

0.53 μm 全固态激光器热效应及其补偿技术研究

王磊, 聂劲松, 叶庆, 胡瑜泽

(脉冲功率激光技术国家重点实验室(电子工程学院), 安徽合肥 230037)

摘要: 基于 0.53 μm 、1.06 μm 激光双波长复合输出技术在军事上的应用前景, 针对光电对抗双波长复合输出激光器的热效应, 利用泊松热传导理论, 考虑晶体与外界的热交换, 建立了更精确的边界条件, 仿真分析了三向泵浦、内腔倍频情况下激光晶体热透镜效应和倍频晶体热致相位失配的形成过程, 分析讨论了平凸腔补偿热透镜效应的有效性和一般规律。通过实验探究了热效应对双波长复合激光光束质量的影响, 验证了平凸腔对热效应的补偿效果, 发现平凸腔能增大基模模体积, 抑制高阶模增益, 改善复合激光光束质量, 热效应补偿效果会随着补偿平凸镜曲率半径的减小而增强。

关键词: 全固态激光; 双波长复合输出; 热效应补偿; 光电对抗

中图分类号: TN216 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0406003

Study on thermal effect and compensation technology of 0.53 μm all-solid-state laser

Wang Lei, Nie Jinsong, Ye Qing, Hu Yuze

(State Key Laboratory of Pulsed Power Laser Technology (Electronic Engineering Institute), Hefei 230037, China)

Abstract: Based on the application prospect of 0.53 μm and 1.06 μm dual-wavelength composite output technology in military affairs, the thermal effect of all-solid-state dual-wavelength composite output laser was studied. Using Poisson heat conduction theory with more accurate boundary conditions, the formation process of thermal lens effect and thermal induced phase-mismatch was simulated and analyzed under the conditions of three LD side-pumping and intracavity frequency-doubling. Effectiveness and general regularity of the plano-convex cavity compensation were then analyzed. Through the experiment, the influence of thermal effect on the beam quality of dual-wavelength laser was explored. Compensation effect of plano-convex cavity on thermal effect was verified. It shows that the quality of composite laser beam improves with larger fundamental mode volume and lower higher-order mode gain in plano-convex cavity. The thermal effect compensation will be enhanced with the decrease of the curvature radius of the plano-convex lens compensation.

Key words: all-solid-state laser; dual-wavelength composite output; compensation of thermal effect; electrooptical countermeasures

收稿日期: 2016-08-05; 修订日期: 2016-09-03

作者简介: 王磊(1991-), 男, 硕士生, 主要从事固态激光技术方面的研究。Email: 1456618912@qq.com

通讯作者: 聂劲松(1971-), 男, 教授, 博士, 主要从事激光技术及应用方面的研究。Email: njs7001@sina.com

0 引言

军用激光器不同于普通激光器,要求激光输出功率高,光束作用距离远。热效应是限制固体激光高功率、高光束质量输出的关键瓶颈^[1-3]。国内外针对全固态内腔倍频绿光激光器的热效应做了大量研究^[4-9],但多数以倍频晶体热效应为研究对象^[4-5],对激光晶体热透镜效应的分析多考虑端面泵浦的情况^[6-9]。该论文针对侧面泵浦内腔倍频双波长复合输出激光器,从激光晶体与倍频晶体两方面综合考虑,研究了晶体热效应对双波长复合激光输出的影响,分析评估了平凸腔补偿热透镜效应的效果。

1 理论模型

1.1 侧面泵浦激光晶体热透镜效应模型

双波长复合输出激光器采用激光二极管(LD)阵列侧面泵浦结构,图 1 为三向侧泵^[10]激光晶体简图。

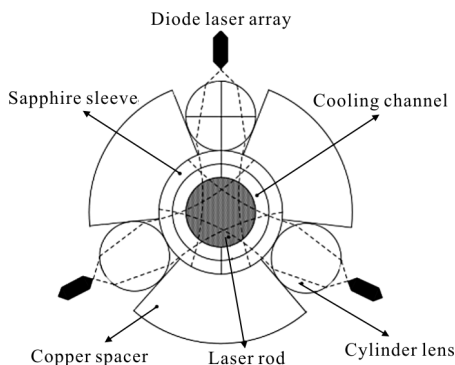


图 1 三向侧泵激光晶体简图

Fig.1 Three LD arrays side-pumped laser crystal

由于 LD 阵列沿激光晶体轴向均匀分布,只需考虑 LD 阵列单元在晶体横截面处的泵浦情况。如图 1,单方向 LD 泵浦光经柱状透镜聚焦后近似为高斯光束,束腰位于晶体中心。考虑到激光晶体对泵浦光的吸收,以晶体中心为原点,位于 y 轴的单向 LD 泵浦光在晶体中的传输方程为^[11]:

$$I_{cl} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{I_0}{w_p(x,y)} \exp\left[\frac{-2x^2}{w_p^2(x,y)} - \alpha d(x,y) \right] \quad (1)$$

式中: I_0 为单位长度 LD 阵列的发射光强; α 为单位长度激光晶体的泵浦能吸收系数; $w_p(x,y)$ 为晶体截面坐标处的光斑尺寸; $d(x,y)$ 为光束在晶体截面中的

传输距离。

$$w_p(x,y) = w_p(x,y) \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda y}{2\pi w_0} \right)^2}$$

$$d(x,y) = \sqrt{r_0^2 - x^2} + y \quad (2)$$

其他方向泵浦光传输方程满足坐标旋转关系:

$$x_i = x \cos(\theta_i) + y \sin(\theta_i)$$

$$y_i = -x \sin(\theta_i) + y \cos(\theta_i) \quad (3)$$

$$I_i = I_i(x_i, y_i, w_{pi})$$

三向泵浦时, $\theta_i = 60^\circ$, 晶体内的能量分布为:

$$I_c = I_{c1} + I_{c2} + I_{c3} \quad (4)$$

晶体的温度分布满足泊松方程:

$$\frac{\partial^2 T_c(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_c(x,y,z)}{\partial z^2} = -\frac{Q_c(x,y,z)}{K_c} \quad (5)$$

式中: $Q_c(x,y)$ 为单位体积晶体吸收的热量。

$$Q_c(x,y) = \eta \alpha I_c(x,y) \quad (6)$$

式中: η 为泵浦能量的热能转化效率。

在限定边界条件时,同时考虑侧面冷却系统热交换与端面空气对流的影响。

$$T_c(x,y,z) \Big|_{x^2+y^2=r_0^2, z=0} = T_0 + \frac{Q_c(x,y,z)}{2\pi r_0 dh_1}$$

$$K_c \frac{\partial T_c}{\partial z} \Big|_{z=0} = h_2 (T_c - T_{cl}) \quad (7)$$

$$-K_c \frac{\partial T_c}{\partial z} \Big|_{z=l} = h_2 (T_c - T_{cl})$$

式中: h_1, h_2 分别为晶体与冷却水和空气的热交换系数。在大功率泵浦情况下,与将边界作绝热处理相比,考虑侧面冷却系统和端面空气的热交换过程使计算结果更为准确。通过差分法或有限元法可以对晶体内的温度场分布进行求解。

由温度梯度分布引起的晶体折射率分布为:

$$n_c(x,y,z) = n_{c0} + \Delta n_c(x,y)$$

$$\Delta n_c(x,y) = [T_c(x,y,z) - 20] \frac{dn}{dT} \quad (8)$$

式中: dn/dT 为激光晶体的折射率温度系数; n_{c0} 为 20 °C 下的晶体折射率。对于 Nd:YAG, 其折射率温度系数为 $9.86 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。

1.2 非线性晶体热效应模型

晶体内的能量分布不同于侧面泵浦时的情况,

如图 2 所示, 将非线性晶体用铝箔包裹置入夹持冷却装置中, 基频光沿晶体端面几何中心入射。入射光

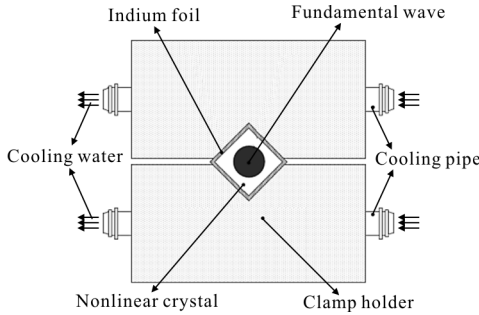


图 2 非线性晶体夹持冷却装置

Fig.2 Cooling device of nonlinear crystal

强具有理想的高斯分布, 考虑非线性晶体的吸收损耗, 基频光的传输方程为:

$$I_N(x,y,z)=I_0' \exp \left[-2 \frac{(x-a/2)^2+(y-b/2)^2}{\omega_N^2} - \beta z \right] \quad (9)$$

式中: I_0' 为基频光的入射光强; ω_N 为基频光在晶体内的平均半径; a 、 b 分别为非线性晶体的宽和高; β 为单位长度非线性晶体对基频光的吸收率。晶体吸收基频光能量导致的温度分布满足泊松方程。

$$\frac{\partial^2 T_N(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_N(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_N(x,y,z)}{\partial z^2} = -\frac{Q_N(x,y,z)}{K_N} \quad (10)$$

$$Q_N(x,y,z) = \eta_N \beta I_N(x,y,z)$$

式中: η_N 为量子效率, 由于非线性晶体相对于激光晶体尺寸较小, 冷却效率高, 其端面与侧面可作绝热处理, 边界条件为:

$$\begin{aligned} T_N(x,y,z)|_{x=0} &= T_0 \\ T_N(x,y,z)|_{x=a/2} &= T_0 \\ T_N(x,y,z)|_{y=0} &= T_0 \\ T_N(x,y,z)|_{y=b/2} &= T_0 \\ \frac{\partial T_N(x,y,z)}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0 \\ \frac{\partial T_N(x,y,z)}{\partial z} \Big|_{z=l} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

式中: T_0 为冷却水的温度, 通过对方程求解得到非线性晶体内的温度场分布。以 KTP 晶体为例, 热致折射率分布遵循方程^[12]:

$$\begin{aligned} n_x &= n_{x0} + (0.1717\lambda^{-3} - 0.5353\lambda^{-2} + 0.8416\lambda^{-1} + 0.1627) \times 10^{-5} \Delta T \\ n_y &= n_{y0} + (0.1997\lambda^{-3} - 0.4063\lambda^{-2} + 0.5154\lambda^{-1} + 0.5425) \times 10^{-5} \Delta T \end{aligned}$$

$$n_z = n_{z0} + (0.9221\lambda^{-3} - 2.9220\lambda^{-2} + 3.6677\lambda^{-1} - 0.1897) \times 10^{-5} \Delta T \quad (12)$$

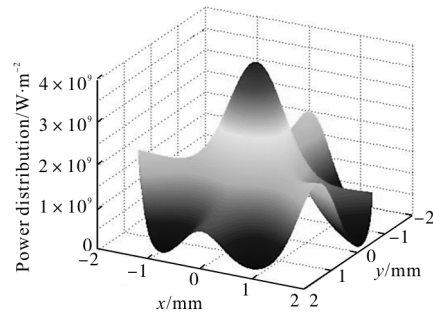
式中: n_{x0} 、 n_{y0} 、 n_{z0} 分别为 20℃ 的晶体主轴折射率, 对于熔盐法生长的 KTP 晶体^[11]:

$$\begin{aligned} n_{x0}^2 &= 3.29100 + \frac{0.04140}{\lambda^2 - 0.03978} + \frac{9.35522}{\lambda^2 - 31.45571} \\ n_{y0}^2 &= 3.45018 + \frac{0.04397\lambda^2}{\lambda^2 - 0.04597} + \frac{19.98825}{\lambda^2 - 39.43799} \\ n_{z0}^2 &= 4.59423 + \frac{0.06206^2}{\lambda^2 - 0.04763} + \frac{110.80672}{\lambda^2 - 86.12171} \end{aligned} \quad (13)$$

2 仿真与分析

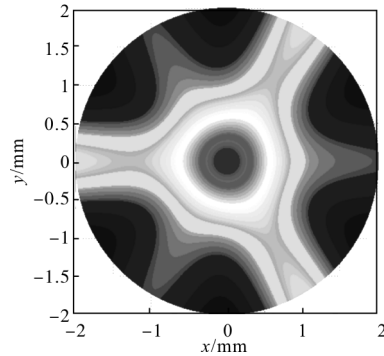
2.1 激光晶体热透镜效应

假设激光晶体为 Nd:YAG, 泵浦光波长为 808 nm, 激光晶体的泵浦能吸收系数, 单向泵浦光入射光强 $I_0 = 2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$, 光束束腰为 0.8 mm。求解侧面泵浦激光晶体热透镜效应模型, 通过仿真, 如图 3 所示, 得到激光晶体内部泵浦光能量分布。



(a) 三维分布

(a) 3D distribution



(b) x-y 截面

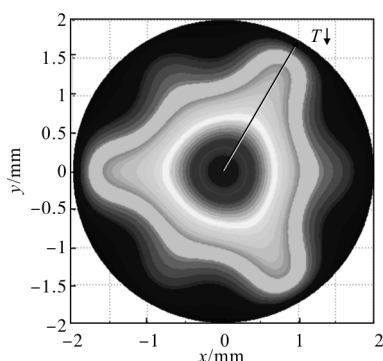
(b) x-y cross section

图 3 激光晶体内部泵浦能量分布

Fig.3 Pumping power distribution of laser crystal

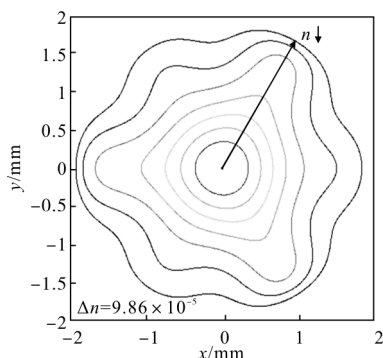
如图 3(b)所示,三向泵浦时,晶体中心附近泵浦光强近似于高斯分布,晶体边缘附近泵浦光强呈周期性起伏,越靠近边缘起伏性越强。

当泵浦能量的热能转化效率 $\eta=0.5$ 时,将泵浦光强分布带入公式(5)泊松方程求解,将泵浦光强分布带入泊松方程求解,如图 4 所示,得到晶体内部温度分布,并进一步计算出泵浦热源影响下的晶体折射率分布。



(a) 温度分布

(a) Temperature distribution



(b) 等折射率曲线

(b) Equal refractive index curve

图 4 激光晶体截面温度和折射率分布

Fig.4 Temperature and refraction distribution of laser crystal

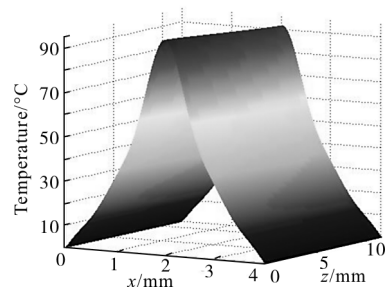
如图 4 所示,三向泵浦时,晶体中心温度最高,折射率最大,等折射率曲线近似为圆形。随着半径逐渐增大,温度降低,折射率减小,等折射率曲线先近似为三角形而后又近似为圆形。

通过仿真,可以看到泵浦能量的不均匀分布会导致激光晶体折射率中心高,边缘低,等效光程上与薄透镜类似,这种效应被称为热透镜效应^[10]。

2.2 倍频晶体相位匹配失调

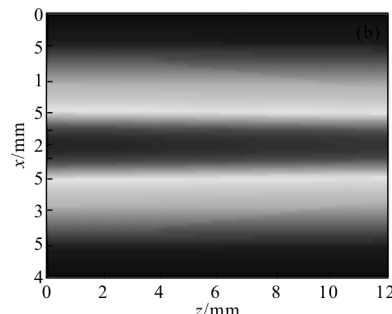
以 KTP 晶体为例,晶体尺寸为 4 mm×4 mm×

12 mm,其基频光吸收系数 $\beta=0.01 \text{ mm}^{-1}$,量子效率 $\eta_N=0.32$,入射基频光光强为 $I_0=7.96 \times 10^8 \text{ W/m}^2$,光束束腰在晶体的几何中心,尺寸为 0.4 mm。求解非线性晶体热效应模型求解非线性晶体热分布方程,如图 5 所示,得到 KTP 晶体内部的温度分布。



(a) 三维分布

(a) 3D distribution



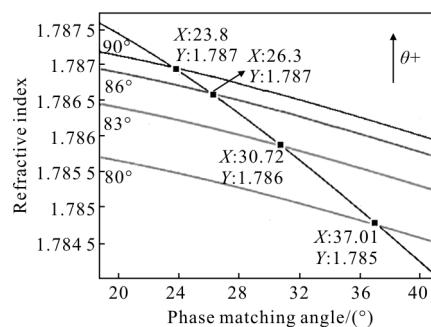
(b) x-z 截面

(b) x-z cross section

图 5 KTP 晶体内部温度分布

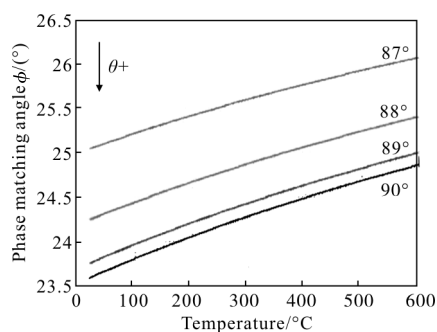
Fig.5 Temperature distribution of KTP crystal

由于倍频晶体对基频光吸收较少,晶体轴向上的温度差异不显著,在截面上的温度近似高斯分布。根据 KTP 晶体的色散方程,如图 6(a)所示,得到 20°C 下,KTP 晶体 II 类相位匹配曲线。考虑温度对折射率的影响,如图 6(b)所示,得到最佳相位匹配角随温度的变化曲线。



(a) 相位匹配曲线

(a) Phase matching curve



(b) 匹配角随温度的变化

(b) Matching angle vs temperature

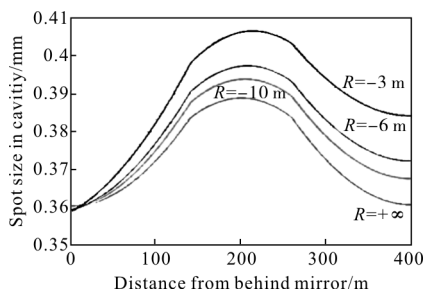
图 6 KTP 晶体相位匹配图

Fig.6 Phase matching of KTP crystal

由图 6 可知, 温升会使倍频晶体的相位匹配角增大, 导致倍频晶体相位失配, 降低倍频效率和倍频光的输出功率^[13]。

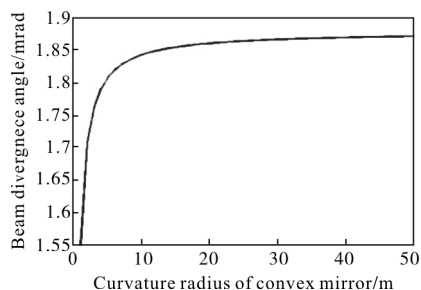
2.3 平凸腔热效应补偿

假设腔长 $L=0.4\text{m}$, 激光晶体等效热焦距 $f=0.4\text{m}$, 后腔镜为曲率半径为 R 的凸面镜, 前腔镜为平面镜。利用 ABCD 往返传输矩阵^[14](见如图 7), 通过仿真, 得到了不同曲率半径下的腔内基模光束分布与远场发散角。



(a) 腔内光束分布

(a) Intracavity beam distribution



(b) 光束远场发散角

(b) Beam divergence angle

图 7 平凸腔基模参数与后腔镜曲率半径的关系

Fig.7 Relationship between fundamental mode parameters of plano-convex cavity and curvature radius of back mirror

由图 7 可知, 与平平腔相比, 平凸腔中的基模模体积增大, 基模远场发散角减小, 衡量光束质量的 M^2 减小, 提高了输出激光的光束质量, 而增益介质中较大的基模模体积也有利于基模输出功率的提高。仿真表明, 补偿凸面镜的曲率半径越大, 补偿效果越显著。

在以往的研究中, 一般采用冷却、加入负透镜组^[15]、修磨端面^[16]等方法补偿热透镜效应。但实践证明, 冷却的方法较为复杂, 成本较高; 而透镜组与修磨端面补偿的调校精准度要求高。与之相比, 平凸腔补偿具有操作简便, 成本低, 补偿效果好的优势。

3 实验研究

3.1 实验装置

实验装置如图 8 所示, M_1 、 M_0 分别为前后腔镜, M_2 为谐波镜, $M_3\sim M_5$ 为带通滤光片, 对 1064 nm 高透, 532 nm 高反。其中 M_3 、 M_5 略微倾斜, 通过两次小角度反射将谐波成分分离。利用光束质量分析仪器在(1)、(2)处分别测量基频光与倍频光的光束质量。在较小的人射角度下, 既保证了滤光片对基波成分的高透射率和对谐波成分的高反射率, 也降低了系统对光束质量影响; 通过对滤光片倾角的微调以实现双波长激光分光角度的调整。经实验测量, 该测量系统对 532 nm 激光的总反射率为 95.86%, 对 1064 nm 激光的总透射率为 92.16%。

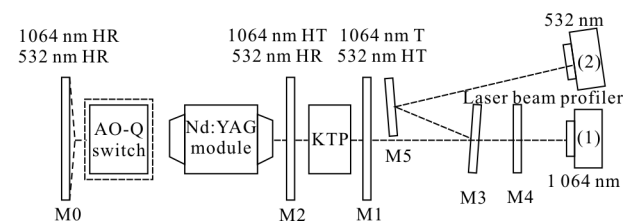


图 8 实验测量原理图

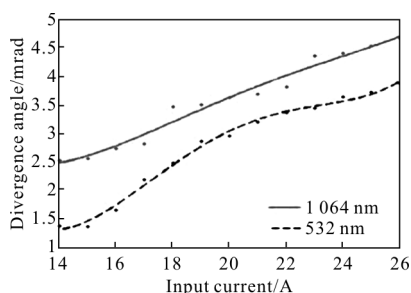
Fig.8 Experimental schematic drawing

3.2 热效应对复合激光输出特性的影响

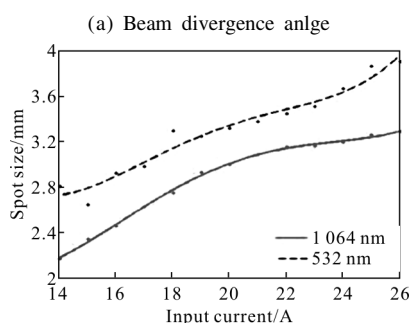
平平腔条件下, 前腔镜透过率为 10%, 利用 CinCam CCD-2302 型光束质量分析仪测量不同输入电流下基频光与倍频光的光束发散角与光斑尺寸如图 9 所示。

由图 9 可知, 对于基频光和倍频光, 输入电流的增大都会导致光束发散角和光斑尺寸的增加。这表

明大功率泵浦加剧了激光晶体的热效应,降低了输出激光光束质量,削弱了输出激光的远场功率密度。



(a) 光束发散角



(b) 光斑尺寸

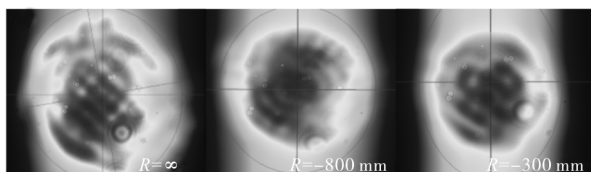
(b) Spot size

图 9 基频光与倍频光光束质量参数随输入电流的变化关系

Fig.9 Beam parameters of FW and SHW in different input currents

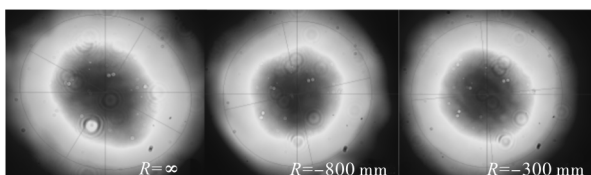
3.3 平凸腔热效应补偿效果

实验分别采用曲率半径 $R=-300\text{ mm}$ 和 $R=-800\text{ mm}$ 的凸面镜作为后腔镜, 镜面镀有 1064 nm 高反膜, 如图 10 所示, 分别在光程为 20 cm 和 45 cm 处, 测得不同曲率半径后腔镜下的基频光与倍频



(a) 光程 20 cm 处 1064 nm 激光光斑

(a) Spot of 1064 nm laser at 20 cm optical distance



(b) 光程 45 cm 处 532 nm 激光光斑

(b) Spot of 532 nm laser at 45 cm distance optical distance

图 10 不同腔型下基频光与倍频光光斑能量分布

Fig.10 Energy distribution of FW and SHW in different cavities

光的光斑能量分布。

其发散角随输入电流的变化如图 11 所示。

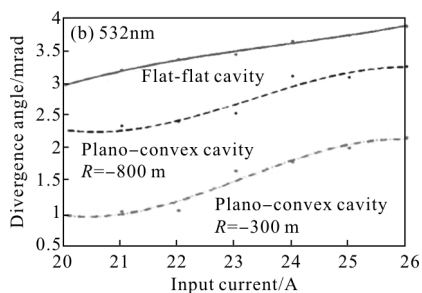
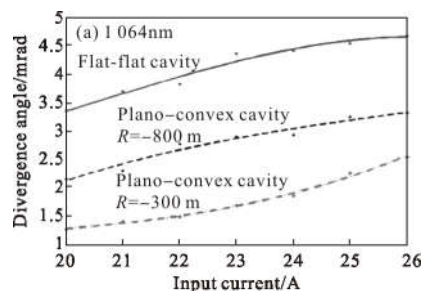


图 11 激光光束发散角随输入电流的变化关系

Fig.11 Beam divergence angle of output laser in different input currents

由图 11 可知,平凸非稳腔较平平腔输出激光光斑能量近似高斯分布,光束发散角降低,光束质量较好,且凸面镜曲率半径越小,补偿效果越好,光束质量越高。与理论仿真相吻合,这表明平凸腔能增大基模模体积,抑制高阶模增益,提高激光输出光束质量,较好地补偿双波长复合输出激光器的热效应,增强激光的远场作用效果。

4 结论

理论仿真表明,温度的不均匀分布会导致激光晶体热透镜效应和倍频晶体相位失配,破坏双波长复合激光的光束质量,降低激光输出功率。平凸腔能增大腔内基模模体积,补偿热效应,改善复合激光光束质量,提高激光的远场作用效果。实验表明,不补偿时,输入电流由 $14\sim 26\text{ A}$ 变化的过程中,在热效应的影响下,基频光和倍频光的束散角分别增大了 89.9% 和 200.2% ,光斑尺寸分别增大了 45.7% 和 51.7% 。补偿凸面镜 $R=-800\text{ mm}$ 时,基频光和倍频光的束散角分别减小了 32.1% 和 21.9% ,补偿镜曲率半径越小热效应补偿效果越显著。当然,补偿凸面镜曲率半径的减小会增大腔内损耗,导致激光

器阈值升高,降低电光转换效率,因此兼顾效率与光束质量对腔参数进行优化是论文下一步的研究重点。

参考文献:

- [1] Dong Yantao, Zhao Zhigang, Liu Chong, et al. Influence of thermal effects on polarizability and output character of TEM₀₀-mode of solid state laser[J]. *Chinese J Lasers*, 2009, 36(7): 1759-1765. (in Chinese)
董延涛, 赵智刚, 刘崇, 等. 热效应对固体激光器偏振特性和基模输出特性的影响[J]. 中国激光, 2009, 36(7): 1759-1765.
- [2] Eichler H J, Haase R M, Ralf Menzel, et al. Thermal lensing and depolarization in a highly pumped Nd:YAG laser amplifier [J]. *J Phys D: Appl Phys*, 1993, 26: 1884-1891.
- [3] Xie Wenjie, Tam Siuchung, Lam Yeeloy, et al. Influence of the thermal effect on the TEM₀₀ mode output power of a laser-diode side-pumped solid-state laser [J]. *Appl Opt*, 2000, 39(30): 5482-5497.
- [4] Li Long, Liu Xiaojian, Nie Jianping, et al. Thermal effect of intra-cavity frequency doubling KTP crystal in all-solid-state multi-mode green laser [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(5): 830-834. (in Chinese)
李隆, 刘小建, 聂建萍, 等. 全固态多模绿光激光器腔内倍频 KTP 晶体热效应 [J]. 红外与激光工程, 2011, 40(5): 830-834.
- [5] Li Long, Shi Peng, Bai Jintao, et al. Semi-analytical thermal annlysis of high power Nd:YAG/KTP intracavity doubling crystal[J]. *Optical Technology*, 2004, 30(1): 44-47. (in Chinese)
李隆, 史彭, 白晋涛, 等. 高功率 Nd:YAG/KTP 腔内倍频晶体温度分布的半解析热分析[J]. 光学技术, 2004, 30(1): 44-47.
- [6] Shi Peng, Chen Wen. Thermal effect of circular composite YAG-Nd:YAG laser crystal by diode laser end-pumped[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35(S): 217-221. (in Chinese)
史彭, 陈文. LD 端面抽运圆形 YAG-Nd:YAG 复合晶体热效应[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(S): 217-221.
- [7] Zhang Yinke, He Yanping, Zan Huiping, et al. Influence of heat transfer on thermal effects of the end-pumped laser crystal[J]. *Optoelectronic Letters*, 2010, 6(6): 439-442.
- [8] Li Jian, Chen Feng, Zhang Haijuan, et al. Research of quasi-three-level thermal effect of laser-diode-pumped Nd:YAG crystal[J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(9): 2404-2408. (in Chinese)
李建, 陈锋, 张海娟, 等. 激光二极管抽运 Nd:YAG 晶体准三能级的热效应研究[J]. 中国激光, 2010, 37(9):2404-2408.
- [9] Zhang Shuaiyi, Huang Chunxia, Yu Guolei, et al. Thermal effect of laser crystal by laser diode end-pumped [J]. *Chinese J Lasers*, 2008, 35(3): 333-337. (in Chinese)
张帅一, 黄春霞, 于果蕾, 等. 激光二极管端面抽运激光晶体的热效应[J]. 中国激光, 2008, 35(3): 333-337.
- [10] Koechner W. Solid-State Laser Engineering [M]. USA: Springer, 2006: 393-407.
- [11] Sutton S B, Albrecht G F. Simple analytical method to calculate the radial energy deposition profile in an isotropic diode-pumped solid-state laser [J]. *Appl Opt*, 1996, 35(30): 5937-5948.
- [12] Kato K, Takaoka E. Sellmeier and thermo-optic dispersion formulas for KTP[J]. *Applied optics*, 2002, 41(24): 5040-5044.
- [13] Yao Jianquan. Nonlinear Optical Frequency Conversion and Laser Tuning Technology [M]. Beijing: Science Press, 1995. (in Chinese)
姚建铨. 非线性光学频率变换及激光调谐技术 [M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- [14] Zhou Bingkun, Gao Yizhi, Cheng Tangrong, et al. Laser Principle[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000. (in Chinese)
周炳琨, 高以智, 陈倜嵘, 等. 激光原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [15] Tong Lixin, Gao Qingsong, Jiang Jianfeng, et al. Research of thermal effects compensation of high power diode laser module [J]. *High Power Laser And Particle Beams*, 2005, 17(S0): 125-128. (in Chinese)
童立新, 高清松, 蒋建锋, 等. 高功率二极管泵浦模块热效应补偿研究[J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(S0): 125-128.
- [16] Zhao Cunhua, Wang Jinyan. Theoretical optimum extremity radius ground of laser rod to compensate thermal effects[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 36(B6): 84-86. (in Chinese)
赵存华, 王金艳. 弥补激光棒热透镜的最佳端面研磨半径理论计算[J]. 光子学报, 2007, 36(B6): 84-86.