

LED 产生局域空心光束的数值分析与实验

王硕琛, 吴逢铁, 朱清智

(华侨大学 信息科学与工程学院 福建省光传输与变换重点实验室, 福建 厦门 361021)

摘要:首次使用了离散傅里叶方法数值分析局域空心光束。用离散傅里叶方法描述单色平面波产生局域空心光束(bottle beam)的光强分布,引入色散公式使得一定频谱宽度的 LED 光源同样适用。讨论抽样要求并对变量进行离散化,导出 LED 产生 bottle beam 的离散化傅里叶公式。最后代入相关参数并用 MATLAB 进行数值模拟,得到了在不同距离处光束的强度分布。设计实验进行验证,实验结果表明:使用 LED 也能够产生高质量的 bottle beam。数值模拟与实验结果基本吻合,证明了采用傅里叶方法可以精确地分析非相干光源产生 bottle beam,并且相较于传统的标量衍射理论,它更加简洁、快速,是研究 bottle beam 的一种全新又可靠的方法。

关键词:局域空心光束; LED 光源; 轴棱锥-透镜系统; 傅里叶方法

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0620006

Numerical analysis and experiments of LED generating bottle beams

Wang Shuo Chen, Wu Fengtie, Zhu Qingzhi

(Fujian Provincial Key Laboratory of Light Propagation and Transformation, College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

Abstract: The bottle beam was analyzed by using the discrete Fourier method for the first time in this paper. The bottle beam intensity distribution was described by discrete Fourier transform, then Sellmeier formula was added to adapt to a LED light source with some spectral width. By considering sampling and discrete variables, discrete Fourier's formula of bottle beam generated by a LED light source was derived. At last, the parameters were substituted and the intensity distribution of the beam at different distance was obtained by the numerical simulation with MATLAB. Experiments were designed to verify it, and the experimental results showed that using LED as light source can produce high-quality bottle beam. Numerical simulation is in line with experimental results basically, which proves the discrete Fourier transform method is feasible to analyze bottle beam generation by incoherent light. Furthermore, compared to conventional scalar diffraction theory, it is more simple and fast. It's a new and reliable way to study bottle beam.

Key words: bottle beam; LED source; axicon-lens system; Fourier method

收稿日期:2016-10-10; 修订日期:2016-11-20

基金项目:国家自然科学基金(61178015);福建省科技重大项目(2016H6016);泉州市科技重点项目(2014Z127)

作者简介:王硕琛(1992-),男,硕士生,主要从事光束传输与变换方面的研究。Email:103263406@qq.com

通信作者:吴逢铁(1958-),男,教授,博士,主要从事光束传输与变换,短脉冲技术及非线性光学等方面的教学与科研工作。

Email: fengtie@hqu.edu.cn

0 引言

局域空心光束(bottle beam)^[1-2]是一种沿传播方向上的三维空间内具有封闭暗域的特殊空心光束,且暗域周围的光束具有极高的强度,对处在暗域中的粒子有着束缚与囚禁的作用^[3],因而被广泛应用于粒子和生物细胞的囚禁^[4],还可用作激光导管^[5],光镊^[6-7]与光学扳手^[8-9]等。因此,bottle beam 一直是光学领域研究的热点。

目前对 bottle beam 系统的描述多使用传统的标量衍射理论^[10-12],这种理论在大多数情况下可以较为精确地描述衍射现象,但当系统变得复杂时,衍射公式会因为积分项过多而使得计算和模拟都变得非常困难。因此,对于复杂光学系统,急需一种快速又准确的分析方法。激光因其极高的相干性和方向性而在光学实验中被广泛应用,但来源广泛的非相干光源(如 LED)在某些方面也有着突出的优点。比如,非相干光源经过一段距离的传输后仍具有良好的方向性,并且受散斑的影响比相干光更小^[13];随着 LED 生产技术的提高,LED 光谱能做到很窄,这意味着其相干性变高。因此,利用 LED 这种非相干光源产生 bottle beam 成为可能。

对于 bottle beam 系统,从衍射积分理论推导出的傅里叶方法只要选择适当的公式^[14]与抽样参数便能保证一定的准确度,而在满足抽样定理^[15]的前提下,傅里叶方法可以对衍射问题进行快速求解并利用 MATLAB 直接进行模拟。目前,傅里叶方法在其它光学领域的研究中已有较多的应用^[16-17],而使用离散傅里叶方法描述 bottle beam 系统的研究至今尚未见到报导。笔者课题组前期也利用传统衍射理论分析理论做了相干光、非相干光产生特殊光束的研究^[18-19]。因此,文中以轴棱锥-透镜系统为例,用离散傅里叶方法推导出了 LED 光源产生 bottle beam 的离散化光强公式,设定参数进行数值模拟,最后设计相关实验进行验证。实验结果与模拟结果都表明 LED 光源也能产生高质量的 bottle beam。

1 傅里叶方法的理论分析

图 1 为平面波产生 bottle beam 的光路图,平面波

经轴棱锥后会产生两个不同方向的锥面波,两锥面波相互叠加产生 Bessel 光束^[20-21]。在轴棱锥后 500 mm 放置一个凸透镜,由于传播方向相反,两束不同的锥面波经过透镜后会很快被汇聚到焦平面上轴对称的两个不同位置(M,N 点),形成一个中心光强为零的空心光斑,被聚焦的锥面波经过焦平面继续传播会发生二次叠加,再次形成 Bessel 光束(G 之后区域)。由于 Bessel 光具有极高的中心光强,透镜后方形成了一个中心光强先是极高,然后变成零,最后恢复成极高的三维空间内的空洞(FMGN 区域),这就是 bottle beam。

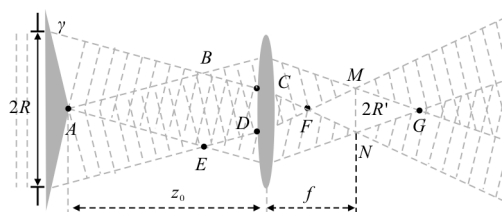


图 1 轴棱锥-透镜系统光路

Fig.1 Optical path of axicon-lens system

由几何原理可求得 bottle beam 的最大空心半径、起始位置、结束位置(图中 F、G 点)为:

$$R' = f \cdot \tan[(n-1) \cdot \gamma]$$

$$Z_1 = \frac{f \cdot R - z_0 \cdot f \cdot (n-1) \cdot \gamma}{R + (f - z_0) \cdot (n-1) \cdot \gamma} \quad (1)$$

$$Z_2 = \frac{z_0 \cdot f}{z_0 - f}$$

式中: R 、 n 、 γ 、 f 分别为入射光束半径、透镜折射率、轴棱锥底角与双凸透镜焦距; z_0 为轴棱锥到透镜的轴上距离。

入射光场的归一化复振幅分布和轴棱锥振幅透过率为分别为: $U_1(x_0, y_0) = \text{circ}(\sqrt{x_0^2 + y_0^2} / R)$ 和 $t_1(x_0, y_0) = \exp[-ik\gamma(n-1)\sqrt{x_0^2 + y_0^2}]$, 则轴棱锥后出射光束的复振幅为:

$$U_2(x_0, y_0) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{R}\right) \exp[-ik\gamma(n-1)\sqrt{x_0^2 + y_0^2}] \quad (2)$$

利用傅里叶变化形式的菲涅尔衍射积分公式,从轴棱锥出射的光束经过自由空间传播后在透镜入射面上的复振幅为:

$$U_3(x_1, y_1) = \frac{1}{i\lambda z_0} \exp\left[ik\left(z_0 + \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_0}\right)\right]$$

$$FT\left\{U_2(x_0, y_0)\exp\left(ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2z_0}\right)\right\}_{u_1=\frac{x_1}{\lambda z_0}, v_1=\frac{y_1}{\lambda z_0}} \quad (3) \quad \delta_0 \leq \frac{1}{2} \delta_1 \quad (7)$$

式中： k 表示波矢； λ 表示波长； $FT\{\cdot\}$ 表示傅里叶变换。已知双凸透镜的振幅透过率为 $t_2(x_1, y_1) = \exp[-ik(x_1^2 + y_1^2)/2f]$ ，则光束经过透镜聚焦后的复振幅分布为 $U_4(x_1, y_1) = U_3(x_1, y_1)t_2(x_1, y_1)$ ，仍然使用菲涅尔积分公式的加权函数法来描述光束在透镜后的衍射，得到距离透镜 z 平面处光束的振幅分布为：

$$U_5(x, y) = \frac{1}{i\lambda z} \exp\left[ik\left(z + \frac{x^2+y^2}{2z}\right)\right] FT\left\{U_4(x_1, y_1)\exp\left(ik\frac{x_1^2+y_1^2}{2z}\right)\right\}_{u_1=\frac{x}{\lambda z}, v_1=\frac{y}{\lambda z}} \quad (4)$$

公式(4)为单色平面波通过轴棱锥-透镜系统在观察面上的光波复振幅分布。

2 傅里叶方法的数值模拟

2.1 抽样分析及公式的离散化

为了能够使用计算机进行光强分布的数值模拟，必须对入射光束进行抽样。假设第一衍射屏在 x, y 方向的抽样次数均为 N ，抽样间隔为 δ_0 ，由 Whittaker-Shannon 抽样定理^[14]可知，在频域上的抽样间隔 Δu_0 与 δ_0 具有关系：

$$\Delta u_0 \cdot \delta_0 = \frac{1}{N} \quad (5)$$

以轴棱锥所在面为第一衍射面，透镜所在面为第二衍射面，由公式(3)、(5)可知在自由空间中传输 z_0 mm 后，第二衍射面上的空间间隔 δ_1 为：

$$\delta_1 = \Delta u_0 \cdot \lambda \cdot z_0 = \frac{\lambda \cdot z_0}{N \cdot \delta_0} \quad (6)$$

为保证数值模拟过程中不发生失真现象，第一衍射面与第二衍射面的抽样间隔 δ_0, δ_1 需满足条件：

同理，当光束经过衍射元件发生二次衍射后，最终接收面与第二衍射面的抽样间隔 δ, δ_1 也满足公式(7)的条件，将 $\delta_0, \delta_1, \delta$ 的关系组成方程，经过整理，得到 N 的取值范围为：

$$\frac{X^2 \cdot z}{2 \cdot \lambda \cdot z_0} \leq N \leq \frac{2 \cdot X^2}{\lambda \cdot z_0} \quad (8)$$

公式(8)为保证不失真的前提下，图 1 系统对抽样次数的要求。其中 X 为第一衍射面的抽样范围 (x, y 方向抽样范围相同)， z 为最终接收面到第二衍射面的距离。

对公式(4)进行坐标代换，根据公式(5)、(6)及抽样定理知：

$$\begin{cases} x_0 = m \cdot \delta_0 & x_1 = m \cdot \delta_1 & x = m \cdot \delta \\ y_0 = n \cdot \delta_0 & y_1 = n \cdot \delta_1 & y = n \cdot \delta \end{cases} \quad (9)$$

式中： m, n 为 $0, 1, 2, 3, \dots, N-1$ ，第一、第二衍射面的抽样间隔为 $\delta_0 = X/N, \delta_1 = \lambda z_0/N\delta$ 。

但当光源为非单色光源(如 LED)时，由于材料的色散效应，不同波长的光相位会发生偏移。为解决此问题，笔者引入 Sellmeier 色散公式^[21]：

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}} \quad (10)$$

式中： B_1, B_2, B_3, C_1, C_2 和 C_3 为色散公式的材料系数，实验中所用透镜材料为 Fused Silica，其材料系数：

$$\begin{cases} B_1 = 0.696\ 163\ 3 & C_1 = 4.679\ 148\ 26 \times 10^{-3} \\ B_2 = 0.407\ 942\ 6 & C_2 = 1.351\ 206\ 3 \times 10^{-2} \\ B_3 = 0.897\ 490\ 0 & C_3 = 9.793\ 400\ 2 \times 10 \end{cases} \quad (11)$$

将公式(2)、(3)、(9)、(10)与透镜焦距的表达式 $f = r/2[n(\lambda) - 1]$ 带入公式(4)，经过变换与整理，得到单色平面波入射轴棱锥-透镜系统产生 bottle beam 光强分布的离散傅里叶表达式：

$$I'(m, n, \lambda) = \left(\frac{1}{z\lambda^2 z_0}\right)^2 \cdot \left| \begin{aligned} & FT\left\{\exp\left[ik\left(z_0 + \frac{(m \cdot \delta_1)^2 + (n \cdot \delta_1)^2}{2z_0}\right)\right]\right\} \cdot FT\left\{\text{circ}\left(\frac{\sqrt{(m \cdot \delta_0)^2 + (n \cdot \delta_0)^2}}{R}\right)\right\} \cdot \\ & \exp\left[-ik\gamma(n(\lambda) - 1) \cdot \sqrt{(m \cdot \delta_1)^2 + (n \cdot \delta_1)^2}\right] \cdot \exp\left(ik\frac{(m \cdot \delta_0)^2 + (n \cdot \delta_0)^2}{2z_0}\right) \cdot \\ & \exp\left[-\frac{ik \cdot [n(\lambda) - 1]}{r} \cdot ((m \cdot \delta_1)^2 + (n \cdot \delta_1)^2)\right] \cdot \exp\left[ik\frac{(m \cdot \delta_1)^2 + (n \cdot \delta_1)^2}{2z}\right] \end{aligned} \right|^2 \quad (12)$$

式中： r 为双凸透镜的曲率半径。由公式(5)、(6)可得出接收面上空间间隔 $\delta=z\delta_i/z_0$ ，可见 δ 是一个与波长无关的变量。因此，多波长光源经过轴棱锥-透镜系统后的光束强度分布可由单一波长光强相互叠加得到，即：

$$I(m,n)=\sum_{i=1}^M C_i \cdot I'(m,n,\lambda_i) \quad (13)$$

式中： M 为光源中波长的数量； λ_i 为波长值； C_i 为相应波长所占权重。

2.2 数值模拟

为了能使用计算机进行数值模拟，首先设定相关参数。第一衍射面选取的抽样范围为 20 mm，即 $X=20$ mm，光阑半径 $R=4$ mm，轴棱锥底角 $\gamma=0.5^\circ$ ，第一衍射面和第二衍射面间的距离 $z_0=500$ mm，透镜曲率半径 $r=91$ mm，等效焦距 $f=100$ mm。选取功率为 3 W 的绿光 LED 做光源，其主波长为 531 nm，频谱半峰宽度为 36.0 nm，频谱分布如图 2 所示。

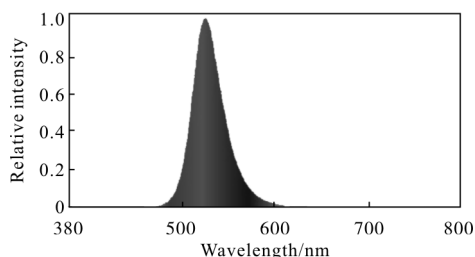


图 2 LED 频谱分布

Fig.2 Spectrum distribution of LED

将公式(10)带入公式(1)得到非相干光源产生 bottle beam 的参数：

$$\begin{cases} R'=\min\{R'(\lambda)\} \\ Z_1=\max\{Z_1(\lambda)\} \\ Z_2=\min\{Z_2(\lambda)\} \end{cases} \quad (14)$$

使用直径 20 cm 的积分球及杭州远方公司的 PMS-80 光束分析系统测定绿光 LED 的光谱，以 5 nm 为采样间隔，得到绿光 LED 的波长分布及其相对光强，将波长数据及相关参数带入公式(14)可得绿光 LED 产生 bottle beam 的最大空心半径 $R'=0.4$ mm，起始位置 $Z_1=82.75$ mm，结束位置 $Z_2=122.23$ mm。因此，接收面应位于 bottle beam 的空心范围之内，即 $Z_1 \leq z \leq Z_2$ ，将相关数据带入公式(8)，得到第一衍射面抽样次数的取值 $156 \leq N \leq 2528$ ，取 $N=1024$ ，将相

关参数及 LED 光谱数据带入公式(13)，用 MATLAB 进行数值模拟，得到结果如图 3 所示。

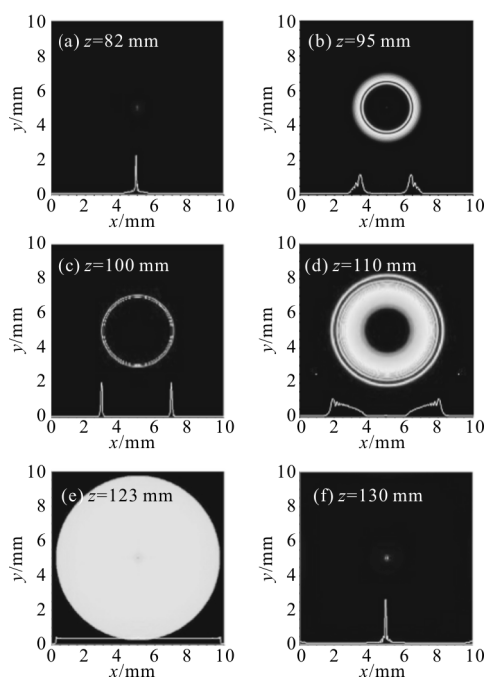


图 3 模拟中不同距离处的光强分布

Fig.3 Intensity distribution at different distance in simulation

从图 3 的模拟结果可以看到，出射光束的中心光强明显由极高变为零再变为极高，产生了空间内的三维空洞，即 bottle beam。当轴向距离 $z=82$ mm 时，两束聚焦的锥面波相互叠加形成具有极高的中心光强与极小的光斑半径的 Bessel 光束，如图 3(a) 所示；随着轴向距离的不断增大，聚焦的锥面波不再相互叠加，中心区域慢慢出现了空洞，如图 3(b) 所示；当观察面移动到透镜焦平面时，bottle beam 的空心半径达到最大值，光束中央部分强度为零，周围为一个光强较强的光环。使用 MATLAB 对模拟结果进行测定，得到光束的最大空心半径为 0.39 mm，与理论计算结果 $R'=0.40$ mm 十分相近；经过焦平面后，随着轴上距离的增大，中心光强为零的区域逐渐减小直至完全消失，最后锥面波再次相互叠加产生 Bessel 光束。从图 3(e) 中 $z=123$ mm 处可以看到光束已经完全闭合并且中心光强开始增大，在 $z=130$ mm 处两束锥面波再次叠加形成中心强度极大与光斑半径极小的 Bessel 光束。

3 实验验证

为了检验傅里叶方法的理论分析与实际效果的

匹配,设计了实验进行验证,图 4 为实验光路图。使用绿光 LED 为光源,在光源后方加入聚光筒用来增大聚光效果,在聚光筒后加入小孔光阑减小光腰半径,光束通过由两个焦距分别为 $f_1=15\text{ mm}$ 与 $f_2=190\text{ mm}$ 的透镜组成的扩束系统射入孔径光阑,经过准直扩束的绿光射入底角为 $\gamma=0.5^\circ$ 的轴棱锥,再经过曲率半径 $r=91\text{ mm}$ 的透镜聚焦后射入光束分析仪。

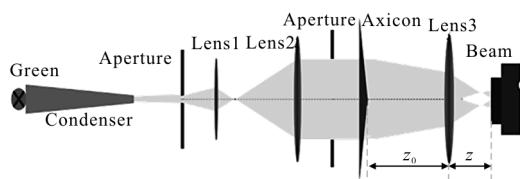


图 4 实验光路图

Fig.4 Schematic of optical path in experiment

参照模拟结果,在距透镜 82、95、100、110、123、130 mm 处对光束图样进行拍摄,使用 OPHIR 公司的光束分析仪 SP620U 进行数据采集,得到实验结果如图 5 所示。

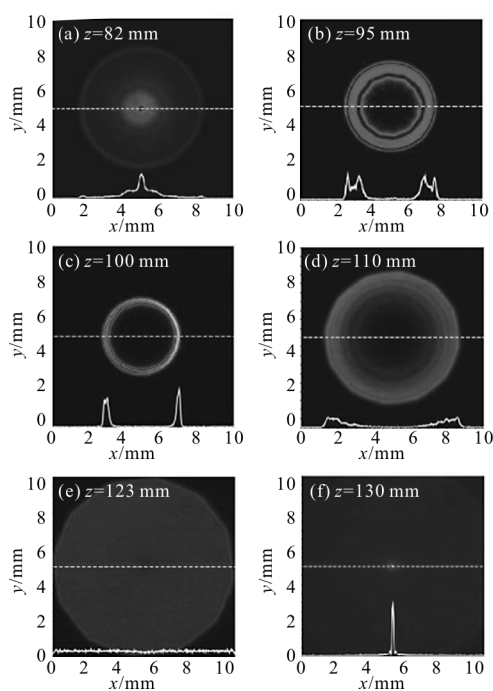


图 5 实验中不同距离下的光强分布

Fig.5 Intensity distribution at different distance in experiment

从实验结果可明显看出,实验记录了一个 bottle beam 开始、产生、消减、结束的完整过程。 $z=82\text{ mm}$ 处由于光束中心强度值过高溢出光束分析仪的分辨范围,只能分辨出光束中心有一个极亮极小的光斑,看

不出光强的 Bessel 分布形式,此时的 bottle beam 还是闭合的;随着距离的增大,中心光强不断减小,光束半径变大,中央开始产生暗域,如图 5(b)所示;到 $z=100\text{ mm}$ 处,光束暗域半径达到了最大值,形成了一个中心区域光强为零,周围包围为一个光强较强光环的衍射图样。测定 bottle beam 的最大空心半径约为 0.41 mm ,与模拟结果和计算结果均比较吻合;经过焦平面后,光束暗域面积开始缩小,bottle beam 开始闭拢,到 $z=123\text{ mm}$ 处光束暗域完全消失变成闭合的平顶光束;光束完全闭合后,聚焦的锥面波再次叠加形成 Bessel 光束,正如 $z=130\text{ mm}$ 所示,光束中央出现了具有极高光强的极小光斑。将实验结果图 5 与数值模拟图 3 进行对比与分析发现,两者对光束强度分布的描述整体上表现出了较好的一致性,测定的 bottle beam 开始、结束位置和最大中心暗域半径也基本吻合。理论结果、模拟结果、实验结果三者表现出较高的吻合度,证明离散傅里叶方法也能够较好地阐述非相干光源产生 bottle beam 的演绎过程。

4 结论

使用离散傅里叶方法推导出了 LED 通过轴棱锥-透镜系统产生 bottle beam 光强分布的离散化公式,解决了使用传统的标量衍射方法过程中计算量大、化简困难的问题;为了准确模拟传播过程,根据抽样定理详细讨论了抽样次数 N 的取值范围,设定相关参量并使用 MATLAB 进行数值模拟,大大缩减了数值模拟的时间;最后,设计实验进行了验证,实验结果、模拟结果与理论分析三者吻合;观察到的 bottle beam 在开始位置、结束位置、最大空心径与理论值基本一致。证明了使用离散傅里叶方法也能够很好地描述 LED 通过轴棱锥-透镜系统产生 bottle beam,而且相较于传统的标量衍射理论,此方法具有更加简洁和快速的优势,为特殊光束的研究增加了一种新的精确又可靠的分析方法。

参考文献:

[1] Bokor N, Davidson N. A three dimensional dark focal spot uniformly surrounded by light [J]. *Optics Communications*,

- 2007, 279(2): 229–234.
- [2] Qian Y X, Li D H. Tunable optical bottle beam generated via self-bending Airy beam arrays [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(9): 290–295.
- [3] Li Pan, Wu Fengtie, Chen Ziyang, et al. Generate multi-Bottle beam using the structure of single mode fiber-multi mode fiber [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(7): 2087–2091. (in Chinese)
李攀, 吴逢铁, 陈姿言, 等. 单模-多模光纤产生系列 Bottle beam[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(7): 2087–2091.
- [4] Zhou Yepeng, Ren Hongliang, Wang Juan, et al. Comparative analysis of the trapping force using Laguerre-Gaussian beam and Gaussian beam [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, 42(11):1300–1304. (in Chinese)
周业鹏, 任洪亮, 王娟, 等. 拉盖尔高斯光束与高斯光束捕获力比较[J]. 光子学报, 2013, 42(11): 1300–1304.
- [5] Tatarkova S A, Sibbett W, Dholakia K. Brownian particle in an optical potential of the washboard type [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(3): 038101.
- [6] Mondal S K, Pal S S, Kapur P. Optical fiber nano-tip and 3D bottle beam as non-plasmonic optical tweezers [J]. *Optics Express*, 2012, 20(15): 16180–16185.
- [7] Li Yinmei, Gong Lei, Li Di, et al. Progress in optical tweezers technology [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(1):101001. (in Chinese)
李银妹, 龚雷, 李迪, 等. 光镊技术的研究现状[J]. 中国激光, 2015, 42(1): 101001.
- [8] Macdonald M P, Paterson L, Volke-Sepulveda K, et al. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures[J]. *Science*, 2002, 296(5570): 1101–1103.
- [9] Paterson L, Macdonald M P, Arlt J, et al. Controlled rotation of optically trapped microscopic particles [J]. *Science*, 2001, 292(5518): 912–914.
- [10] Zhang Qian'an, Wu Fengtie, Zheng Weitao. Eliminating the center spot of bottle beam generated by axicon-lens system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(3): 034205. (in Chinese)
张前安, 吴逢铁, 郑维涛. 轴棱锥-透镜系统产生局域空心光束中心亮斑的消除[J]. 物理学报, 2012, 61(3): 034205.
- [11] Cheng Yiguang, Liu Junbo, Hu Song, et al. Generation of localized hollow beams with photon sieves [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(7): 64–69. (in Chinese)
程依光, 刘俊伯, 胡松, 等. 利用光子筛产生局域空心光束 [J]. 光学学报, 2015, 35(7): 64–69.
- [12] Wu Zhiwei. Bottle beam with adjustable size generated by a frustum and axicon system [J]. *Laser Technology*, 2014, 38(5): 655–696. (in Chinese)
吴志伟. 锥台和轴棱锥系统产生的尺寸可调局域空心光束 [J]. 激光技术, 2014, 38(5): 655–659.
- [13] Pu J X, Dong M M, Wang T. Generation of adjustable partially coherent Bessel beams by use of an axicon-lens system[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(29): 7553–7556.
- [14] Guo Chengshan, Li Chuantao, Hong Zhengping, et al. Suitability of different sampling methods for digital simulations of the optical diffraction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(3): 442–446. (in Chinese)
国承山, 李传涛, 洪正平, 等. 光衍射数值模拟中不同抽样方法的适用性分析[J]. 光学学报, 2008, 28(3): 442–446.
- [15] Lv Naiguang. Fourier Optics [M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2006: 80–85. (in Chinese)
吕乃光. 傅里叶光学 [M]. 第2版. 北京: 机械工业出版社, 2006:80–85.
- [16] Alharbi H F, Kalidindi S R. Crystal plasticity finite element simulations using a database of discrete Fourier transforms [J]. *International Journal of Plasticity*, 2015, 66: 71–84.
- [17] Liu Dachang, Fu Yuegang, Zhang Yunfang, et al. Windowed Fourier transform for surface plasmon resonance spectral interference signals [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(8): 2752–2756. (in Chinese)
刘大畅, 付跃刚, 张运方, 等. 用于表面等离子体共振的加窗傅里叶变换法信号处理方法 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(8): 2752–2756.
- [18] He Xi, Wu Fengtie, Li Pan, et al. High order Bessel beams generated by using incoherent LED light source [J]. *Scientia Sinica*, 2014, 44(7): 705–711.
何西, 吴逢铁, 李攀, 等. 非相干 LED 光源产生高阶 Bessel 光束[J]. 中国科学, 2014, 44(7): 705–711.
- [19] Li Pan, Zhu Qingzhi, Wu Fengtie. Hollow beam generated by incoherent light source and multimode fiber [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(4): 0422004.
李攀, 朱清智, 吴逢铁. 利用非相干光源基于多模光纤获得空心光束[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0422004.
- [20] Ming D W, Wen L S, Yi T L. Adjustable generation of bottle and hollow beams using an axicon [J]. *Optics Communication*, 2005, 248(1): 7–14.
- [21] Chmidt J D. Numerical Simulation of Optical Wave Propagation with Examples in MATLAB [M]. Bellingham: SPIE, 2010.
- [22] Mallson I H. Interspecies comparison of the refractive index of fused silica [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1965, 55(10): 205–1208.