

## Ø620 mm 口径地基反射镜组件优化设计

兰 斌<sup>1,2</sup>, 杨洪波<sup>3</sup>, 吴小霞<sup>1</sup>, 王富国<sup>1</sup>, 郭 鹏<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;  
2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 中国科学院苏州生物医学工程技术研究所, 江苏 苏州 215163)

**摘 要:** 为了获得 Ø620 mm 口径地基反射镜组件的最优设计方案, 建立了反射镜及其支撑系统的参数化模型, 并基于该模型对镜体厚度、支撑点位置和柔性支撑结构的设计参数进行多目标优化设计。首先, 阐述了 Ø620 mm 口径地基主反射镜支撑系统的运动学约束设计原理。然后, 从理论角度推导出柔性支撑的柔度矩阵和结构热变形的等效力, 建立了便于优化迭代的反射镜组件参数化模型, 对比了参数化模型与体单元组成的详尽有限元模型在多种静力学工况下的 RMS 值和系统的前 6 阶模态值, 计算结果误差在 10% 以内, 验证了参数化模型的有效性。最后, 基于径向基函数的近似模型理论, 在 Isight 环境下对参数化模型进行多目标优化处理。得到了多目标优化的 Pareto front 前沿, 目标值权衡处理后得到系统的最优的设计方案。提出的优化设计方法具有较好的工程适用性, 可为同类型的反射镜组件优化设计提供参考。

**关键词:** 地基反射镜组件; 运动学支撑原理; 柔性铰链; 柔度矩阵; 径向基函数;  
多目标优化设计

中图分类号: TH751 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.0118001

## Optimal design of Ø620 mm ground mirror assembly

Lan Bin<sup>1,2</sup>, Yang Hongbo<sup>3</sup>, Wu Xiaoxia<sup>1</sup>, Wang Fuguo<sup>1</sup>, Guo Peng<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;  
2. University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;  
3. Suzhou Institute of Biomedical Engineering and Technology, Chinese Academy of Sciences, Suzhou 215163, China)

**Abstract:** In order to obtain the optimal design of the Ø620 mm ground mirror assembly, the parametric model of mirror and its support system was established and the thickness of mirror, the support position and design parameters of flexible support structure were optimized based on the parametric model. Firstly, the kinematic restraint design principle of the Ø620 mm ground primary mirror support system was stated. Then, flexibility matrix and thermal equivalent force of flexible support was deduced from the theoretical perspective, a parametric model of mirror assembly was established to facilitate the optimization iteration, and the parametric model was compared with solid element detailed FEM model in multiple static loadcases in term of the RMS and the first six eigenvalues of the support system. The calculation error

收稿日期: 2016-05-09; 修订日期: 2016-06-17

基金项目: 国家自然科学基金(11403023)

作者简介: 兰斌(1989-), 男, 博士生, 主要从事光机系统集成分析与优化方面的研究。Email: lanbin169320@126.com

导师简介: 杨洪波(1963-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光机电集成仿真设计技术、康复工程技术、机电一体化方面的研究。  
Email: yanghb@sibet.ac.cn

was less than 10% of the results to verify the validity of the parameters of the model. Finally, based on the theory of radial basis function approximation model, the multi-objective optimization of the parametric model was possessed in Isight environment. After obtaining the Pareto front of multi-objective optimization, the two objectives of optimal design system was weighed. The proposed optimum design method has better applicability in engineering and can provide reference for the optimization design of the same type of mirror assembly.

**Key words:** ground mirror assembly; kinematic support; flexure hinge; flexibility matrix; radial basis function; multi-objective optimization design

## 0 引言

大口径地基光电望远镜主要采用反射式的卡塞格林光学系统,反射镜镜体及其支撑系统设计的优劣直接关系到整个光学系统的性能指标。反射镜组件在实际加工检测和望远镜工作中受到多种工况,其支撑系统的设计必须在各种工况下保持良好的面形精度。而且为了减轻风载和地震等扰动对光学成像的干扰,同时获得更快的系统响应速度,反射镜组件基频应尽可能高,以使系统保持良好的动力学特性<sup>[1]</sup>。常规的反射镜组件设计大多依靠设计人员的设计经验,存在设计冗余,所以有必要对反射镜组件进行优化设计。

望远镜反射镜组件结构优化设计变量多,各性能指标之间往往相互冲突。国内关于反射镜组件系统级的优化还没有见到。李元利用 Isight 软件集成 Solidworks 和 Ansys 软件对反射镜镜体筋和基板进行优化设计,得到了轻量化率 51% 满足温度和重力工况下的最优设计参数<sup>[2]</sup>。王富国利用 Ansys 软件对反射镜多点底支撑系统的支撑点位置进行优化,得出了 9 点和 18 点最佳支撑位置<sup>[3]</sup>。王书新利用集成分析优化的方法基于响应曲面近似模型的方法针对空间反射镜多点支撑的支撑位置和反射镜镜体加强筋的厚度进行优化<sup>[4]</sup>。这些文章针对反射镜优化只涉及轻量化镜体尺寸和支撑点的位置,没有包含柔性支撑结构的尺寸而且反射镜受到工况单一,所优化的目标值单一。韩国学者 Hagyong Kihm 针对 1 m 级空间望远镜包括微晶镜体和 bipod 柔性支撑的主镜组件的多个设计变量利用遗传算法进行设计变量的多目标优化,通过优化找到了面形 RMS 与 Mass

两个优化目标值的 Pareto Front 前沿<sup>[5]</sup>。

文中以  $\varnothing 620$  mm 地基反射镜组件设计为例,以镜体厚度尺寸、支撑点位置和柔性支撑结构参数为设计变量,在多种工况下对镜面的面形指标 RMS 和反射镜组件系统前 4 阶频率进行多目标优化。首先介绍了反射镜支撑的运动学设计原理,接着推导出柔性支撑结构柔度矩阵和结构热变形的等效力,建立了支撑系统的参数化模型,对比反射镜组件参数化模型与详尽模型在多种工况下的静力面形和动力学特性。然后以实验设计(DOE)为基础,以径向基函数作为系统的近似模型,在 Isight 环境下利用模拟退火(ASA)算法对镜体及其支撑系统进行多目标优化。

## 1 反射镜支撑系统设计

地基望远镜反射镜支撑系统的设计应该满足运动学约束的原则,一般由底支撑系统和侧支撑系统组成。一般处于水平与垂直状态之间,此时由底支撑和侧支撑共同来完成支撑作用。为了实现底支撑系统和侧支撑系统运动学解耦,提高支撑系统的温度适应性,底支撑和侧支撑常设置多组柔性铰链来释放多余的自由度。柔性铰链与传统的轴承和球铰等转动副相比具有无摩擦、无空隙效应和转动精度高的特点,因此,常被应用于精密结构的支撑和定位。图 1 所示为工程中常用到的最基本的柔性单元,都具有绕 x 轴的转动柔度,图 1(a)为圆切口柔性单元,图 1(b)为梁切口柔性单元,图 1(c)为椭圆切口柔性单元。在柔性尺寸相等的条件下,梁切口柔性单元转动柔度大,但转动精度差;圆切口柔性单元转动柔度较小,但转动精度高;椭圆切口柔性单元的性能介于两者之间<sup>[6]</sup>。

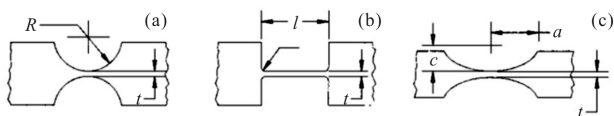


图 1 工程中常用到的基本柔性单元

Fig.1 Flexible unit commonly used in engineering

1.1 柔性支撑设计原理

图 2(a)是一个直梁柔性单元,图 2(b)是一定距离刚性单元隔开的一组直梁柔性单元。两种的柔性结构底部固支,顶部受到沿着 x 轴方向的力 F 和使顶部保持水平的绕 z 轴的一定力矩 M 的作用。

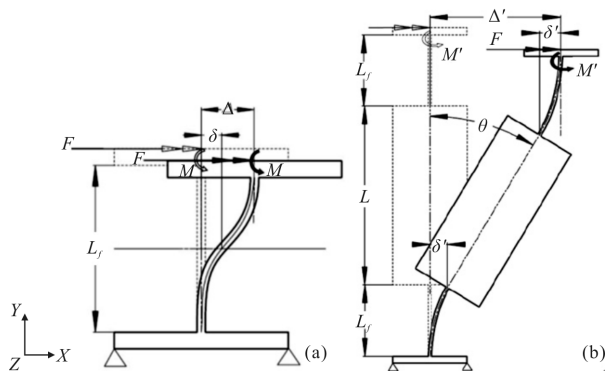


图 2 直梁柔性单元受力沿着 x 轴平移变形图

Fig.2 Force deformation along the x-axis of flexible beam unit

根据材料力学矩形梁挠度的微分方程为<sup>[7]</sup>:

$$\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{M(y)}{EI} \tag{1}$$

对图 2(a)进行受力分析得:

$$M = \frac{FL_f}{2} \tag{2}$$

$$M(y) = \frac{FL_f}{2} - Fy \tag{3}$$

将公式(3)代入公式(1)进行两次积分得:

$$x = \frac{FL_f}{4EI}y^2 - \frac{Fy^3}{6EI} \tag{4}$$

$$\Delta = x(L_f) = \frac{FL_f^3}{12EI} \tag{5}$$

对图 2(b)进行受力分析可知:

$$M' = \frac{F(2L_f+L)}{2} \tag{6}$$

$$M(y) = \frac{F(2L_f+L)}{2} - Fy \tag{7}$$

将公式(7)代入公式(1)进行两次积分得到挠度

在任意点处的切线与 y 轴夹角  $\theta$  的正切值:

$$\frac{dx}{dy} = \tan[\theta(y)] = \frac{F(2L_f+L)}{2EI}y - \frac{Fy^2}{2EI} \tag{8}$$

对公式(8)积分得出矩形梁的挠度值:

$$x'(y) = \frac{F(2L_f+L)}{4EI}y^2 - \frac{Fy^3}{6EI} \tag{9}$$

图 2(b)所示柔性梁中点的挠度值:

$$\delta' = x'(L_f) = \frac{F(4L_f^3 + 3L_f^2L)}{12EI} \tag{10}$$

$$\theta = \tan[\theta(y)] = \frac{F(L_f + L_fL)}{2EI} \tag{11}$$

由结构对称性可知:

$$\Delta' = 2\delta' + L\theta = \frac{F}{6EI}(4L_f^3 + 6L_f^2L + 3L_fL^2) \tag{12}$$

对比图 1 两种柔性结构的刚度可得:

$$\frac{K'}{K} = \frac{\Delta}{\Delta'} = (8 + 12\alpha + 6\alpha^2)^{-1} \tag{13}$$

其中  $\alpha = L/L_f$ 。

如图 2 所示,  $L = 3L_f$ , 将  $\alpha = 3$  带入公式(13)中, 可知相比图 2(a)中的柔性结构, 图 2(b)中的柔性结构沿着 x 轴线的平移刚度降低了 98 倍。可知相隔一定距离的两组柔性单元不仅具有绕 z 轴转动柔度, 同时具有沿 x 轴的平动柔度。

1.2 反射镜支撑结构设计方案

反射镜支撑结构的设计应该满足运动学约束原理: 在完全约束 6 个自由度的前提下, 尽量不要过约束。图 3(a)为  $\varnothing 620$  mm 的反射镜及其支撑系统设计图。设计参数为: 底支撑圆支撑 D, 底支撑与侧支撑夹角  $\theta$  和镜体厚度 H。图 3(b)为柔性支撑单元, 设计

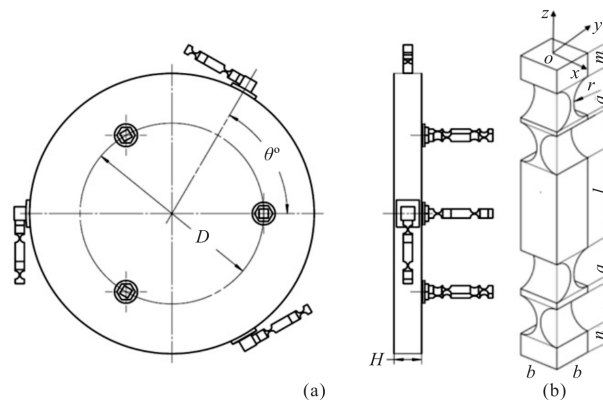


图 3 反射镜组件结构图

Fig.3 Mirror assembly structure

尺寸如图所示。通过设置两组相隔一定距离的相互垂直的柔性单元,释放了绕  $x$  轴、 $y$  轴方向的平动自由度和绕  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的转动自由度。轴向 3 个支撑限制了主镜绕  $z$  轴平移自由度,绕  $x$  轴、 $y$  轴的转动自由度。侧支撑限制了主镜的  $x$  轴、 $y$  轴的平移自由度和绕  $z$  轴的转动自由度。

为了增强主镜系统的温度适应性,主镜材料选取热膨胀系数极低的 ZERODUR,支撑结构材料选取线膨胀系数与之相匹配的殷钢 4J32。

当主镜系统温度升高时,主镜镜体热膨胀的同时支撑结构沿着自身的轴线方向伸长,为了满足镜体和支撑结构在连接处位移协调一致的原则,如图 4 所示,轴向支撑沿着径向移动的同时沿着切线方向移动,侧向支撑在沿着光轴  $z$  移动的同时沿着径向移动。因为柔性支撑具有沿  $x$ 、 $y$  轴的平移柔度,所以在温度变化的时候通过柔性单元的变形能够抵消支撑点的位移变化值,不会造成系统支撑点处局部的应力集中现象,使系统具有良好的温度适应能力。

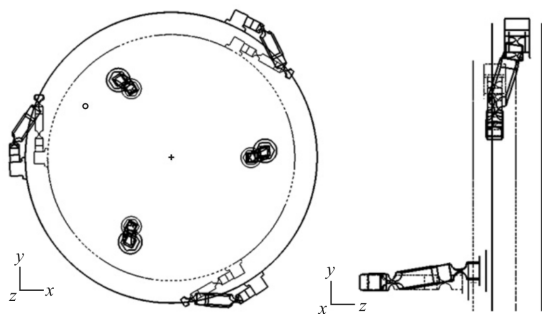


图 4 温度升高时的柔性支撑结构的变形

Fig.4 Deformation of flexible support structure by rise of temperature

## 2 参数化模型的建立

在优化过程中,如果在每一种水平下都对系统建立体网格模型进行有限元分析,仿真耗时耗力,优化效率低。为了便于工程应用,提高优化效率,有必要对系统的仿真模型进行简化。将镜体采用片单元模拟,将 Matlab 软件计算得出的柔性支撑的柔度矩阵以超单元的形式输入有限元仿真模型中。另外采用温度载荷等效力的形式来补偿柔性支撑的在温度载荷下的形变。

### 2.1 柔性支撑结构柔度矩阵推导

图 5 为梁单元与圆切口柔性单元,设计尺寸为:梁单元高度  $l$ ,长度  $a$ ,圆切口柔性单元厚度  $t$ ,切口圆半径  $r$ ,两种柔性单元宽度都为  $b$ 。

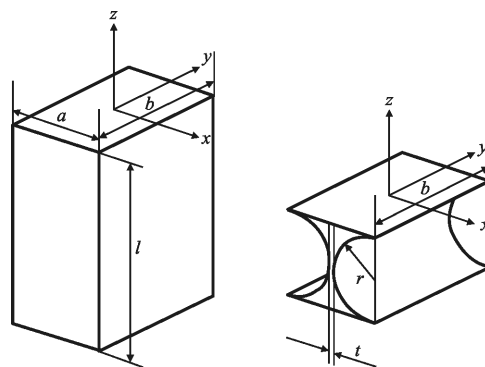


图 5 梁单元和圆切口柔性单元

Fig.5 Beam and circular notch flexible unit

柔性单元在拉(压)力  $F_z$  的作用下产生的拉压应变能为:

$$U_a = \int_0^l \frac{F_z^2}{2EA(z)} dz = F_z^2 \int_0^l \frac{dz}{2EA(z)} \quad (14)$$

柔性单元在沿着  $x$  轴的作用力矩  $M_x$  和沿着  $y$  轴的作用力  $F_y$  的作用下产生的弯曲应变能为:

$$U_{bx} = \int_0^l \frac{(M_x - F_y z)^2}{2EI_x(z)} dz = M_x^2 \int_0^l \frac{dz}{2EI_x(z)} - 2M_x F_y \int_0^l \frac{z dz}{2EI_x(z)} + F_y^2 \int_0^l \frac{z^2 dz}{2EI_x(z)} \quad (15)$$

柔性单元在沿着  $y$  轴的作用力矩  $M_y$  和沿着  $x$  轴的作用力  $F_x$  的作用下产生的弯曲应变能为:

$$U_{by} = \int_0^l \frac{(M_y + F_x z)^2}{2EI_y(z)} dz = M_y^2 \int_0^l \frac{dz}{2EI_y(z)} + 2M_y F_x \int_0^l \frac{z dz}{2EI_y(z)} + F_x^2 \int_0^l \frac{z^2 dz}{2EI_y(z)} \quad (16)$$

柔性单元的沿着  $z$  轴作用力矩  $M_z$  的作用下产生的扭转应变能为:

$$U_t = \int_0^l \frac{M_z^2}{2GI_p(z)} dz = M_z^2 \int_0^l \frac{dz}{2GI_p(z)} \quad (17)$$

总的应变能为:

$$U = U_a + U_{bx} + U_{by} + U_t \quad (18)$$

由卡式第二定理知全部应变能相对于任何一个外载荷的偏导数等于载荷作用点沿载荷作用方向的位移<sup>[8]</sup>。因此总应变能对各个方向的力和力矩求偏导数得出圆切口柔性铰链柔度矩阵为:

$$\begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta \theta_x \\ \delta \theta_y \\ \delta \theta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{x-F_x} & 0 & 0 & 0 & c_{x-M_x} & 0 \\ 0 & c_{y-F_y} & 0 & c_{y-F_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{z-F_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\theta_x-F_x} & 0 & c_{\theta_x-M_x} & 0 & 0 \\ c_{\theta_y-F_x} & 0 & 0 & 0 & c_{\theta_y-F_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\theta_z-M_z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \quad (19)$$

其中各柔度系数列于表 1。

表 1 直梁与圆切口柔性单元柔度系数表

Tab.1 Flexibility coefficient of beam and circular notch flexible

Flexibility	Beam notch flexible	Circular notch flexible
$c_{x-F_x}$	$\frac{4l^3}{Ea^3b}$	$\frac{12r^2}{Eb^3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\cos\theta)^2 \sin\theta}{a-\sin\theta} d\theta$
$c_{x-M_x}$	$\frac{6l^2}{Ea^3b}$	$\frac{12r}{Eb^3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\cos\theta) \sin\theta}{a-\sin\theta} d\theta$
$c_{y-M_x}$	$\frac{4l^3}{Eab^3}$	$\frac{3}{Eb} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\cos\theta)^2 \sin\theta}{(a-\sin\theta)^3} d\theta$
$c_{y-M_x}$	$-\frac{6l^2}{Eab^3}$	$-\frac{3}{Ebr} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\cos\theta) \sin\theta}{(a-\sin\theta)^3} d\theta$
$c_{z-F_z}$	$\frac{l}{Eab}$	$\frac{1}{Eb} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{a-\sin\theta} d\theta$
$c_{\theta_x-M_x}$	$\frac{12l}{Eab^3}$	$\frac{3}{Ebr^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{(a-\sin\theta)^3} d\theta$
$c_{\theta_x-F_x}$	$\frac{12l^2}{Ea^3b}$	$\frac{12}{Eb^3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{a-\sin\theta} d\theta$
$c_{\theta_y-M_x}$	$-\frac{6l^2}{Eab^3}$	$-\frac{3}{Ebr} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\cos\theta) \sin\theta}{(a-\sin\theta)^3} d\theta$
$c_{\theta_y-F_x}$	$\frac{6l^2}{Ea^3b}$	$-\frac{12r}{Eb^3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1-\cos\theta) \sin\theta}{a-\sin\theta} d\theta$
$c_{\theta_z-F_z}$	$\frac{7l}{Ea^2b^2}$	$\frac{5}{8Gr^3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{(a-\sin\theta)^3(5b/6r-a+\sin\theta)} d\theta$

其中  $E$  为材料的弹性模量;  $s=t/r$ ;  $a=s/2+1$ 。

假设处于坐标原点的柔性单元的柔度矩阵  $C$ , 该柔性单元在  $p=(p_x, p_y, p_z)$  处的柔度矩阵为  $\bar{C}$ , 如果平移变换矩阵为  $P$ , 定义  $A \otimes C = A^T C A$ , 则  $\bar{C} = P \otimes C$ , 转角变换矩阵为  $\bar{R} = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix}$ ,  $R$  为旋转矩阵, 则  $\bar{C} = \bar{R} C \bar{R}^T = \bar{R}^T \otimes C^{[9]}$ 。其中平移矩阵为:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_z & p_y & 1 & 0 & 0 \\ p_z & 0 & p_x & 0 & 1 & 0 \\ -p_y & p_x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

绕  $x, y, z$  轴旋转的旋转矩阵分别为:

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假设  $C_{\text{beam}}$ 、 $C_{\text{circle}}$ 、 $\bar{C}_{\text{circle}}$  分别为矩形梁和相互垂直的圆切口柔性单元的柔度矩阵, 则图 3(b) 所示的柔性支撑结构的柔度矩阵为:

$$\begin{aligned} C_{\text{Link1}} = & P(0, 0, 8r+2a+l+m) \otimes C_{\text{beam}}(b, b, n) + \\ & P(0, 0, 6r+2a+l+m) \otimes C_{\text{circle}}(r, t, b) + \\ & P(0, 0, 6r+a+l+m) \otimes C_{\text{beam}}(b, b, a) + \\ & P(0, 0, 4r+a+l+m) \otimes \bar{C}_{\text{circle}}(r, t, b) + \\ & P(0, 0, 4r+a+m) \otimes C_{\text{beam}}(b, b, l) + \\ & P(0, 0, 2r+a+m) \otimes C_{\text{circle}}(r, t, b) + \\ & P(0, 0, 2r+m) \otimes C_{\text{beam}}(b, b, a) + \\ & P(0, 0, m) \otimes \bar{C}_{\text{circle}}(r, t, b) + C_{\text{beam}}(b, b, l) \end{aligned} \quad (20)$$

柔度单元绕  $x$  轴旋转  $90^\circ$  后, 柔度矩阵为:

$$C_{\text{Link2}} = \bar{R}^T(x=90^\circ) \otimes C_{\text{Link1}} \quad (21)$$

底支撑 3 个柔性结构的柔度矩阵分别为:

$$\begin{cases} C_{\text{Link11}} = C_{\text{Link1}} \\ C_{\text{Link12}} = \bar{R}^T(z=120^\circ) \otimes C_{\text{Link11}} \\ C_{\text{Link13}} = \bar{R}^T(z=240^\circ) \otimes C_{\text{Link11}} \end{cases} \quad (22)$$

侧支撑 3 个柔性结构的柔度矩阵分别为:

$$\begin{cases} C_{\text{Link21}} = \bar{R}^T(z=\theta) \otimes C_{\text{Link2}} \\ C_{\text{Link22}} = \bar{R}^T(z=120^\circ+\theta) \otimes C_{\text{Link21}} \\ C_{\text{Link23}} = \bar{R}^T(z=240^\circ+\theta) \otimes C_{\text{Link21}} \end{cases} \quad (23)$$

### 2.2 柔性结构热变形的等效处理

对于各向同性的弹性材料，稳态温度载荷引起的应变在静力学分析中当做初应变来处理<sup>[10]</sup>。例如一维单元热应变为  $\varepsilon_0 = \alpha \Delta T$ ，其中， $\alpha$  为材料的线膨胀系数， $\Delta T$  为温度的变化值。应用最小势能原理，可以推导出温度载荷的等效节点力向量。

考虑初应变为  $\varepsilon_0$  的一维线弹性应力与应变的关系  $\sigma_x = E(\varepsilon_x - \varepsilon_0)$ ，代入单元应变能表达式可得：

$$\begin{aligned}
 U_e &= \frac{1}{2} \int_e \varepsilon \sigma A(x) dx = \frac{1}{2} \int_e (\varepsilon_x - \varepsilon_0) E (\varepsilon_x - \varepsilon_0) A(x) dx = \\
 &\frac{1}{2} \int_e (\varepsilon_x^2 - \varepsilon_x \varepsilon_0 + \varepsilon_0^2) EA(x) dx = \\
 &\frac{1}{2} u_e^T \left( \int_e B^T B EA(x) dx \right) u_e - u_e^T \left( \int_e B^T \varepsilon_0 EA(x) dx \right) + \\
 &\frac{1}{2} \int_e \varepsilon_0^2 EA(x) dx \quad (24)
 \end{aligned}$$

对单元应变能  $U_e$  求导得出：

$$\frac{dU_e}{du_e} = Ku_e - \int_e B^T \varepsilon_0 EA(x) dx \quad (25)$$

式中： $K = \int_e B^T B EA(x) dx$  为单元的刚度矩阵； $\int_e B^T \varepsilon_0 EA(x) dx$  为初应变产生的等效力。

在主镜组件温度变化时，柔性支撑结构的稳态温度载荷引起变形的等效力为：

$$F = \int_e B^T \varepsilon_0 EA(x) dx = \begin{pmatrix} -1 \\ +1 \end{pmatrix} \frac{\alpha \Delta T E}{l} \int_0^l A(x) dx \quad (26)$$

### 2.3 简化模型计算精度验证

如图 6(a) 所示，建立包含主镜镜体以及柔性支撑系统的实体有限元模型，柔性支撑结构一端与镜体相连，另一端受到约束。分析主镜支撑系统在 ZG、XG 和 T50 3 种静力变形和系统的无阻尼模态值，然后将静力学分析结果文件导入光机分析软件 Sigfit 中求出包含主镜镜面 RMS 值和主镜镜面去除掉刚体位移的云图。

如图 6(b) 所示，建立主镜镜体的参数化片体模型，采用 Matlab 通过公式(19)~(26)计算得到柔性支撑结构的柔度矩阵和热变形的等效力，分别以超单元和边界条件的形式导入有限元模型中，分析得到

主镜系统在 ZG、XG 和 T50, 3 种静力变形和系统的无阻尼模态值。同样将结果文件导入到 Sigfit 中计算得出系统在各静力工况下的面形值 RMS 和变形云图。将两种模型的计算结果列表进行对比，表 2 为 3 种静力学工况下的变形云图和 RMS 面形值对比图，表 3 为主镜组件动力学模态值对比图。反射镜组件一阶模态与二阶模态分别为沿垂直与光轴的两个方向上的平移，振动频率值相同，振型正交；三阶模态与四阶模态分别为沿垂直与光轴的两个方向上的旋转，振动频率值频率值相同，振型正交；五阶模态与六阶模态为反射镜镜体的变形。

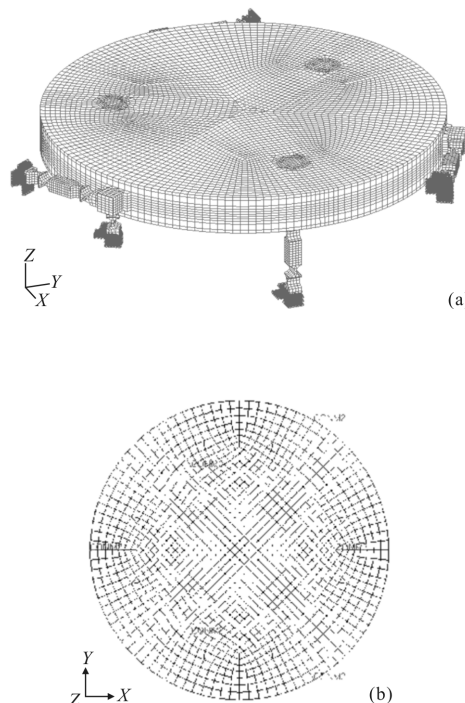


图 6 实体和参数化片体有限元模型

Fig. 6 3 D solid and parameter shell FEM of primary mirror assembly

对比表 2 中实体模型与简化的参数化片体模型在 3 种静力工况下的变形云图和去掉刚体位移后的面型云图，可以看到：各工况下云图变化趋势相同，最大位移值误差在 10% 以内。对比表 3 两种模型中各阶模态云图可知前六阶模态变形趋势相同，共振频率值的误差在 5% 以内。可知简化后的模型能够较好的模拟主镜组件系统的静力学和动力学特性，可以作为仿真优化的分析模型。

表 2 静力学变形云图和 RMS 面形图

Tab.2 Statics surface deformation cloud chart and RMS plot

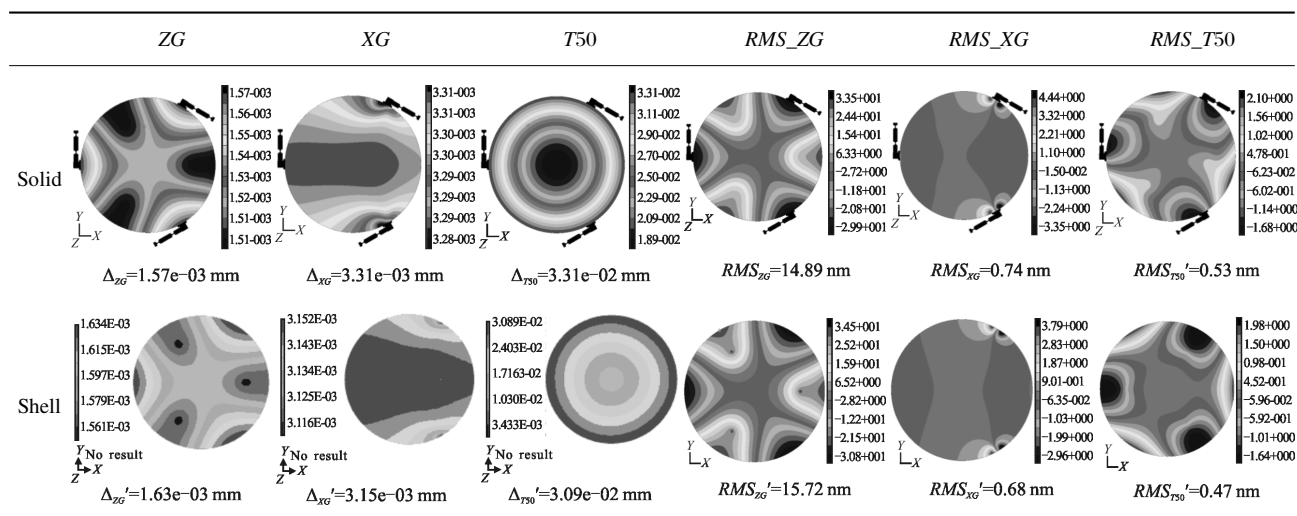
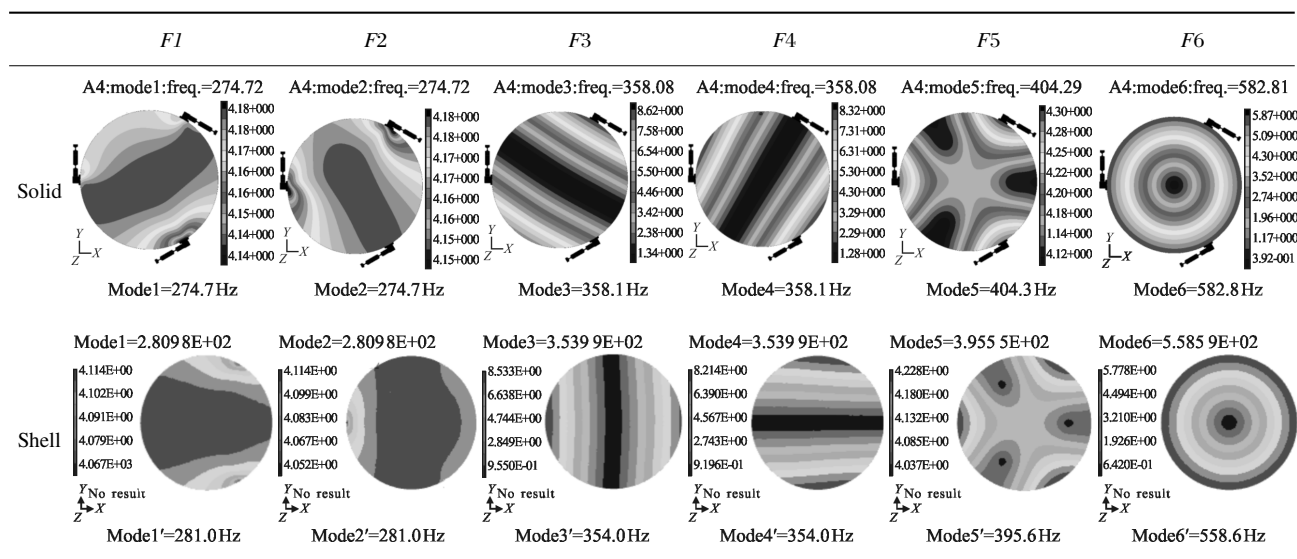


表 3 动力学模态值对比图

Tab.3 Dynamics modal value comparison chart



### 3 基于径向基函数的反射镜支撑系统多目标优化

#### 3.1 径向基函数的理论知识

常规的优化分析流程中需要在优化过程中反复迭代分析模型,计算量大、耗时长,严重影响了优化效率。近似模型是利用样本点的输入变量与输出变量的关系建立系统的近似数学模型,然后对拟合得到的近似表达式进行寻优。近似模型中作为拟合的基底函数有多种,常用的有多项式拟合、Kriging 模

型和径向基函数拟合等<sup>[11-12]</sup>。其中径向基函数具有高精度拟合非线性复杂模型的优点。

径向基函数理论:以待测点与样本点之间的欧式距离为自变量,即假设  $x=(x_1, x_2, \dots, x_N)$  代表一组待测点向量,径向基函数  $f(x)=\sum_i^N \beta_i g(|x-x_i|^c)$ ,  $i=1, \dots, N$ 。其中  $\beta_i$  为拟合系数,  $x_i$  为样本点。

#### 3.2 反射镜支撑系统的多目标优化数学模型

选取镜体的厚度  $H$ 、轴向支撑点的支撑直径  $D$ 、轴向支撑与侧向支撑的夹角  $\theta$ 、柔性支撑结构  $r$ 、 $t$ 、 $l$  为自变量。选取在 ZG 和 XG 重力和 T50 下的 RMS

值的平均值最小；系统的前四阶模态的振动频率值反映了柔性支撑结构的刚度，因此取前四阶频率的平均值最大为目标函数。

根据上述描述，建立优化数学模型：

$$\begin{cases} \text{Min: RMS} = \frac{1}{3}(\text{RMS}_{zg} + \text{RMS}_{xg} + \text{RMS}_{T50}) \\ \text{Max: Frequency} = \frac{1}{4}(\text{Mode}_1 + \text{Mode}_2 + \text{Mode}_3 + \text{Mode}_4) \end{cases} \quad (27)$$

其中：

$$\begin{cases} \text{RMS}_{zg} = f_{zg}(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \\ \text{RMS}_{xg} = f_{xg}(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \\ \text{RMS}_{T50} = f_{T50}(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \\ \text{Mode}_1 = g_1(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \\ \text{Mode}_2 = g_2(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \\ \text{Mode}_3 = g_3(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \\ \text{Mode}_4 = g_4(D, H, \theta, r_1, t_1, l_1, r_2, t_2, l_2) \end{cases}$$

S.T.

$$\begin{cases} 10 \text{ mm} \leq H \leq 100 \text{ mm} \\ 50 \text{ mm} \leq D \leq 250 \text{ mm} \\ 0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.1 \text{ mm} \leq r_i \leq 20 \text{ mm} (i=1, 2) \\ 0.1 \text{ mm} \leq t_i \leq 10 \text{ mm} (i=1, 2) \\ 0.1 \text{ mm} \leq l_i \leq 50 \text{ mm} (i=1, 2) \end{cases}$$

### 3.3 多目标集成优化流程与近似模型的建立

在 Isight 环境中进行主镜组件多目标优化，采用实验设计(DOE)的方法采集样本点，建立基于径向基函数(RBF)的近似模型，通过模拟退火(ASA)算法对近似模型进行多目标全局寻优<sup>[13]</sup>。图 7(a)是 Isight 环境下的主镜组件多目标集成优化流程图，图 7(b)是优化过程中数据传递流程图。

在特定的水平下，将柔性支撑结构的参数  $r_1$ 、 $t_1$ 、 $l_1$ 、 $r_2$ 、 $t_2$  和  $l_2$  作为输入，导入到按照第 2 节推导出的柔度矩阵和等效力公式编成的 .m 文件中，计算得出 6 个柔性支撑结构的柔度矩阵和温度等效力，利用 Isight 软件中的 DataExchanger 模块将计算出的柔度矩阵转换成 Optistruct 软件可识别的超单元文件 .pch 和温度变形等效力  $F$ ；将  $D$ 、 $H$  和  $\theta$  参数导入生成有限元模型的指令文件中，生成 ZG、XG 和 T50 3 种静力工况和动力学模态求解工况的有限元模型文件 .fem，将超单元文件和等效力  $F$  导入到有限元模型文件中，Optistruct 求解后生成包含模态频率数据 .out 文件和包含镜面节点位移 .pch 文件，将 .fem 文件和

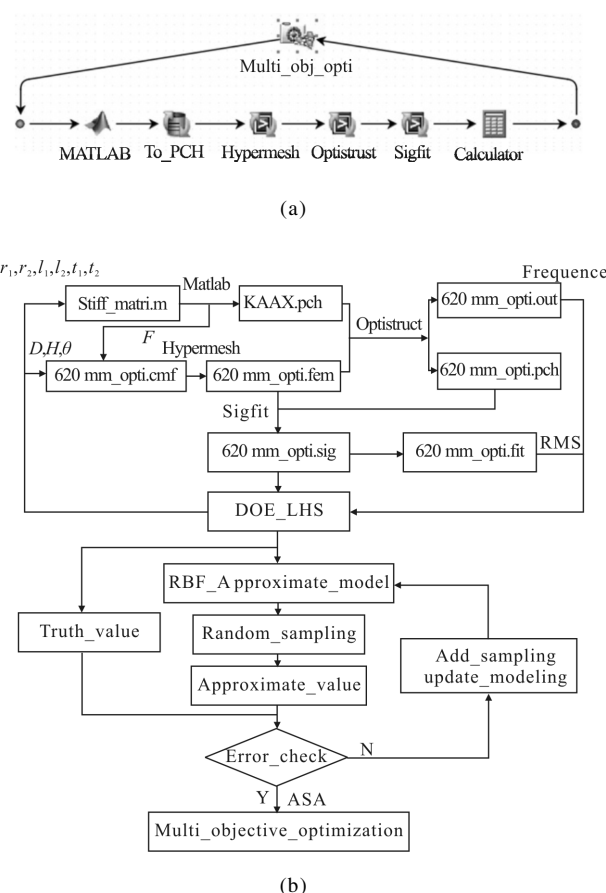


图 7 主镜组件多目标优化流程图

Fig.7 Multi-objective optimization flowchart of primary mirror assembly

.pch 文件提交给光机分析软件 sigfit 生成包含 3 种静力工况下的 RMS 值的 .fit 文件。利用 Isight 软件中的 Calculator 模块对前四阶模态和 3 种静力工况下的 PMS 值进行平均化处理。在此基础上运用最优拉丁超立方生成样本点，针对每一种水平样本点调用真实的 CAE 模型按照上述数据传递流程进行模拟仿真，得出系统的目标函数值。这样就建立一系列的离散水平点与其对应的目标函数值，对这些离散方案进行径向基函数拟合，以 RMS 最小和 Frequence 最大为目标函数，对拟合得到的径向基函数采用多目标模拟退火算法(ASA)进行全局寻优，得到多目标优化的 Pareto front，如图 8 所示。结合反射镜组件基频值大于 250 Hz 的基础上尽可能地减小面形值的指标要求，通过对两个目标函数的 Pareto front 权衡处理后，为要求的基频值留有一定的余量，选取最优解为  $\text{RMS}=3.89 \text{ nm}$ ， $\text{Frequence}=298.3 \text{ Hz}$ ，对应的设



计变量水平值为  $D=174\text{ mm}$ 、 $H=59\text{ mm}$ 、 $\theta=63^\circ$ 、 $l_1=46\text{ mm}$ 、 $l_2=42\text{ mm}$ 、 $r_1=10.2\text{ mm}$ 、 $r_2=3.6\text{ mm}$ 、 $t_1=2.2\text{ mm}$  和  $t_2=2.8\text{ mm}$ 。

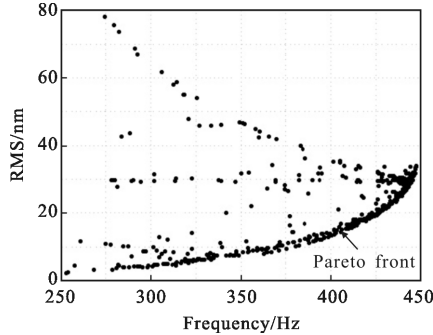


图 8 Pareto front 最优解集

Fig.8 Pareto front optimal solution set

#### 4 结论

以  $\text{Ø}620\text{ mm}$  反射镜系统设计为例,提出了一种基于近似模型的多目标集成优化设计方法。介绍了反射镜支撑结构设计的运动学支撑原理,推导出柔性支撑结构的柔度矩阵和稳态温度等效力。在 Isight 环境下以参数化模型为基础进行多目标优化分析,得到目标函数的 Pareto front 前沿,权衡处理后给出系统的最优设计方案,为反射镜系统对目标优化问题提供一种新的解决方案。

#### 参考文献:

[1] Cheng Jingquan. Principles of Astronomical Telescope Design [M]. Beijing: China Science & Technology Press, 2003: 61–68; 84–93. (in Chinese)  
程景全. 天文望远镜原理和设计[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2003: 61–68; 84–93.

[2] Li Yuan, Jiao Mingyin, Luo Chuanwei, et al. Optimized design of lightweight flat mirror based on Isight [J]. *Journal of Applied Optics*, 2010, 31(2): 194–197. (in Chinese)  
李元, 焦明印, 罗传伟, 等. 基于 Isight 的平面反射镜轻量化设计[J]. *应用光学*, 2010, 31(2): 194–197.

[3] Wang Fuguo, Yang Hongbo, Yang Fei, et al. Optimization and analysis for the axis support points position of the large aperture mirrors [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(6): 877–880. (in Chinese)  
王富国, 杨洪波, 杨飞, 等. 大口径主镜轴向支撑点位置优

化分析[J]. *红外与激光工程*, 2007, 36(6): 877–880.

[4] Wang Shuxin, Li Jinglin, Zhang Fan, et al. Optimization of large aperture space reflector based on RSM[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(1): 129–132. (in Chinese)  
王书新, 李景林, 张帆, 等. 响应面模型的大口径空间反射镜优化[J]. *红外与激光工程*, 2009, 38(1): 129–132.

[5] Hagyong Kihm. Design optimization of a 1-m lightweight mirror for a space telescope [J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(9): 091806.

[6] Zhao Hongwei, Wu Boda, Cao Dianbo, et al. Mechanical performance of right-angle flexure hinge [J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2007, 5(2): 143–147. (in Chinese)  
赵宏伟, 吴博达, 曹殿波, 等. 直角柔性铰链的力学性能[J]. *纳米技术与精密工程*, 2007, 5(2): 143–147.

[7] Wang Jing. Mechanics of Material [M]. Harbin: Harbin Industrial University Press, 2014. (in Chinese)  
王静. 材料力学[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2014.

[8] Lobontiu Nicolae. Compliant Mechanisms: Design of Flexure Hinges[M]. Boca Raton: CRC Press, 2003.

[9] Zhuang Limin, Wang Fuguo, An Qichang. Application of Bipod to supporting structure of minitype reflector [J]. *Opt Precision Eng*, 2015, 23(2): 438–443. (in Chinese)  
张丽敏, 王富国, 安其昌. Bipod 柔性结构在小型反射镜支撑中的应用[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(2): 438–443.

[10] Wang Maocheng. Finite Element Method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003. (in Chinese)  
王勖成. 有限元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.

[11] Ai Yisi. Research on response surface method optimization based on radial basis function [D] Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012. (in Chinese)  
艾依斯. 基于径向基函数响应面优化方法研究 [D] 武汉: 华中科技大学, 2012.

[12] Dou Yifang, Liu Fei, Zhuang Weihua. Research on comparative analysis of response surface methods[J]. *Journal of Engineering Design*, 2007, 14(5): 359–363. (in Chinese)  
窦毅芳, 刘飞, 张为华. 响应面建模方法的比较分析[J]. *工程设计学报*, 2007, 14(5): 359–363.

[13] Lai Yuyang. Isight Parameter Optimization Theory and Examples[M]. Beijing: Beihang University Press, 2012: 153–198. (in Chinese)  
赖宇阳. Isight 参数优化理论与实例详解 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2012: 153–198.