

## 四象限探测器基于高斯分布的激光光斑中心定位算法

唐彦琴, 顾国华, 钱惟贤, 陈 钱, 张 骏

(南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094)

**摘要:** 为了提高四象限探测器在 FPGA 中实时激光光斑位置测量的精度, 提出了一种基于高斯分布的光斑中心定位算法。首先, 四象限探测器光敏面上分布的激光光斑采用高斯分布模型等效。结合探测器的工作原理, 合理设置高斯积分区间, 计算出呈高斯分布的光斑在探测器各象限内的光能量, 从而对应各象限输出的光电流, 得到包含光斑位置信息的正态分布关系式。再通过标准正态分布表查询快速求解出光斑中心位置, 将算法在硬件上实时地实现。最后, 分别对基于高斯分布的定位算法和基于圆模型的传统算法进行仿真与实验验证。结果表明, 基于高斯分布的定位算法的测量精度相较于传统算法提高了 43.8%。由此证明基于高斯分布的定位算法能有效提高激光光斑中心位置测量精度。

**关键词:** 四象限探测器; 光斑中心; 高斯分布; FPGA

中图分类号: TN215 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.0206003

## Laser spot center location algorithm of four-quadrant detector based on Gaussian distribution

Tang Yanqin, Gu Guohua, Qian Weixian, Chen Qian, Zhang Jun

(School of Electronic Engineering and Photoelectric Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Laser spot center location algorithm of four-quadrant detector based on Gaussian distribution was proposed to improve the accuracy of real-time laser spot center location measurement in FPGA. Firstly, the laser spot used Gaussian distribution model was equivalently analyzed. Combined with working principle of the four-quadrant detector and a reasonable set of Gauss integration interval, light energy of each quadrant can be calculated. Corresponding to the photocurrent in the same area, Gaussian distribution equations containing location information were deduced. And then, by using the standard Gaussian distribution table, laser spot center location expressions were derived quickly which made the algorithm be implemented in hardware in real time. Finally, simulation and experimental verification were carried out with the algorithm which was based on Gaussian distribution and circular model respectively. The results show that the precision of the algorithm based on Gaussian distribution is increased by 43.8%. Thus, it proves that this algorithm can effectively improve the accuracy of spot center location measurement.

**Key words:** four-quadrant detector; spot center; Gaussian distribution; FPGA

收稿日期: 2016-06-21; 修订日期: 2016-07-24

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK20130769)

作者简介: 唐彦琴(1991-), 女, 硕士生, 主要从事光电信号处理等方面的研究。Email: 1174802035@qq.com

导师简介: 顾国华(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光光电成像理论与技术、图像识别处理及应用技术方面的研究。

Email: gghnjust@163.com

## 0 引言

四象限探测器是一种常见的定位测量器件,它将圆形或方形光敏面窗口通过光刻技术均匀分割成形状相同、参数相等、呈轴对称分布的四个象限<sup>[1]</sup>进行位置测量。四象限探测器具有体积小、光谱范围宽、位置分辨率高、灵敏度高及动态响应范围宽等优势<sup>[2]</sup>,可广泛应用于位置测量、激光准直<sup>[3]</sup>、自动定位、跟踪等精密光电检测系统中。

用于激光光斑中心坐标确定的定位算法是影响四象限探测器测量精度的重要因素之一。众研究者提出了圆模型<sup>[4]</sup>、高斯分布<sup>[5]</sup>、椭圆模型<sup>[6]</sup>及统计分布模型<sup>[7]</sup>等以等效激光光斑在探测器光敏面上的分布,从而得到不同的光斑中心定位算法。其中基于圆模型的定位算法是最早也是应用最为广泛的一种算法,其模型简单、计算量小,但测量精度较低<sup>[8]</sup>。而高斯分布模型更接近实际光斑光强分布,但随之带来的是计算复杂,难以实现实时检测,因此以往基于高斯模型的定位算法只是给出包含位置信息的二维高斯积分等式。对此,文中提出的定位算法给出合理高斯积分区间,推导出了高斯模型的求解公式,并利用标准正态分布表快速求解出了光斑中心坐标位置,很大程度上降低了计算量。

## 1 四象限探测器位置测量原理与算法

### 1.1 四象限探测器位置测量原理

四象限探测器是利用半导体光伏效应工作的,每个象限都可看成一个独立的光电二极管。当激光光斑照射到探测器光敏面上时,各象限根据区域内所接收光斑能量产生相应大小的光电流,通过对光电流进行转换和计算,最终可确定光斑中心的位置坐标<sup>[9]</sup>。

四象限探测器基本结构原理如图 1 所示,盲区将圆形光敏面分割成 A、B、C、D 四个区域。当探测器工作时,激光经光学系统汇聚映射在探测器光敏面上,光斑中心位置坐标为  $a(x_0, y_0)$ 。此时激光光斑在探测器的四象限上各自光能量  $I_A, I_B, I_C, I_D$ ,从而对对应各象限阴极所输出光电流为  $i_A, i_B, i_C, i_D$ ,对应关系如公式(1)所示。

$$I_n \propto i_n, n=A, B, C, D \quad (1)$$

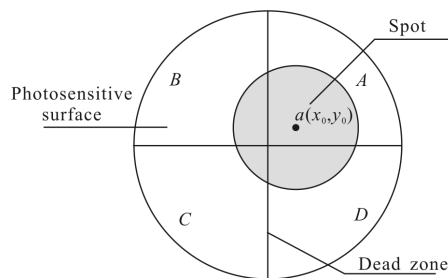


图 1 四象限探测器光敏面示意图

Fig.1 Four-quadrant detector photosensitive surface

当激光光斑在四象限探测器上产生位移时,各象限接收到的光能量就会产生变化,从而导致各象限输出光电流产生相应变化。因此,可根据输出光电流通过不同算法求解出光斑中心坐标。

四象限探测器测量光斑位置时,当光斑处于光敏面中心的一定区域时,探测器四象限皆有光辐射,输出光电流信号可通过特定算法计算出光斑中心的坐标,此区域称为跟踪区;超出这个区域,没有接收到光辐射的象限将没有光电流信号输出,此时探测器只能测出光斑所在象限信息,该区域称为搜索区。在求解出光斑中心坐标时,光斑定位算法只考虑光斑在跟踪区内。

### 1.2 基于圆模型光斑定位经典算法

在经典算法中,如图 2 所示,激光光斑等效为能量分布均匀且半径为  $r$  的圆柱。因此各象限所接收的光能量  $I_n$  与光斑映射在探测器光敏面上的面积  $S_n$  成比例<sup>[10]</sup>,见公式(2)。

$$I_n \propto S_n, n=A, B, C, D \quad (2)$$

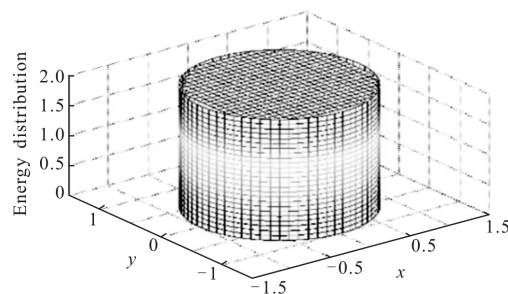


图 2 能量均匀分布的光斑模型

Fig.2 Light spot model with uniform distribution of energy

根据四象限探测器原理与约定,光斑中心位置  $(x_0, y_0)$  可用公式(3)得到,其中  $k$  为比例系数,是一常数。

$$\begin{cases} x_0=k \frac{(S_A+S_D)-(S_B+S_C)}{S_A+S_B+S_C+S_D} \\ y_0=k \frac{(S_A+S_B)-(S_C+S_D)}{S_A+S_B+S_C+S_D} \end{cases} \quad (3)$$

一般,由于四路输出光电流信号较小,为了便于后续处理,通常对各象限信号进行等倍数放大处理,设放大电路增益为  $A$ ,则放大后输出电压  $U_n$  可由公式(4)表示。

$$U_n=Ai_n, n=A, B, C, D \quad (4)$$

结合公式(1)、(2)、(4),可看出输出电压  $U_n$  与光斑映射在探测器光敏面上的面积  $S_n$  成正比,比例系数为  $k_1$ ,如公式(5)所示。

$$U_n=k_1s_n, n=A, B, C, D \quad (5)$$

将公式(5)代入到公式(3)中,光斑中心位置  $(x_0, y_0)$  由输出电压  $U_n$  求解得到,如公式(6)所示。

$$\begin{cases} x_0=k \frac{(U_A+U_D)-(U_B+U_C)}{U_A+U_B+U_C+U_D} \\ y_0=k \frac{(U_A+U_B)-(U_C+U_D)}{U_A+U_B+U_C+U_D} \end{cases} \quad (6)$$

圆模型是最为简单和理想的模型,基于圆模型的经典算法公式简单,求解计算量小,得到广泛应用,但随之带来的是误差较大,系统标定时更加繁琐。在实际中,光斑能量不是均匀分布的,四象限光能量不能简单地用光斑面积替代。

### 1.3 基于高斯分布的定位算法

四象限探测器输出光电流大小取决于各象限接收到光斑的光能量  $I$ 。一般来说,普通激光器出射光斑能量呈高斯分布,如图 3 所示,光斑能量在其中心处最强,呈圆形向外扩散,且能量逐渐衰弱。

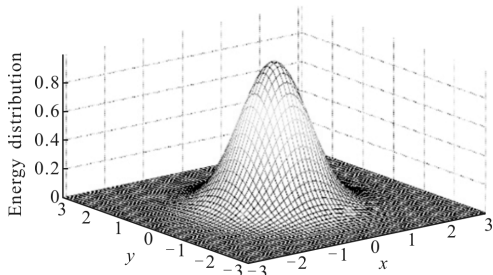


图 3 能量呈高斯分布的光斑模型

Fig.3 Light spot model of energy Gaussian distribution

激光光斑经光学系统汇聚后落在探测器光敏面上,光斑中心位置坐标为  $(x_0, y_0)$ ,其中  $I(x, y)$  表示光敏面上  $(x, y)$  处的光强值,则呈二维高斯分布等效的

光斑能量概率密度函数为:

$$I(x, y)=\frac{I_0}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (7)$$

式中: $I_0/2\pi\sigma^2$  为光斑中心点光强; $\sigma$  为激光能量分布的束腰半径,它决定了光斑衰减速度和照射范围。在半径为  $R$  的四象限探测器光敏面中,由于光斑的能量 91.1% 都集中在以光斑中心为圆心,  $2\sigma$  为半径的圆内,因此,当束腰半径  $\sigma$  尺寸满足  $2\sigma=0.5R$  时激光定位测量效果最佳。此时,它既能获得较大的有效测量区域,又充分利用了光斑照射能量,提高了测量精度<sup>[1]</sup>。

对于能量呈高斯分布的激光光斑来说,四象限探测器光敏面边界限制了函数积分范围,但由于光斑绝大部分能量都在光敏面内,因此对光敏面边界积分可近似为对无穷域进行积分,整个光敏面上光斑的光能量总和如公式(8)所示。

$$I_{\text{总}}=\frac{I_0}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx dy=I_0 \quad (8)$$

结合公式(1)和(8),四路经等倍数放大后的输出电压总和与光能量等效关系如公式(9)所示。

$$U_{\text{总}}=U_A+U_B+U_C+U_D=M \cdot I_{\text{总}}=MI_0 \quad (9)$$

式中: $M$  为比例系数,是一常量。根据公式(9),四路经等倍数放大后的各自输出电压与光斑中心位置的关系如下所示:

$$\begin{cases} U_A=\frac{MI_0}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx dy \\ U_B=\frac{MI_0}{2\pi\sigma^2} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^0 \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx dy \\ U_C=\frac{MI_0}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^0 \int_0^0 \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx dy \\ U_D=\frac{MI_0}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^0 \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx dy \end{cases} \quad (10)$$

为了求解出光斑中心坐标为  $(x_0, y_0)$ ,对公式(10)进行化简,在求解  $x_0$  时将双重积分先转变为一重积分,得到公式(11)。

$$U_A+U_D=\frac{MI_0}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] dx \quad (11)$$

将公式(9)代入到公式(11)中,并化简得到公式(12)。

$$\frac{U_A+U_D}{U_A+U_B+U_C+U_D}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (12)$$

同理,可以得到关于  $y_0$  的求解式,见公式(13)。

$$\frac{U_A+U_B}{U_A+U_B+U_C+U_D} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-y_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) dy \quad (13)$$

公式(12)和(13)分别为光斑中心位置坐标  $x_0, y_0$  的求解关系式,可以看出  $x_0, y_0$  的具体数值蕴藏在高斯分布函数的积分中,其公式不能用初等函数表示。由于在 FPGA 中无法直接计算得出,因此需将标准正态分布函数在 FPGA 中转化成查找表(LUT),通过 FPGA 实时地查表得到准确的光斑中心位置坐标。

## 2 基于高斯分布的定位算法求解

### 2.1 标准正态分布表查询

激光光斑在探测器光敏面上发生位移时,精确测量光斑中心坐标的前提是整个光斑落在光敏面的

跟踪区中,这就限定了光斑中心位置( $x_0, y_0$ )的最大移动范围。其中设  $x_0 \in [-600, 600], y_0 \in [-600, 600]$ 。

当  $\sigma=1, x_0=0, y_0=0$ , 正态分布即为标准正态分布,如公式(14)所示。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \phi(x) \quad (14)$$

由于  $f(x)$  不是初等函数,因此将  $f(x)$  波形的  $x$  轴  $[-3, 3]$  区间内等分成 1 200 个点,由于  $f(x)$  波形对  $y$  轴成轴对称,因此只需标定  $x > 0$  时的 600 个点。当  $x < 0$  时,可通过  $f(x) = 1 - \phi(x)$  求解得到,这样就能高精度地求解出光斑中心坐标。表 1 为部分标准正态分布的值,其中表的纵轴表示  $x$  值的个位,横轴表示  $x$  值小数点后一位,表中数据为与  $x$  相对应的  $\phi(x)$  值。

表 1 部分标准正态分布表

Tab.1 Part of the standard normal distribution table

$x$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	0.500 0	0.539 8	0.579 3	0.617 9	0.655 4	0.681 5	0.725 7	0.758 0	0.788 1	0.815 9
1	0.841 3	0.864 3	0.884 9	0.903 2	0.919 2	0.933 2	0.945 2	0.955 4	0.964 1	0.971 3
2	0.977 2	0.982 1	0.986 1	0.989 3	0.991 8	0.993 8	0.995 3	0.996 5	0.997 4	0.998 1

由于激光光斑中心坐标为( $x_0, y_0$ )的求解关系式并非标准高斯分布,因此需将其转化成标准分布求解,见公式(15)、(16),其中  $U_{总} = U_A + U_B + U_C + U_D$ 。

$$\begin{cases} \phi\left(\frac{x_0}{\sigma}\right) = \frac{U_A+U_D}{U_{总}}, \frac{U_A+U_D}{U_{总}} \geq 0.5 \\ \phi\left(\frac{-x_0}{\sigma}\right) = 1 - \frac{U_A+U_D}{U_{总}}, \frac{U_A+U_D}{U_{总}} < 0.5 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \phi\left(\frac{y_0}{\sigma}\right) = \frac{U_A+U_B}{U_{总}}, \frac{U_A+U_B}{U_{总}} \geq 0.5 \\ \phi\left(\frac{-y_0}{\sigma}\right) = 1 - \frac{U_A+U_B}{U_{总}}, \frac{U_A+U_B}{U_{总}} < 0.5 \end{cases} \quad (16)$$

### 2.2 标定 $\sigma$ 值

由于工作温度、视场目标大小及探测距离都会影响光斑大小<sup>[12]</sup>,为了获得更加精确的激光光斑中心位置,每次进行探测器工作之前,需标定  $\sigma$  值。四象限探测器进行激光定位测量时,是将探测器固定在工作台上,而激光器则安装在可精确控制角度的转台上进行工作的。

如图 4 所示,首先标定四象限探测器中心位置。当四象限输出电压值  $U_A+U_B+U_C+U_D$  时,光斑中心与四象限探测器中心重合。此时,转台沿  $x$  轴方向转动

角度  $\theta$ , 而四象限探测器前面的光学镜头焦距为  $f$ ,其中光斑移动的距离  $\Delta x$  可由公式(17)求得。

$$\Delta x = f \cdot \tan \theta \quad (17)$$

并且,四象限电压输出值为  $U_A, U_B, U_C, U_D$ ,将数值代入到公式(15)和表 1 中,可反推出  $\Delta x/\sigma$ ,其中  $\Delta x$  由公式(17)求得,由此通过已知的  $\theta$  可得到激光束腰半径  $\sigma$ 。以上步骤可进行多次,得到  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ ,求取平均值,得到最终  $\sigma$  的值代入到光斑中心坐标为( $x_0, y_0$ )的求解关系式中。

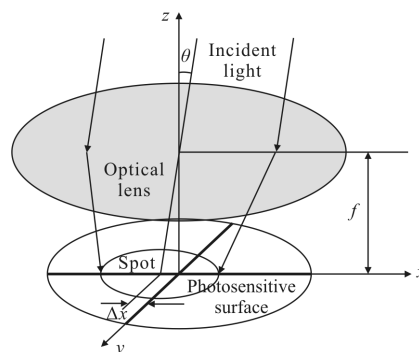


图 4 光斑移动示意图

Fig.4 Schematic diagram of the mobile light spot

### 3 仿真结果与分析

由于 y 轴测量的原理与 x 轴原理完全相同,因此文中仿真及实验部分仅以 x 轴位移为例。设四象限探测器半径  $R=3\text{ mm}$ ,激光光斑中心只在探测器光敏面 x 轴上移动,即  $(x_0, y_0)$  在  $(-3\text{ mm}, 0)\sim(3\text{ mm}, 0)$  之间变化。事实上,光斑中心发生位移时,四象限光电流的变化并不是完全线性的,传统的定位算法只是对放大后的光电流做线性处理,因此它得到的 x 轴偏移量的变化曲线等同于四象限光电流的变化曲线,如图 5 所示,传统算法得到的 x 轴偏移量曲线随着偏移量的增大,曲率逐渐变小从而偏离了线性区;而文中提出的基于高斯分布的定位算法通过在高斯积分求得 x 轴偏移曲线,由图 6 可知,通过  $\phi(x)$  求解得到的 x 轴偏移量曲线变化曲率与传统算法正好相反,从而抵消了部分误差,从图 5 中可以看出,文中算法得到的 x 轴偏移量线性区得到扩展,且更接近于真实值。

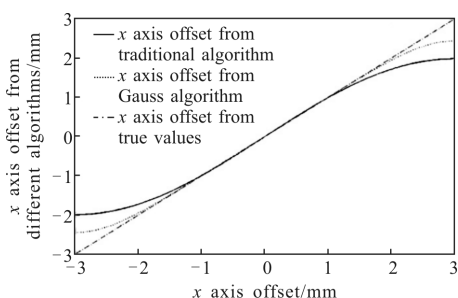


图 5 不同算法得到 x 轴偏移量变化曲线

Fig.5 x axis offset curves from different algorithms

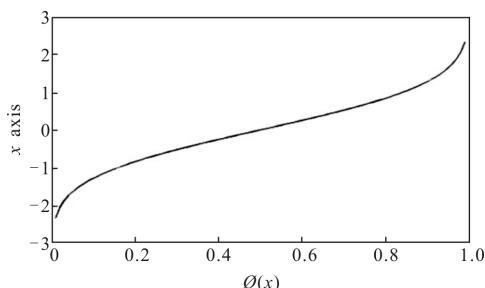


图 6 x 与  $\phi(x)$  关系曲线

Fig.6 Relational curve of x and  $\phi(x)$

为了定量表示两种算法在测量精度上的相对大小,通过引入相对误差值来判断。相对误差值  $E_x$  计

算如公式(18)所示,其中  $x'$  为利用算法计算得到的 x 轴偏移量,  $x_0$  为移动确定角度时的实际 x 轴偏移量。

$$E_x = \frac{x' - x_0}{x_0} \times 100\% \quad (18)$$

图 7 为两种算法得到的 x 轴偏移量与真实值之间的相对误差仿真曲线。很明显,基于高斯分布的定位算法扩展了 x 轴线性区,且非线性区相对误差也小于传统算法。由此可以看出,基于高斯分布的定位算法确实优于传统定位算法。

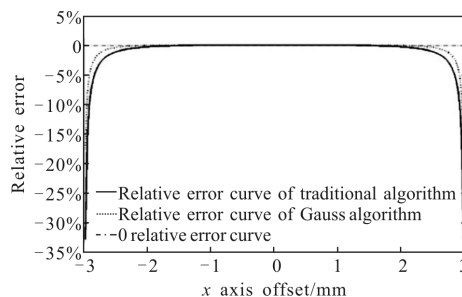


图 7 x 轴偏移量与真实值之间的相对误差仿真曲线

Fig.7 Relative error simulation curve of the x axis offsets and the true values

### 4 实验验证与分析

实验平台搭建如图 8 所示,主要实验装置包括波长 1 064 nm 的激光器、光学汇聚系统、型号为 QA4000-10 的四象限 APD 探测器,电控转台、等倍数放大电路、高速 AD 采集板、型号为 EP2C5F256I8 的 FPGA 和计算机,其中 AD 得到的数据经计算机仿真与标定后,再通过 FPGA 进行实时激光光斑定位测量。

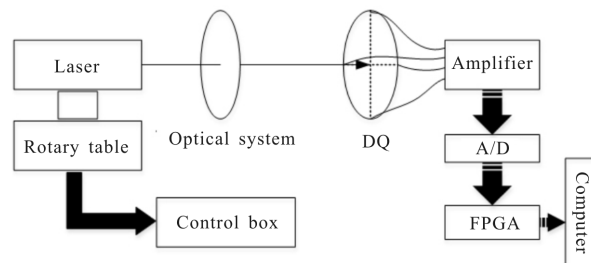


图 8 实验平台示意图

Fig.8 Schematic diagram of the experiment platform

实验具体过程如下:

在已经搭建好的实验平台上,首先通过标定各象限输出电压使得激光光斑中心落在四象限探测器

光敏面原点上, 然后按照步骤 2.2 得到基于高斯分布信号处理算法求解的  $\sigma=1.569\text{ mm}$ 。实验中, 激光光斑沿光敏面  $x$  轴正方向移动, 每次转台转动  $0.05^\circ$ , 转动  $5^\circ$  后沿反方向再转动  $5^\circ$ , 得到的  $x$  轴的动态范围为  $(-3\text{ mm}, 0)\sim(3\text{ mm}, 0)$ 。最后, 经放大器等倍数放大后的四象限探测器输出电压值分别通过传统算法和高斯分布算法计算获得各自激光光斑中心位置。其中, 实验中求解各算法得到的  $x$  轴的偏移量结果如图 9 所示。

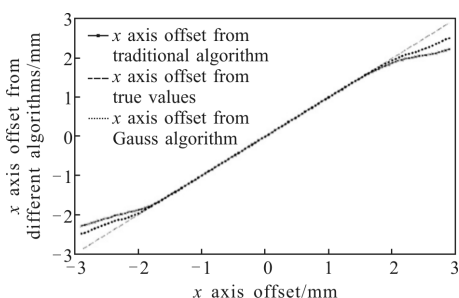


图 9  $x$  轴方向光斑移动实验示意图

Fig.9 Schematic diagram of light spot in the  $x$  direction mobile experiment

从图 9 可以看出, 以传统算法得到光斑  $x$  偏移量在  $[-1.67\text{ mm}, 1.65\text{ mm}]$  范围内保持线性, 而以高斯分布算法能够将线性区间扩展到  $[-1.89\text{ mm}, 1.86\text{ mm}]$ 。

图 10 为光斑  $x$  轴偏移量与真实值之间的相对误差曲线。从图中可以看出, 高斯分布算法相对误差普遍小于传统算法误差。在线性区, 以高斯分布算法得到偏移量  $x_2'$  的最大相对误差为  $0.82\%$ , 传统算法得到偏移量  $x_1'$  的最大相对误差为  $1.46\%$ , 因此基于高斯分布算法的位置测量精度相对于传统算法提高了  $43.8\%$ , 与仿真结果相符。

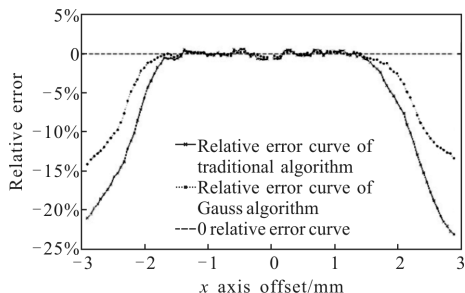


图 10  $x$  轴偏移量与真实值之间的相对误差曲线

Fig.10 Relative error curve of the  $x$  axis offsets and the true values

虽然文中提出基于高斯分布的算法相较于传统算法激光定位精度高, 但依然存在微小误差, 其主要原因有标准正态分布表细化度不够、系统带来的随机误差、四象限与后续放大电路不均匀性和暗电流噪声、高速 AD 采样误差及实际光斑能量分布不均匀等。

## 5 结论

文中提出了一种基于高斯分布的四象限探测器激光光斑中心定位算法。在确保实验系统精度的前提下, 通过实验验证, 文中算法相较于传统算法, 其定位精度提高了  $43.8\%$ , 而算法复杂度也仅仅是增加了标准正态分布表的存储, FPGA 完全可以实现实时处理。因此, 文中算法可以应用于对测量精度和探测实时性要求都相对较高的场景下, 这对于利用四象限探测器进行实时高精度激光定位的测量系统具有重要意义。

## 参考文献:

- [1] Zhang Guangjun. Photo Electronic Measure Technique [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2004. (in Chinese)  
张广军. 光电探测技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004.
- [2] Chen Yong, Zhu Tianrui, Li Rui. Design and realization of the angle measurement algorithm of the four-quadrant detector based on the interpolation algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(3): 544-547. (in Chinese)  
陈勇, 祝天瑞, 李蕊. 基于插值法的四象限探测器测角算法设计与实现方法分析[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(3): 544-547.
- [3] Kral L. Automatic beam alignment system for a pulsed infrared laser. [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2009, 80(1): 013102.
- [4] Wang Bin, Wang Weiguo, Guo Ruhai, et al. Alignment experimental analysis based on four quadrant detector [J]. *OME Information*, 2011, 28(12): 37-40. (in Chinese)  
王兵, 王伟国, 郭汝海, 等. 基于四象限探测器的监视对准实验[J]. 光机电信息, 2011, 28(12): 37-40.
- [5] Chen Mengwei. Research on spot center positioning algorithms for quadrant detector [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2012. (in Chinese)  
陈梦苇. 基于象探测器的光斑中心定位算法研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2012.

- [6] Wang Xinying. Laser angle measurement system for berthing [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2010. (in Chinese)  
王新影. 激光靠泊测角系统研究 [D]. 大连: 大连海事大学, 2010.
- [7] Yang Cui, Zou Jian, Liu Dezhi, et al. Position error analysis of four-quadrant detector [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2009, 28(5): 49–51. (in Chinese)  
杨翠, 邹建, 刘得志, 等. 四象限光电探测器定位误差分析 [J]. 传感器与微系统, 2009, 28(5): 49–51.
- [8] Zhou Ziyun, Gao Yunguo, Shao Shuai, et al. Laser spot center location algorithm based on four-quadrant detector [J]. *Computer Measurement & Control*, 2014, 22(7): 2154–2156. (in Chinese)  
周子云, 高云国, 邵帅, 等. 采用四象限探测器的光斑中心定位算法 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22(7): 2154–2156.
- [9] Feng Longling, Deng Renliang. Study on optical tracking with four-quadrant photodetector [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 1996, 25(1): 16–22. (in Chinese)  
冯龙龄, 邓仁亮. 四象限光电跟踪技术中若干问题的探讨 [J]. 红外与激光工程, 1996, 25(1): 16–22.
- [10] Shang Tao, Li Xi, Liu Zengji, et al. Novel four-quadrant design and the method for obtaining spot parameters [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(4): 1034–1040. (in Chinese)  
尚韬, 李曦, 刘增基, 等. 新型四象限设计及其光斑参数测量方法 [J]. 红外与激光工程, 2012, 41(4): 1034–1040.
- [11] Sun Xiaolin. High-precision positioning algorithm research based on four-quadrant detector [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2012. (in Chinese)  
孙晓林. 基于四象限探测器的高精度定位算法的研究 [D]. 大连: 大连海事大学, 2012.
- [12] Zhang Zhifeng, Yu Tao, Su Zhan, et al. The theoretical study on relationship between laser spot with quadrant area of four-quadrant photoelectric detector [J]. *Journal of Photon Technology*, 2005, 9(3): 128–130. (in Chinese)  
张志峰, 余涛, 苏展, 等. 象光斑和四象限探测器象限面积大小关系的理论研究 [J]. 光子技术, 2005, 9(3): 128–130.