF计算方法能够较准确地标定白光干涉仪的ITF曲线,有利于提高光学表面功率谱密度检测的准确性。

参考文献:

- [1] Aikens D M. Use of power spectral density (PSD) functions in specifying optics for the National Ignition Facility [C]// SPIE, 1995, 2576: 281-290.
- [2] Hull T, Riso M J, Barentine J M, et al. Mid-spatial frequency matters: examples of the control of the power spectral density and what that means to the performance of imaging systems [C]//SPIE, 2012, 8353: 835329.
- [3] Wang Wei, Xu Min, Li Hongmin, et al. Polishing of large-aperture mirror and analysis of power spectral density [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(4): 982-987. (in Chinese)
王伟, 徐敏, 李洪敏, 等. 大口径导光板抛光及其功率谱密度分析[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(4): 982-987.
- [4] Ma Zhanlong, Wang Junlin. Ultra-precision optical fabrication technology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(6): 1485-1490. (in Chinese)
马占龙, 王君林. 超高精度光学元件加工技术 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(6): 1485-1490.
- [5] Zhang Lei, Cheng Xinbin, Zhang Jinlong, et al. Characterization of power spectral density of optical surface [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(12): 3707-3712. (in Chinese)
张磊, 程鑫彬, 张锦龙, 等. 光学表面功率谱密度的表征 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(12): 3707-3712.
- [6] Yang Xianghui, Shen Weixin, Zhang Xuejie, et al. Comparison among different interferometers for measuring power spectral density of optical elements [J]. *Chinese J Lasers*, 2016, 43(9): 0904002. (in Chinese)
杨相会, 沈卫星, 张雪洁, 等. 不同干涉仪检测光学元件功率谱密度的比较[J]. 中国激光, 2016, 43(9): 0904002.
- [7] Xu Jiancheng, Wang Feizhou, Deng Yan, et al. Numerical analysis of system transfer function in interferometric imaging system[J]. *High Power Lasers and Particle Beams*, 2012, 24(8): 1811-1815.
- [8] Sun Ge, Ma Dongmei, Zhang Haitao. Interferometer instrument transfer function testing method [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(1): 137-143. (in Chinese)
孙鹤, 马冬梅, 张海涛. 干涉仪仪器传递函数的检测方法 [J]. 中国光学, 2014, 7(1): 137-143.
- [9] Henning A J, Huntley J M, Giusca C L. Obtaining the Transfer Function of optical instruments using large calibrated reference objects [J]. *Optics Express*, 2015, 23(13): 16617-16627.
- [10] De Groot P. Principles of interference microscopy for the measurement of surface topography [J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2015, 7:1-65.
- [11] Leach R K. Is one step height enough[C]// Proc of the 30th ASPE Annual Meeting, 2015.
- [12] Liu Jian, Gu Kang, Li Mengzhou, et al. 3D measurement decoupling criterion in optical microscopy [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(3): 0302001. (in Chinese)
刘俭, 谷康, 李梦周, 等. 光学显微三维测量解耦准则 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46(3): 0302001.