光学像差对星点质心定位误差的影响分析

谭 迪1.2,张 新1,伍雁雄1,刘 涛1

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所中国科学院光学系统先进制造技术重点实验室, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘 要: 星点质心定位精度直接决定了星敏感器姿态测量精度的极限,其误差源之一是弥散斑模型的选取。星敏感器光学系统像差无法完全消除,必然影响弥散斑分布,研究光学像差对星点质心定位误差的影响对工程应用具有重要意义。文中以 Gauss 弥散斑模型为比较,研究了离焦等4种光学像差对星点质心定位的影响机理和分布规律,结合质心定位的物理过程推得光学像差影响下的误差解析式,并实现数值仿真,结果表明:光学像差形成不同的弥散斑模型,导致不同的星点质心定位误差分布;星点弥散斑边缘能量减弱趋势对质心定位误差影响较大,若控制光学像差使相应弥散斑边缘能量 呈缓慢趋势减弱,则有利于定位误差的减小。光学像差影响下的星点质心定位误差分析对相应的误差补偿具有指导意义,提出的各光学像差的控制意见有利于指导星敏感器光学系统设计。 关键词:星敏感器; 质心定位; 弥散斑模型; 光学像差 中图分类号; V249.32 文献标志码; A DOI; 10.3788/IRLA201746.0217004

Analysis of effect of optical aberration on star centroid location error

Tan Di^{1,2}, Zhang Xin¹, Wu Yanxiong¹, Liu Tao¹

 Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Centroid location accuracy of stars directly affects the limits of star sensor attitude measurement accuracy, one centroid location error is selection of spot model of star image energy in the algorithm. Star sensor's optical system inevitably has aberration which leads to changing of spot distribution, therefore, it has a realistic significance to explore the effect of optical aberrations on centroid location error for engineering application. Compared with the Gauss function model, four kinds of optical aberration were studied such as defocus and distribution law of centroid location error under the influence of the optical aberration. The analytical expression of location error was calculated combining with the physical process of centroid location, and its numerical simulation was achieved. Experimental results show that the different aberration result in respective spot distribution, further, different centroid location

收稿日期:2016-06-21; 修订日期:2016-07-15

基金项目:国家自然科学基金(61505201);吉林省科技发展计划青年科研基金(20160520175JH)

作者简介:谭迪(1991-),女,硕士生,主要从事星敏感器光学系统设计等方面的研究。Email:learner_tan@sina.com

导师简介:张新(1968-),男,研究员,博士生导师,博士,主要从事非常规复杂光学系统设计方面的研究。Email:optlab@ciomp.ac

error. And the centroid location error will decrease if the edge energy gets lower evenly at a slow speed according to controlling aberration well. The analysis of centroid location error will help to guide the latter systematic error compensation, and principle of controlling optical aberration will guide the optical system design of star sensor.

Key words: star sensor; centroid location; spot model; optical aberration

0 引 言

星敏感器是一种以恒星为探测对像,实现飞行 器惯性空间三轴姿态测量的高精度测量仪器,在航 天侦察、空间遥感测绘等高精尖技术领域得到了广 泛的应用。伴随着航天技术的快速发展,各领域对星 敏感器的姿态测量精度提出了更高的要求,目前国 外最高水平的星敏感器已经能够实现亚秒级的测量 精度,在解决航天最高水平侦查相机和测绘相机高 精度的定位需求中起了关键性作用。因此,星敏感器 精度水平的提升对我国空间技术水平的发展有着重 要意义¹¹。

星敏感器的工作过程可以概述为4个环节:星 图拍摄,星点提取,星图识别与姿态结算。而在影响 星敏感器测量精度的众多因素中,星点提取系统的 质心定位精度直接影响星图识别的成功率与输出姿 态角精度,决定了星敏感器姿态测量精度的极限。在 星点质心定位技术中,为使星敏感器的测量精度达 到秒级甚至亚秒级,需要将恒星星点图像在探测器 上进行弥散,并采用内插细分算法使得星点的质心。 定位精度达到亚像元或更高量级,所以影响定位精 度的误差源主要分为三方面:星点图像信噪比,细分 算法以及星点弥散斑模型。对星敏感器系统而言,恒 星可以视为无限远点光源,因此理论上可以用星敏感 器光学系统点扩散函数(Point Spread Function, PSF) 描述星像点弥散斑分布,传统的弥散斑模型是 Gauss 点扩散函数模型, 衍射受限系统中的星敏感器星点 成像过程可以视为圆孔的夫琅禾费衍射,弥散斑为 Airy 分布模型,为方便计算可以以 Gauss 分布模型 替代且误差较小四。在 Gauss 分布模型的基础上,参 考文献[3-5]通过频域分析方法,得到了星点提取系 统误差称 S 型曲线分布的规律,并对 S 型误差曲线 进行了补偿以提高定位精度。参考文献[6-7]提出了

带有离焦参量的 Giancarlo 点扩散函数模型,即未考 虑衍射的几何光学点扩散函数分布模型,应用频域 分析方法,在原 S 型质心定位曲线误差中引入振幅 调制项,证明了离焦像差会影响星点质心定位精度。 而星敏感器光学系统对孔径、视场有较高要求,是像 差光学系统,非对称像差的存在导致星点弥散斑在 探测靶面上呈失对称性分布。此外,由于全视场像差 的校正无法达到一致性,对称像差的存在会导致不 同视场的星点弥散斑尺寸发生变化,所以光学像差 的存在降低星点质心定位精度已成为阻碍星敏感器 精度提升的瓶颈性问题,揭示光学像差对星点质心 定位精度的影响机理和规律是十分必要的。

文中采用解析推导、数值仿真分析相结合的方 法,分析星点质心定位物理过程,模拟星敏感器光 学系统的衍射成像过程,同时引入光学像差限制因 素,分析各类像差影响下点扩散函数分布模型与传 统 Gauss 点扩散函数分布模型的差异性,并通过仿 真得到不同种类、不同大小像差的影响下星点质心 定位误差随质心偏移量之间的变化关系,进一步得 出星点质心定位误差与光学像差的关系,对星敏感 器光学系统设计、星点质心定位误差后期补偿具有 指导作用。

1 星点质心定位误差分析

1.1 星点采样过程分析

星点提取的目的是获得恒星像点在探测器平面 上位置坐标和星敏感器坐标系下的位置矢量,为后 续星图识别获得星敏感器在天球惯性系中的坐标提 供信息输入,而工程实践中最常用的星点提取方法 就是质心定位算法。星点采样过程中,恒星星光通过 星敏感器光学系统成像在探测器平面上,形成星点 图像,如图 1(a)所示,再经过平面阵列探测器光电采 样后形成数字化星图,如图 1(b)所示^[5]。



1.2 星点提取算法及误差分析

为获取探测器平面上的星点位置坐标,对星图中的星点进行质心定位,设探测器第(*i*,*j*)像元几何中心坐标为(*x_i*,*y_j*),则应用普通质心法提取的星点质心估计坐标由公式(1)给出,其中*U_i*表示探测器第(*i*,*j*)像元接受的星点能量,以像元尺寸(Pixel)为单位,采样后的*U_i*可以由光学系统点扩散函数*I*(*i*,*j*),公式(2)表示。若存在质心偏移时,这种用离散化的像元几何中心(*x_i*,*y_j*)来近似代替该像元能量分布的平衡点的计算方法是导致星点质心定位系统误差的主要原因。

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i,j} x_i U_{ij}}{\sum_{i,j} U_{ij}}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i,j} y_i U_{ij}}{\sum_{i,j} U_{ij}}$$
(1)

$$U_{ij} = \int_{x_i - 0.5}^{x_i + 0.5} \int_{y_i - 0.5}^{y_i + 0.5} I(x, y) dx dy$$
(2)

当星点图像存在能量质心偏移,即当星点真实 质心偏移至坐标(x₀,y₀)为时,可以得到星点质心定位 误差表达式为:

$$\delta_{x} = \bar{x} - x_{0} = \frac{\sum_{i,j} x_{i} U_{ij}}{\sum_{i,j} U_{ij}} - x_{0} = \frac{\sum_{i,j} x_{i} \left[\int_{x_{i} - 0.5}^{x_{i} + 0.5} \int_{y_{i} - 0.5}^{y_{i} + 0.5} I(x, y; x_{0}, y_{0}) dx dy \right]}{\sum_{i,j} \left[\int_{x_{i} - 0.5}^{x_{i} + 0.5} \int_{y_{i} - 0.5}^{y_{i} + 0.5} I(x, y; x_{0}, y_{0}) dx dy \right]} - x_{0} \qquad (3)$$

$$\delta_{y} = \frac{\sum_{i,j} y_{i} \left[\int_{x_{i} - 0.5}^{x_{i} + 0.5} \int_{y_{i} - 0.5}^{y_{i} + 0.5} I(x, y; x_{0}, y_{0}) dx dy \right]}{\sum_{i,j} \left[\int_{x_{i} - 0.5}^{x_{i} + 0.5} \int_{y_{i} - 0.5}^{y_{i} + 0.5} I(x, y; x_{0}, y_{0}) dx dy \right]} - y_{0} \qquad (4)$$

上式可知点扩散函数模型 *I*(*x*,*y*)的选取直接影响星点的质心定位误差,传统 Gauss 点扩散函数分布模型仅能表示理想情况下的星点能量分布,应用方便却不适合反映实际情况下星点能量分布,已不能满足甚高精度星敏感器的要求。为了进一步提高星点质心提取算法的精度,需要建立更为实际星像

能量分布的点扩散函数分布模型,星敏感器属于像 差光学系统,具有不同种类、大小的光学像差的光学 系统点扩散函数分布存在差异性,将引起不同的定 位误差分布,可见分析光学像差对星点质心算法系 统误差的影响有望进一步提高定位精度。

2 点扩散函数模型分析

2.1 模型的解析分析

探测器坐标系下,若采用传统 Gauss 分布模型 分析,是基于以下点扩散函数解析表达式:

$$I_{\text{Gauss}}(x, y) = \frac{I_0}{\sqrt{2\pi} \sigma^2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right]$$
(5)

像差光学系统点扩散函的解析表达方式有很多 种形式,为定量描述不同种类、大小的像差对光学系 统点扩散函数分布的影响,同时配合光学设计软件 平台,文中采用 Zernike 多项式对各种像差进行定量 解析^[8],其函数表达形式为:

$$W(\xi, \eta) = \sum_{i} A_{i} Z_{i}(\xi, \eta)$$
(6)

式中:*W*(ξ, η)的单位为波长(λ)。设光学系统物理出 瞳为 *P*(ξ, η),则得到系统光瞳函数的表达式为:

 $P'(\xi, \eta) = \exp[jkW(\xi, \eta)]P(\xi, \eta) =$

 $\exp[jk\sum_{i}A_{i}Z_{i}(\xi,\eta)]P(\xi,\eta) \qquad (7)$

依据夫琅禾费衍射理论,光学系统的振幅点扩 散函数(Amplitude point spread function,ASF)是光瞳 函数的傅里叶变换,将振幅点扩散函数的模作平方 运算,即得到像差光学系统点扩散函数表达式为:

 $I(x,y)=|F\{\exp[\sum AZ_i(\xi,\eta)]P(\xi,\eta)\}|^2$ (8) 式中: $f_x=\frac{x}{\lambda_z}$, $f_y=\frac{y}{\lambda_z}$,可见与传统 Gauss 点扩散函数 分布模型相比,像差光学系统点扩散函数具有完全 不同的解析形式,忽略光学像差的影响,必然降低星 点质心定位误差计算的准确率,造成后期的系统标 定的盲目性,分析光学像差对质心定位精度的影响 机理与规律是研究更高精度星敏感器系统的有效途 径。

对于像差光学系统点扩散函数,目前一般使用 的 Zernike 多项式有 Standard Zernike 多项式和 Fringe Zernike 多项式两种,文中使用 Fringe Zernike 多项式类型,最多可有 37 项,表1 给出了直角坐标 (ξ, η) 转换为极坐标 (ρ, θ) 形式后,不同种类光学像差 具有的 Fringe Zernike 多项式形式。

表 I Fringe Zernike 多坝式				
Tab.1	Fringe Zernike	polynomials		
e item (z)	Polynomial	Aberration		

Zernike item (z_i)	Polynomial	Aberration
Z_3	$2\rho^2 - 1$	Defocus
Z_4	$\rho^2 \cos(2\theta)$	Astigmatism at 90°
Z_5	$\rho^2 \sin(2\theta)$	Astigmatism at 45°
Z_6	$(3\rho^2 - 2\rho^2)\cos(\theta)$	Sagittal coma
Z_7	$(3\rho^2-2\rho^2)\sin(\theta)$	Transverse coma
Z_8	$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$	Primary spherical aberration

2.2 模型的数值分析

结合夫琅禾费衍射理论得到的对1λ(P-V)离 焦光学系统点扩散函数,将Z。代入公式(8),应用 MATLAB进行数值仿真的结果如图2(a)所示,虽然 中心能量塌陷为暗斑,但中心附近区域能量较为集 中,边缘能量快速下降,图2(b)是对离焦光学系统点 扩散函数进行 Gauss 拟合得到的传统点扩散函数分 布模型,可以看出 Gauss 点扩散函数模型的光强分 布均匀,且呈中心对称,其边缘能量逐渐降低,与离 焦光学系统点扩散函数分布具有较大的偏差。



为方便观测,将二维分析简化为一维,对各类像 差光学系统的点扩散函数分布进行 Gauss 函数拟合 分析,建立拟合评价函数拟合优度 (Goodness of fitting,*R*²),拟合优度数值越大表示二者的拟合优度 越高。图3是不同种类、大小的像差引起的拟合优度 的分布情况,可以看出对各类光学像差点扩散函数 进行 Gauss 拟合时,拟合优度各异且随像差种类、大 小而变化:离焦点扩散函数与 Gauss 函数拟合的程 度最不理想,拟合优度较低且随像差大小的变化幅 度大,主要原因是其弥散斑中心能量明暗交替变化、 边缘能量的减弱趋势快慢交替变化,造成弥散斑分 布随波像差改变而变化剧烈;球差拟合优度约在 (*P*-*V*)达到最小值而后增大,主要原因是球差在此之 后外环带能量增强分担内环带能量,使能量再次集 中于中央亮斑,从而提高与 Gauss 函数的拟合优度。 而其它像差在 0~1λ 波像差范围内,弥散斑环带较 少,能量主要集中在中央亮斑,边缘能量缓慢减弱, 与 Gauss 函数的拟合程度尚可。综合来看,在研究亚 像元精度星敏感器质心定位算法时,已经不能将实 际星点弥散斑能量分布模型理想的近似为 Gauss 函 数,考虑更符合实际的光学像差对点扩散函数分布 模型,分析其对星点质心定位精度影响的分布规律 是极为必要的。



Fig.3 Distribution of R²

3 光学像差对星点质心定位误差的影响分析

3.1 基于 Gauss 点扩散函数的质心定位误差分析

由于传统 Gauss 函数分布模型在横纵坐标方向 相互独立且形式一致,将二维分析简化为一维。在不 引入噪声的情况下,点扩散函数分布即表示探测器 接收的星点能量分布,采用普通质心提取算法时,将 公式(5)代入公式(3),并将星点质心真实偏移至 x₀, 若设未偏移时质心为原点,则偏移量即为偏移后真 实质心坐标,得到的横坐标方向星点质心偏移造成 的质心定位误差表达式为:

$$\delta_{x} = \frac{\sum x_{i} \left\{ \int_{x_{r}=0.5}^{x_{r}+0.5} \exp\left[-\frac{(x-x_{0})^{2}}{2\sigma^{2}}\right] dx \right\}}{\sum_{i} \left\{ \int_{x_{r}=0.5}^{x_{r}+0.5} \exp\left[-\frac{(x-x_{0})^{2}}{2\sigma^{2}}\right] dx \right\}} - x_{0}$$
(9)

将星点质心偏移量 x₀每次沿横坐标方向移动 0.01 pixel 尺寸,移动范围是(-0.5,0.5),探测器采用 5×5 开窗,Gauss 半径 σ取 0.7 pixel 尺寸,对质心定 位误差进行数值仿真^[9],得到的误差曲线如图 4 所示,可以发现误差分布呈较为规则的 S 型,频域分析结果显示定位误差以像元为周期分布,与质心偏移量之间有近似正弦函数关系,从而可以对曲线正弦拟合进行误差补偿,同时通过误差曲线可以看出此时质心偏移引起的定位误差不高于 1/100 pixel 尺寸,具有很高的质心定位精度





3.2 基于光学像差点扩散函数的质心定位误差分析

若以光学像差点扩散函数描述星点弥散斑能量 分布,不考虑噪声的影响时也为探测器接收的星点 能量分布,采用不同质心提取算法分析光学像差影 响下的星点质心定位误差时,将像差光学系统点扩 散函数公式(8)代入质心定位误差公式(3),并在横坐 标方向作 x₀大小的偏移,得到的一维像差光学系统 的质心定位误差表达式为:

 $\delta_{x} = \frac{\sum_{i} x_{i} \{ \int_{x_{i} \to 0.5}^{x_{i} \to 0.5} |F\{\exp[jk\sum_{i} A_{i}Z_{i}(\xi,\eta)]P(\xi,\eta)\}|^{2} dx \}}{\sum_{i} \{ \int_{x_{i} \to 0.5}^{x_{i} \to 0.5} |F\{\exp[jk\sum_{i} A_{i}Z_{i}(\xi,\eta)]P(\xi,\eta)\}|^{2} dx \}} - x_{0}(10)$

式中: $f_x = \frac{x-x_0}{\lambda z}$, $f_y = 0$ 。为分析像差种类、大小各自对定 位误差的影响,将 0.5 λ (*P*-*V*)、2 λ (*P*-*V*)离焦、0.5 λ (*P*-*V*)弧矢彗差的 Fringe Zernike 像差多项式 Z_3 、 Z_6 代入 公式(10),探测器同样取 5×5 开窗,为与 Gauss 函数 分布对应,取 99.7%能量光斑半径为 Gauss 半径的 3倍¹²¹,即 $R_{99.7\%} = 3\sigma^{121}$,同样取 σ 为 0.7 个像元尺寸, 得到相应像差光学系统中星点质心偏移造成的定位 误差曲线,如图 5 所示。可以发现,误差分布情况已 完全不同于传统的 S 型误差曲线,且不同种类、大小 的像差系统误差分布各异。离焦光学系统点扩散函 数的对称性使其定位误差曲线也呈对称分布,但质 心偏移引起的误差最大值上升,0.5λ(P-V)离焦像差 使误差最大值升至 1/10 pixel 尺寸,2λ(P-V)离焦像 差使误差最大值上升值 1/50 pixel 尺寸,此处小离焦 像差引起大的质心定位系统误差主要原因是,较之 0.5λ(P-V)离焦像差,2λ(P-V)离焦像差使星点弥散 斑能量半径增大,点扩散函数边缘能量减弱趋势相 较缓慢,探测器采样后对质心定位精度影响相对减 小;而彗差光学系统点扩散函数虽然与 Gauss 函数 拟合时具有很好的拟合优度,但其分布不具有对称 性,使能量质心已偏移几何中心,导致质心定位误差 增大,0.5λ(P-V)弧矢彗差造成横坐标方向星点质心 定位精度已不足 1/10 pixel 尺寸。



Fig.5 Centroid location error of optical system with aberration

同时通过图 5 可以看出,不同种类、大小像差光 学系统引起的质心定位误差曲线各不相同,通过仿 真分析,得到误差均方根值 (Root Mean Square, RMS)与像差种类、大小之间的关系如图 6 所示,各 误差初始值相同,即为衍射受限系统中的质心定位 误差,定位精度约为 1/10 pixel 尺寸,远不如图 4 所 示的基于 Gauss 点扩散函数分布的 1/100 pixel 尺寸 的定位精度,说明 Gauss 点扩散函数模型根本不能 如实地反映星点弥散斑分布。随着不同种类、大小的 光学像差的引入,质心定位误差各不相同,主要原因 来自于各像差光学系统点扩散函数分布不同。

图 6(a)是质心定位误差值随离焦像差大小的变 化情况,可以看出离焦像差的存在有利于星点质心 定位精度的提升,正验证了星敏感器系统采用离焦 技术达到亚像元精度的合理性,在光学系统设计及 装配时应考虑离焦像差的引入,同时由于离焦像差 使光学系统点扩散函数存在边缘能量减弱趋势快慢 变化、中心能量明暗交替变化的情况,造成定位误差 分布不稳定,若希望使定位精度达到 1/25 pixel 尺寸 左右的精度,系统离焦像差应大于 1λ(P-V)。另一方 面离焦像差不能过大,避免其降低星点图像信噪比、 降低星敏感器测量精度等,对于离焦像差控制范围 的上边界,需结合星敏感器系统性能参数综合考虑, 如光学系统 F 数、探测器性能尺寸等,所以不同的星 敏感器系统对离焦像差控制范围上边界存在差异。

图 6(b)为初级球差光学系统中,质心定位误差 随像差的增大变化较为规律,误差 RMS 值变化接近 S 型,此波像差变化范围内,小误差出现在0.6λ(P-V) 处,主要原因是光斑外围亮环合适的分担能量使光 斑弥散,探测器采样后,相邻像元间能量差异变小, 使质心定位误差减小,但也不足 1/20 pixel 尺寸的定 位精度,这也说明并非对称函数采用灰度加权的就 能够获得高精度的质心定位,而图 3 拟合曲线发现 0.6λ(P-V)的初级球差点扩散函数与 Gauss 点扩散 函数的拟合度却是最低的,这也从侧面反映出以 Gauss 点扩散函数作为弥散斑模型的不足。





Fig.6 Change of centroid location error with different aberration

图 6(c)给出了弧矢彗差对质心定位误差的影响, 与初级球差相同的是外围亮环分担能量可以使定位 误差相对减小,而弧矢彗差造成点扩散函数失对称 性的影响则使定位误差不断增大,综合作用下,质心 定位误差呈上升趋势,所以在星敏感器光学系统中, 若希望质心定位精度优于 1/10 pixel 尺寸,彗差应控 制在 0.1λ(*P*-*V*)以内。

图 6(d)给出了 90°像散像差光学系统中,质心定

位误差值的变化情况,随着像散像差的增加,虽然点 扩散函数中心始终为亮斑,但在 0.6λ(P-V)处,其边 缘能量减弱趋势缓慢,使定位误差减小至最小,定位 精度优于 1/50 pixel 尺寸。

可以看出,光学像差对星点质心定位系统误差 影响的分布各异,若像差使点扩散函数边缘能量减 弱趋势缓慢,则有利于定位误差的减小。光学系统设 计时,应着重考虑系统点扩散函数分布情况,离焦、 像散像差可以将光斑弥散以提高定位精度,但同时 存在也会使光斑呈椭圆形分布,所以应配合控制使 光斑能量尽量呈对称分布、边缘能量以缓慢趋势减 弱来降低质心定位误差;球差虽为对称像差,但对质 心定位精度影响仍较大,误差 RMS 值随像差大小变化 接近 S型,所以应将其控制在合理范围,如 0.6λ(P-V)值 附近,其光斑各亮环能量由内至外逐渐减弱,使探测 器采样后相邻像元能量变化缓慢,有利于质心定位 误差的减小。彗差为失对称像差,对质心定位精度影 响明显,应使其尽量小。

4 结 论

文中通过分析星敏感器系统星点提取的物理过 程,推导质心定位误差解析表达式,结果表明质心定 位系统误差受弥散斑模型,即光学系统点扩散函数模 型的选取影响明显,而各类光学像差形成不同的点扩 散函数分布模型,与基于传统 Gauss 点扩散函数模型 相比,星点质心定位误差有所变化,且影响各异,分析 光学像差对星点质心定位误差的影响对工程应用具 有现实意义。通过数值分析得到离焦、球差、彗差和像 散四种光学像差影响下,星点质心定位误差值的分布 情况,总结对星敏感器光学系统设计时各像差的控制 提出了指导意见:重考虑光学系统的点扩散函数分布 情况,各像差的控制应使星点弥散斑边缘能量呈缓慢 趋势减弱来减小系统质心定位精度。

参考文献:

[1] Ju G, Junkins J L. Overview of star tracker technology and its trends in research and development [J]. *Advances in the* Astronautical Sciences, 2003, 115: 461-477.

- [2] Zhang Xinyu, Hao Yuncai. Analysis of the star image energy distribution mathematical model and its effect on the accuracy for a star tracker [J]. *Aerospace Control and Application*, 2013, 39(3): 14–18. (In Chinese)
- [3] Alexander B F, Ng K W. Elimination of systematic error in subpixel accuracy centroid estimation [J]. Optical Engineering, 1991, 30(9): 1320–1331.
- [4] Jia H, Yang J K, Li X J, et al. Systematic error analysis and compensation for high accuracy star centroid estimation of star tracker[J]. *Science China Technological Sciences*, 2010, 53(53): 3145–3152.
- [5] Wei Xinguo, Xu Jia, Zhang Guangjun. S –curve error compensation of centroiding location for star sensor [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21 (4): 849–857. (in Chinese)
- [6] Giancarlo Rufoino, Domenico Accardo. Enhancement of the centroiding algorithm for star tracker measure refinement [J]. *Acta Astronautica*, 2003, 53: 135–147.
- [7] Jiang Liang, Zhang Yu, Zhang Liguo, et al. Effect of point spread functions on star centroid error analysis [J]. *Infrared* and Laser Engineering, 2015, 44 (11): 3437-3445. (in Chinese)
- [8] Chen Y L, Liu X Y, An W P. An improved weighted centroid location algorithm [J]. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2014, 270: 135–140.
- [9] Stirbl R C, Pain B. CMOS active pixel sensor specific performance effects on star tracker/imager position accuracy [C]//Proceedings of SPIE, 2001, 4284:43–53.
- [10] Liao Yufu, Zhong Jianyong. A new method used for star distillation of near-infrared star image of star tracker [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43 (5): 1667–1671. (in Chinese)
- [11] Wang Fan, Chang Jun, Hao Yuncai, et al. Mathematical model research of star image energy distribution of star tracker [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(5): 051203. (in Chinese)
- [12] Wu Yanxiong. Study on several key technologies for highaccuracy star sensor [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2015. (in Chinese)