

## 自噪声抑制 Gardner 算法及位同步环路设计

王磊<sup>1</sup>, 隋强<sup>1</sup>, 杜昌濤<sup>2</sup>, 刘昊<sup>2</sup>

(1. 中国传媒大学 信息工程学院, 北京 100024

2. 北京理工大学 信息与电子学院通信技术研究所, 北京 100081)

**摘要:** 位同步技术是空间激光通信和测控一体化的关键技术之一, 位同步的精确与否直接影响整个系统的性能。针对空间激光通信位同步技术中基于 Gardner 定时误差估计算法易受系统自噪声干扰, 提出了一种自噪声抑制 Gardner 算法, 同时基于此算法提出一种位同步环路。通过对算法理论分析与环路建模仿真结果表明, 在  $E_b/N_0$  大于 9 dB 情况下, 提出自噪声抑制 Gardner 算法与位同步环路能够有效地降低同步过程中由于系统自噪声引起的定时抖动, 并且拥有更快的位同步建立的时间。

**关键词:** 位同步; 自噪声抑制; Gardner 算法; 定时恢复; 激光通信

中图分类号: TN763.3 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.0622002

## Self-noise abatement Gardner algorithm and bit synchronous loop design

Wang Lei<sup>1</sup>, Sui Qiang<sup>1</sup>, Du Changhao<sup>2</sup>, Liu Hao<sup>2</sup>

(1. Institute of Information Engineering, Communication University of China, Beijing 100024, China;

2. Telecommunications Research Institute of Information and Electron, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Bit synchronization is one of the key technologies of space laser communication and measurement and control unified system. Its accuracy directly affects the performance of the whole system. Bit synchronous technique based on Gardner algorithm is easy to be interfered by self-noise of system. A self-noise abatement Gardner algorithm was proposed and a synchronous loop was presented based on this algorithm. Theoretical analysis and simulation results show that the self-noise abatement Gardner algorithm and the synchronous loop can effectively reduce the timing jitter caused by systems self-noise and have a faster bit synchronization establishing time when  $E_b/N_0$  is greater than or equal to 9 dB.

**Key words:** bit synchronization; self-noise abatement; Gardner algorithm; timing recovery; laser communications

收稿日期: 2016-10-12; 修订日期: 2016-11-17

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金(61301089); XX 探索一代武器装备预研项目

作者简介: 王磊(1990-), 男, 硕士生, 主要从事激光通信测控方面的研究。Email: lei\_1021@yeah.net

导师简介: 隋强(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事电磁场与微波技术方面的研究。Email: suiqliang@cuc.edu.cn

## 0 引言

空间激光通信和测控一体化是卫星测控技术的发展方向之一,该技术在国内外尚处于起步阶段,有着广阔的发展前景。由于空间激光通信系统的收发两端采用相互独立的时钟源,导致最终到达本地的信号与本地 ADC 采样时钟相位不同步,这就需要基于定时误差估计算法设计定时恢复环路实现位同步。经典的定时误差估计算法主要有:早-迟门 (Early-Late Gate, E-LG)算法、Mueller&Muller(M&M)算法<sup>[1]</sup>以及 Gardner 算法<sup>[2-3]</sup>。在数字接收机实现位同步的过程中,E-LG 定时误差检测算法需要三路采样信号,定时误差信息是由 Early、Late 两路信号的积分幅度差所控制,需要先进行积分运算然后再判决,该算法位同步建立时间相对较慢;Mueller&Muller 提出的 M&M 算法中每个码元仅需要一个采样点就可以提取定时信息,其正确的判决需要在定时同步前完成载波同步,因此会增加硬件复杂度;Gardner F. M. 针对整倍数采样率的情况下提出了 Gardner 算法,该算法中只需要采样率为码元速率的两倍,即一个码元内有两个采样点就可以进行判决,且具有判决性能不受载波相位同步影响的优点,易于高速实现。

综上所述,基于 Gardner 定时误差估计算法的位同步环路容易实现,并且同步性能不受载波相位干扰等优点,使其在位同步技术中得到广泛地应用。但是高速率空间激光通信系统基于 Gardner 算法的定时恢复环路实现位同步的过程中,码元高频率跳变,环路易产生系统自噪声<sup>[4-5]</sup>,即定时抖动现象,进而影响误码率、锁定范围等接收机的解调性能<sup>[6-9]</sup>。鉴于此,文中提出了一种自噪声抑制 Gardner 算法,并基于此算法提出一种定时恢复环路,可以有效地抑制原始 Gardner 定时恢复环路所存在的定时抖动,而且加快了位同步建立的时间。

## 1 自噪声抑制 Gardner 算法

基于 Gardner 算法的定时恢复环路实现位同步时,随着码元序列幅值的跳变,环路定时抖动很严重,并且当定时抖动较大时环路很容易失锁,严重影响同步环路的捕获和跟踪性能<sup>[8-9]</sup>。因此,文中对原始 Gardner 算法进行相关修正,提出一种自噪声抑制

Gardner 算法,用来抑制定时抖动。

经过下变频所得的 BPSK/QPSK 信号首先通过匹配滤波器,然后以时钟周期为  $T_s$  的本地采样频率进行采样,经过采样以后进入定时恢复环路。设匹配滤波器输出的信号为:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\theta} h(t-nT-\tau) + n(t) \quad (1)$$

式中:  $c_n$  为传输符号的序列;  $h(t)$  为匹配滤波器的脉冲响应;  $n(t)$  为窄带高斯过程;  $\theta$  代表未知的载波信号相位偏差,且  $\theta \in [-\pi, \pi]$ ;  $T$  代表码元周期;  $\tau$  代表归一化时延(包括信道时延以及本地采样频率与码元周期之差产生的时延)。

对匹配滤波器输出信号  $x(t)$  以  $T_s$  为周期进行采样得:

$$x(kT_s) = x(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\theta} h(k-nT-\tau) + n(k) \quad (2)$$

插值滤波器一般采用  $N$  阶拉格朗日多项式<sup>[10]</sup>,其输出为:

$$y(k) = \sum_{i=N_1}^{N_2} c_i x(N_2 - N_1 - i) \quad (3)$$

其中,  $c_i = \prod_{j=N_1, j \neq i}^{N_2} \frac{t-t_j}{t_i-t_j}$ ;  $N_1 = -\frac{N}{2}$ ,  $N_2 = \frac{N}{2} - 1$ 。

经过插值滤波器后第  $k$  个码元的插值时刻  $t_k$  可表示为:

$$t_k = kT - \tau_k \quad (4)$$

$$t_{k-1/2} = (t_{k-1} + t_k) / 2 = kT - T/2 - (\tau_{k-1} + \tau_k) / 2 \quad (5)$$

$$t_{k-1} = t_k - T - \omega T \varepsilon(k) \quad (6)$$

式中:  $\tau_k$  表示第  $k$  个码元的时延估计;  $\omega$  为定时误差调整步进。

Gardner 算法主要利用信号波形的特性来提取定时误差,通过内插滤波器将最佳采样时刻的信号值恢复出来。Gardner 算法只需要采样率为码元速率的两倍,即一个符号内有两个采样点就可以提取定时信息<sup>[1-2]</sup>,并且在位同步锁定后,这两个采样点中的一个即为最佳采样点  $y(k)$ ,另一个为两个最佳样点之间的中间样点  $y(k-1/2)$ ,其原理如图 1 所示。

当输入信号  $y(k)$  时, Gardner 算法输出为:

$$\varepsilon(k) = \text{Re}\{y^*(k-1/2)[y(k)-y(k-1)]\} \quad (7)$$

式中:  $\varepsilon(k)$  为定时误差值;  $y(k)$  和  $y(k-1)$  为最佳样点;  $y(k-1/2)$  为最佳样点的中间样点。  $y(k-1/2)$  表征定时误差的大小,其值与定时误差成一定比例;  $[y(k)-y(k-1)]$

表征定时误差调整的方向。

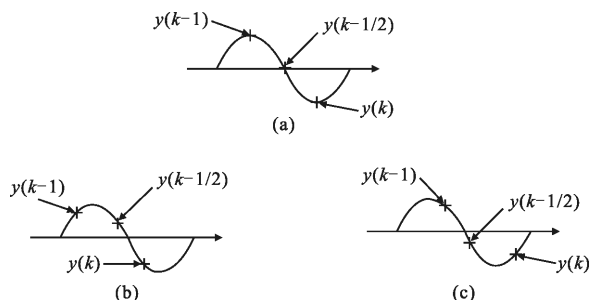


图 1 Gardner 算法原理

Fig.1 Gardner algorithm theory

在 BPSK/QPSK 信号两相邻码元发生极性跳变的情况下,通过比较中间采样点  $y(k-1/2)$  是否存在时延,来确定定时误差  $\varepsilon(k)$  的值,若中间采样点  $y(k-1/2)$  无时延,定时误差  $y(k-1/2)$  的值应为零。由公式(2)、(3)、(5)得中间采样点为:

$$y(k-1/2) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_k h[nT(kT-T/2)-\tau] = c_k h(-T/2-\tau) + c_{k-1} h(T/2-\tau) + \sum_{n=-\infty, n \neq k, k-1}^{\infty} c_k h[nT-(kT-T/2)-\tau] \approx c_k h(-T/2-\tau) + c_{k-1} h(T/2-\tau) \quad (8)$$

由于  $h(t)$  是匹配滤波器的脉冲响应,只有中间采样点相邻的两个码元脉冲对其影响最大,出于硬件复杂性的考虑,可将其余项忽略,在最小均方误差 (Minimum Mean Squared Error, MMSE) 的条件下得中间样点统计表达式:

$$y(k-1/2) \approx c_k h(-T/2-\tau) + c_{k-1} h(T/2-\tau) \approx h(-T/2)(c_k + c_{k-1}) \quad (9)$$

在实际应用中,  $c_k$  和  $c_{k-1}$  是未知的,可以用采样点  $y(k), y(k-1)$  作为  $c_k$  和  $c_{k-1}$  估计。由上面的分析可知,理想条件下定时误差值  $\varepsilon(k)$  为零时,中间采样点  $y(k-1/2)$  的值应该始终为零。消除相邻码元对中间样点的干扰,修正 Gardner 误差估计算法如下:

$$\varepsilon(k) = \{y(k-1/2) - \hat{h}[y(k) + y(k-1)]\} \cdot [y(k) - y(k-1)] \quad (10)$$

式中:  $\hat{h} = \frac{h(-T/2)}{h(0)} = \frac{h(T/2)}{h(0)}$ ;  $h(t)$  是匹配滤波器的脉冲响应。

若两相邻码元同极性,即相邻两码元幅值无变化时,理想条件下定时误差  $\varepsilon(k)$  为零,但由于系统自噪声的干扰,使得此时定时恢复环路在定时误差  $\varepsilon(k)$  为零的情况下,仍然会有信号输出<sup>[11]</sup>。此外,为了降

低算法运算量,节约系统硬件资源,文中在公式(10)的修正算法中使用  $\text{sign}(\cdot)$  来降低乘法运算次数,即将式中右项  $[y(k) - y(k-1)]$  加以  $\text{sign}(\cdot)$  进行修正为  $\{\text{sign}[y(k)] - \text{sign}[y(k-1)]\}$ 。当相邻码元极性相同时,  $\{\text{sign}[y(k)] - \text{sign}[y(k-1)]\}$  为零,当相邻码元极性有跳变时,即极性不相同,  $\{\text{sign}[y(k)] - \text{sign}[y(k-1)]\}$  不为零。

这样就得到一种改进的 Gardner 误差估计算法,命名为自噪声抑制 Gardner 算法:

$$\varepsilon(k) = \{y(k-1/2) - \hat{h}[y(k) + y(k-1)]\} \cdot \{\text{sign}[y(k)] - \text{sign}[y(k-1)]\} \quad (11)$$

在文中所采用的定时恢复环路性能仿真中,匹配滤波器采用升余弦滤波器,  $\hat{h} = \frac{2\cos(\alpha\pi/2)}{\pi(1-\alpha^2)}$  为升余弦滤波滚降系数。

## 2 位同步环路

Gardner 定时恢复环路主要由: 插值滤波器模块 (Interpolation Filter), 误差检测模块 (Timing Error Detector, TED), 环路滤波模块 (Loop Filter) 以及数控振荡器 (Numerically Controlled Oscillator, NCO) 构成, 如图 2 所示。

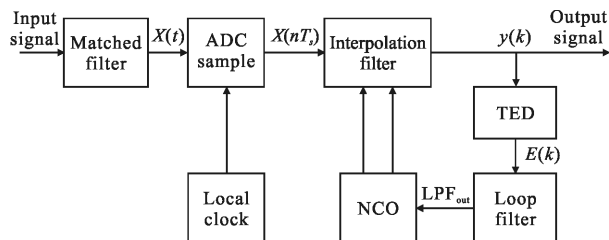


图 2 Gardner 定时恢复环路原理框图

Fig.2 Gardner timing recovery loop model

环路输入的模拟基带信号经过 ADC 采样后得到数字基带信号,然后经过一个插值滤波器,该滤波器根据输入信号和定时偏差,计算出最佳采样时刻的值,插值后的信号通过 TED 模块得到准确有效的定时误差信号,然后通过环路滤波器来控制 NCO 输出定时调整信号反馈到插值滤波器以调整插值的时刻,从而完成位同步。由于插值滤波器的输出中已经包含了最佳采样时刻的值,因此可以直接输出。

在定时恢复技术中,定时抖动与是同步建立时间两个相互矛盾的性能指标<sup>[10]</sup>,由于自噪声抑制 Gardner

算法降低定时抖动的同时会影响同步建立时间,因此文中对两个性能指标进行综合考虑,基于自噪声抑制 Gardner 算法提出一种定时恢复环路,该环路在原始 Gardner 定时恢复环路中增加了增益控制滤波器 (Gain Controller)、环路系数调整模块 (Loop Coefficient) 和数控开关 (Digital Switch) 三个参数修正模块,从而实现降低环路定时抖动的同时加快定时同步建立时间的目的,结构如图 3 所示。

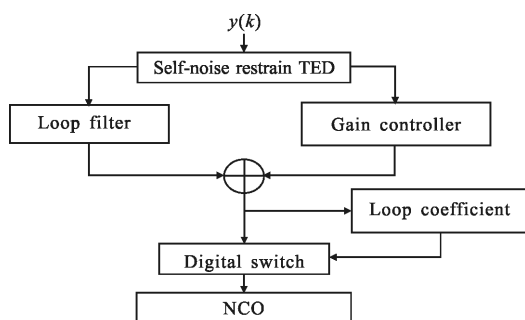


图 3 定时恢复环路修正模块

Fig.3 Modified model of timing recovery loop

### 2.1 同步建立时间的优化

文中在环路滤波器处增加如图 3 所示的增益控制滤波器,用来优化同步建立时间,其工作原理如图 4 所示。

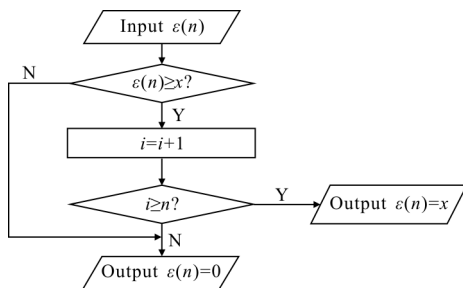


图 4 增益控制器工作原理

Fig.4 Gain controller working principle

在图 3 中 TED 模块输出的误差信息输入环路滤波器的同时也输入该滤波器中,该滤波器中设定误差增益门限  $x$ ,通过对同号误差信息增益是否超出门限进行检测,若连续输入超过达到一定个数  $n$ ,则输出误差值  $x$  来调整后续模块,这样就可以大大提升定时恢复过程捕获采集的速度。其中,设定误差增益门限  $x$  是为了降低噪声增益对误差信息的干扰,其中  $n$  的取值决定误差增益控制的调整方向,若  $n$  太大,该滤波器受到噪声影响导致输出受限而无法发挥作用,若  $n$  太小,则会导致输出误差波动范围

增大而增加捕获时间,影响捕获精度。经过参数仿真实验可得,若要增益控制滤波器有良好的性能, $n$  需设定在 3~5 之间。

### 2.2 环路定时抖动的抑制

在环路进入跟踪状态后,理想条件下最终 TED 模块的输出应该为 0,但是由于环路中有噪声的干扰,TED 模块输出信号仍有一定范围的定时抖动,为了进一步抑制定时抖动,文中在环路滤波器与 NCO 之间增加环路系数调整模块与数控开关,如图 3 所示,当环路在捕获阶段时数控开关屏蔽环路系数调整模块,当环路进入跟踪阶段时引入环路系数,进而衰减了定时抖动。经过仿真实验,对定时抖动与跟踪精度两个因素进行了综合分析,最终确定环路系数取值范围应在 0.1 与 0.3 之间。

### 3 环路性能仿真与分析

针对文中定时恢复环路设计,基于蒙特卡洛法采用 Matlab 软件对其进行了 BPSK 信号在 AWGN 信道传输的系统仿真分析,仿真系统采样时钟频率为 40 kHz,码元速率为 10 kHz。在信噪比为 14 dB 的情况下,对自噪声抑制 Gardner 算法以及定时恢复环路的性能进行仿真,并对自噪声引起的定时抖动、环路定时误差以及定时恢复环路系统性能进行了验证分析。

文中采用由拉格朗日公式产生立方插值多项式系数并利用 Farrow 结构实现方式生成的插值滤波<sup>[8]</sup>;环路滤波器采用广泛应用的二阶数字环路滤波器<sup>[9]</sup>,环路滤波器参数中的阻尼因子采用经验值 0.707,其单边噪声带宽 BL 取值 0.08;增益控制门限取值 0.2; $n$  取 3;环路系数数值设定为 0.1;匹配滤波器采用升余弦滤波器,滚降系数  $\alpha$  设为 0.5。

图 5 为 Gardner 算法与自噪声抑制 Gardner 算

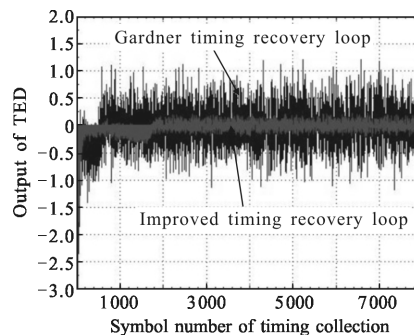


图 5 TED 模块输出

Fig.5 Output of TED module

法的 TED 输出的仿真曲线。

从仿真结果可以看出,自噪声抑制 Gardner 算法能够抑制定时抖动,稳定之后的定时抖动范围由 2 降低到 0.2 左右,定时误差精度(std)由 0.312 5 提升到 0.150 3。

TED 输出误差信息经过整个环路最终由 NCO 模块输出,考虑整个环路的自噪声影响,图 6 比较了原始 Gardner 定时恢复环路、基于自噪声抑制算法的定时恢复环路以及改进后的定时恢复环路 NCO 模块输出定时误差调整信号的仿真曲线。

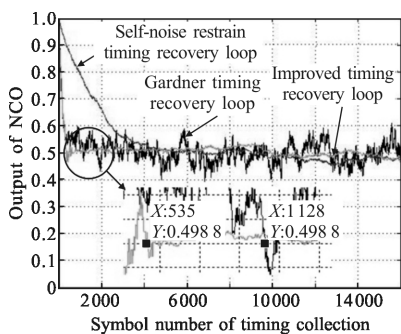


图 6 NCO 模块输出信号对比分析

Fig.6 Comparative analysis of NCO output

对比以上曲线,说明自噪声抑制 Gardner 算法可以优化定时抖动,但是会延长捕获时间,改进以后的定时恢复环路有效地解决了这个问题,在传输约 500 个符号就能够进入跟踪状态。原始 Gardner 定时恢复环路 NCO 模块输出信号的抖动范围在 0.2 左右,而改进以后的定时抖动范围明显减小,抖动范围不到 0.1,定时误差精度(std)由 0.0495 提升到 0.0382。

为了进一步分析系统性能优化程度,在系统主要参数不变的情况下,对原始 Gardner 定时恢复环路及改进后的定时恢复环路在不同信噪比信道环境下的进行仿真分析。输入信噪比( $E_b/N_0$ )对定时抖动以及系统误码率(BER)的影响曲线如图 7、8 所示。

通过图 7 分析,在信道信噪比较低时,改进前后环路的定时抖动相差较小,当信噪比逐渐增大到 8 dB 时,改进后的环路定时抖动大幅度减小。对比图 8 中改进前后的定时恢复环路 BER 曲线可以发现,环路系统的误码率随着输入  $E_b/N_0$  的增加而减小,而且  $E_b/N_0$  越大 BER 减小速度越快。当  $E_b/N_0$  增大到 9 dB 后,改进后的系统性能相对较好,当环路 BER 达到  $10^{-8}$  时, $E_b/N_0$  提升了约 0.5 dB。

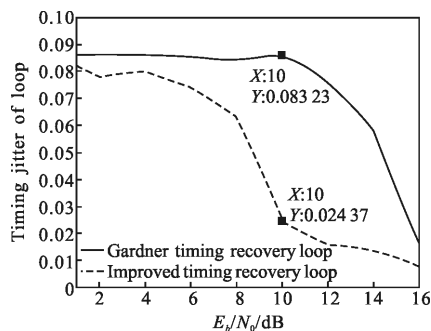


图 7 环路定时抖动与输入信噪比的关系

Fig.7 Loop timing jitter vs SNR

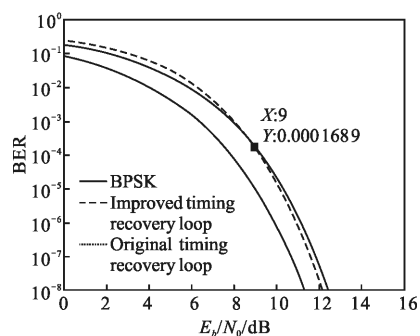


图 8 系统误码率(BER)与信噪比的关系

Fig.8 Bit error rate (BER) vs SNR

## 4 结论

针对空间激光通信测控一体化系统中位同步的实现,文中基于一种自噪声抑制 Gardner 算法,同时在原始 Gardner 定时恢复环路的基础上增加了增益控制滤波器、环路系数调整模块和数控开关三个修正模块,改进得到一种新的位同步环路。仿真结果表明,文中提出的定时恢复环路能够有效地降低同步过程中由于系统自噪声引起的定时抖动误差,并且拥有更快的位同步建立的时间,在高信噪比(>9 dB)信道环境下,本环路系统性能优于原始 Gardner 定时恢复环路。本环路同步性能不受载波相位影响,能够避免空间激光通信中所存在的多普勒效应的干扰,在空间激光通信系统中有着良好的应用价值。

## 参考文献:

[1] Mueller K, Muller M. Timing recovery in digital synchronous data receivers[J]. *IEEE Trans on Communications*, 1976, 24 (5): 516-531.

[2] Gardner F M. A BPSK/QPSK timing-error detector for sampled receivers [J]. *IEEE Trans on Communications*,

- 1986, 34(5): 423-429.
- [3] Gardner F M. Interpolation in digital modems-part I : fundamentals[J]. *IEEE Trans on Communications*, 1993, 41 (3): 501-507.
- [4] Gappmair W. Self-noise performance of zero crossing and Gardner synchronizers applied to one/two-dimensional modulation schemes [J]. *Electronics Letters*, 2004, 40(16): 1010-1011.
- [5] Federica Scardoni, Alcatel Lucent, Vimercate. Impact of self noise on tracking performance of non-data-aided digital timing recovery[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(18): 3755-3762.
- [6] Lim D. A modified Gardner detector for symbol timing recovery of MPSK signals [J]. *IEEE Trans On Communications*, 2004, 52(10): 1643-1647.
- [7] Fu Yongming, Zhu Jiang, Ju Yingjue. Parameters design and performance analysis of the timing recovery loop based on Gardner timing detector [J]. *Journal on Communications*, 2011, 34(21): 92-95. (in Chinese)  
付永明, 朱江, 琚瑛珏. Gardner 定时同步环路自噪声消减算法研究[J]. 现代电子技术, 2011, 34(21): 92-95.
- [8] Luca Barletta, Maurizio Magarini. Impact of loop delay on the performance of gardner timing recovery [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2013, 25(18): 1797-1800.
- [9] Atsushi Musha, Fujifilm Corp, Odawara. A study of timing recovery for high-recording -density tape systems [J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2015, 51(11): 1973-1978.
- [10] Gappmair W. Open-loop analysis of a nonlinearly modified gardner synchronizer [J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(11): 1963-1966.
- [11] Li Yun, Zhao Yanli, Zhao Weiliang, et al. Improved timing error detection algorithm in satellite communication [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36 (1): 149-154. (in Chinese)  
李云, 赵艳丽, 赵为粮, 等. 卫星通信中定时误差检测改进算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(1): 149-154.