

## 基于相关向量机的机械 LiDAR 点云数据分类

刘志青, 李鹏程, 郭海涛, 张保明, 陈小卫, 丁磊, 赵传

(信息工程大学 地理空间信息学院, 河南 郑州 450052)

**摘要:** 针对支持向量机应用于机载 LiDAR 点云数据分类时存在的模型稀疏性弱、预测结果缺乏概率意义、核函数必须满足 Mercer 定理等缺点, 提出了一种基于相关向量机的 LiDAR 点云数据分类算法。在分析稀疏贝叶斯分类模型及参数推断、预测基础上, 利用拉普拉斯方法将相关向量机分类问题转化为回归问题, 通过最大化边缘似然函数估计超参数, 选择序列稀疏贝叶斯学习方法提高训练速度, 构造一对余、一对一分类器实现点云数据多元分类研究。选择 Niagara 地区及非洲某地区的 LiDAR 点云数据进行实验, 实验结果验证了基于相关向量机的点云分类方法的优势。

**关键词:** 激光雷达; 分类; 稀疏贝叶斯模型; 相关向量机

**中图分类号:** P237 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.S130006

## Airborne LiDAR point cloud data classification based on relevance vector machine

Liu Zhiqing, Li Pengcheng, Guo Haitao, Zhang Baoming, Chen Xiaowei, Ding Lei, Zhao Chuan

(Institute of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** Aiming at the limitations of support vector machine (SVM) applied in Airborne LiDAR (Light Detection And Ranging) point data classification, such as weak model sparseness, predictions lack of probabilistic sense, and kernel function which must satisfy Mercer's condition, a novel LiDAR point cloud data classification method was proposed based on relevance vector machine (RVM). Firstly, the sparse Bayesian classification model and the process of parameter inference and prediction were analyzed. Then, the classification problem was transformed into the regression problem by making use of Laplace's method. Next, the hyperparameter estimation was attained by utilizing maximum likelihood method and a sequential sparse Bayesian learning algorithm was selected to improve training speed. Finally, multiple classifiers were built to realize multi-class classification. The LiDAR point cloud datum from Niagara and Africa were selected for experiment based on SVM, and experimental results show the advantages of classification method based on RVM.

**Key words:** LiDAR; classification; sparse Bayesian model; relevance vector machine(RVM)

收稿日期: 2016-02-20; 修订日期: 2016-03-03

基金项目: 国家自然科学基金(41371436)

作者简介: 刘志青(1986-), 女, 博士生, 主要从事数字摄影测量与激光雷达方面的研究。Email: 13525599533@163.com

导师简介: 张保明(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事数字摄影测量、数字图像处理等方面的研究。Email: zbm1960@.com

## 0 引言

激光雷达(Light Detection and Ranging, LiDAR)是一种高度集成激光测距、动态 GPS 差分以及惯性导航姿态测定的技术。相比传统的摄影测量方式, LiDAR 数据采集为主动测量方式,对天气、季节以及时段要求较小,激光脉冲穿透能力强,可以快速获取地物三维结构信息。机载 LiDAR 点云数据信息提取与三维建模的关键步骤是机载 LiDAR 点云数据分类:分类后的地面点集生成数字高程模型(Digital Elevation Model, DEM)应用于地貌分析、工程设计、环境规划等相关研究中;分类为建筑物的点集成为城市三维建模、城市规划设计的基础;分类为植被的点集为城市绿地分析、森林火警预警等研究提供良好的工作思路。因此,设计快速、准确、稳健的机载 LiDAR 点云分类算法具有重要的理论意义和经济价值。

由于地形复杂、地物多样等原因,机载 LiDAR 点云数据分类方法的精度、效率仍面临着较大的挑战。近十年来,以点云数据分类精细程度为基础,相关分类研究概略分为三个阶段:第一阶段以两元分类研究为主,即点云数据滤波处理<sup>[1-2]</sup>;第二阶段是针对特定目标地物提取的分类研究,例如对建筑物或植被区域的提取<sup>[3-4]</sup>;第三阶段将点云数据分为裸地、建筑物、植被等多个种类,即多元分类研究<sup>[5-6]</sup>。其中多元分类仍是未来一段时期的研究热点和难点。

目前,以支持向量机(Support Vector Machine, SVM)代表的核方法在 LiDAR 点云分类研究中应用广泛,取得了较好效果<sup>[5-6]</sup>。SVM 具有良好的泛化能力,能够避免过学习现象,但它自身却存在着许多不足,包括解的稀疏性弱、预测结果不具有统计意义、需要交叉验证获取规则化系数及核函数必须满足 Mercer 定理等。

相关向量机(Relevance Vector Machine, RVM)是 Tipping 在贝叶斯统计学习理论上提出的一种新型稀疏贝叶斯模型<sup>[7]</sup>,作为 SVM 的概率扩展,RVM 可以有效地弥补 SVM 的不足之处。RVM 算法采取全概率框架,为模型权值引入先验概率,利用一系列超参数对模型权值或基函数进行独立支配。在实际应用中大部分权值的后验分布都基本接近于零,这

是实现模型稀疏性的根本原因。以自动相关判定原理为依据,将训练结束后与非零权值基函数对应的样本向量称为相关向量,这种学习机制则称为相关向量机。作为统计学习理论的最新成果,RVM 已逐步应用于文本识别<sup>[8]</sup>、时序预测<sup>[9]</sup>、信号识别<sup>[10]</sup>及高光谱图像分类<sup>[11]</sup>等领域。

文中将 RVM 应用于机载 LiDAR 点云数据分类处理,提出了一种基于 RVM 的点云数据分类算法,解决了 SVM 应用于点云数据分类时存在的不足。在对稀疏贝叶斯分类模型进行分析的基础上,通过拉普拉斯逼近方法将 RVM 分类问题转化为回归问题,利用第 II 类型边缘似然最大化方法进行超参数估计,采取序列稀疏贝叶斯学习方法实现参数更新,选择两类 RVM 分类器组合实现点云数据多元分类研究。通过 Niagara 地区及非洲某地区的 LiDAR 点云数据进行实验,验证了基于 RVM 的点云分类方法的优势。

## 1 相关向量机原理

### 1.1 模型描述

针对二元稀疏贝叶斯分类问题,设输入的训练样本集  $\{x_n, t_n\}_{n=1}^N$ ,其中目标值  $t_n \in \{0, 1\}$  为类别标号,分类数学模型如下所示:

$$y(x; w) = \sum_{i=1}^M w_i \phi_i(x) \quad (1)$$

式中:  $\phi_i(x)$  为非线性基函数,它由训练数据样本集的核函数进行定义,即  $\phi_i(x) = k(x, x_i)$ ,  $\phi_i(x)$  不需要满足 Mercer 定理;  $w_i$  为模型权值。通过 logistic sigmoid 连接函数  $\sigma(y) = 1/(1+e^{-y})$  对线性组合  $y(x)$  进行映射,若训练样本  $x$  独立同分布,且  $P(t|x)$  服从伯努利分布(Bernoulli distribution),样本集似然函数表示如下:

$$p(t|w) = \prod_{n=1}^N \sigma\{y(x_n; w)\}^{t_n} [1 - \sigma\{y(x_n; w)\}]^{1-t_n} \quad (2)$$

式中:  $t$  为样本集目标值组成的目标值向量,即  $t = (t_1, \dots, t_N)^T$ ;  $w = (w_0, \dots, w_N)^T$  为模型权值向量。

对  $w$  进行最大似然估计会引起严重的过拟合,为了避免这一现象,RVM 分类器通过定义权值的高斯先验概率分布以获取更为平滑的函数模型,假设权值  $w_i$  服从均值为 0、方差为  $\alpha_i^{-1}$  的高斯条件分布,即:

$$p(w|\alpha) = \prod_{i=0}^N N(w_i|0, \alpha_i^{-1}) \quad (3)$$

式中:  $\alpha$  为  $N+1$  维超参数, 它决定了权值  $w$  的先验分布。

### 1.2 参数推断与预测

进行先验概率分布定义后, 根据贝叶斯准则计算出训练样本集的后验概率如下:

$$p(w, \alpha|t) = \frac{p(t|w, \alpha)p(w, \alpha)}{p(t)} \quad (4)$$

假定待测试样本为  $x_*$ , 分类模型的预测值  $y_*$  的分布如下所示:

$$p(y_*|t) = \int p(y_*|w, \alpha)p(w, \alpha)dw d\alpha \quad (5)$$

通过公式 (1) 计算预测值  $y_*$ , 利用 logistic sigmoid 形函数对  $y_*$  进行映射。相关向量机判别准则为: 若  $\sigma(y_*) < 0.5$ , 则  $t_* = 0$ , 分类结果标记为同一类; 若  $\sigma(y_*) \geq 0.5$ ,  $t_* = 1$ , 分类结果标记为另外一类。

由于无法解析计算公式(4)中右端  $p(t) = \int p(t|w, \alpha)p(w, \alpha)dw d\alpha$  的积分值, 因此后验概率分布  $p(w, \alpha|t)$  无法通过积分直接获取, 可对其进行分解:

$$p(w, \alpha|t) = p(w|t, \alpha)p(\alpha|t) \quad (6)$$

式中: 根据贝叶斯公式可得  $p(\alpha|t) \propto p(t|\alpha)p(\alpha)$ 。分类问题中, 无法解析计算权值后验概率密度  $p(w|t, \alpha)$  和边缘似然函数  $p(\alpha|t)$ , 选择 MacKay 提出的拉普拉斯方法进行近似逼近<sup>[12]</sup>。

通过对回归、分类模型的后验概率分布和边缘似然函数对数形式进行分析可以发现, 利用拉普拉斯算法将分类问题映射为回归问题<sup>[13]</sup>, 相应回归问题的目标向量为  $\hat{t} = \Phi\mu_{MP} + B^{-1}(t - y)$ 。相关向量机分类模型学习, 最终归结为第 II 类型最大化边缘似然问题。

### 1.3 超参数优化

RVM 分类问题最终需要通过最大化边缘似然函数进行超参数  $\alpha$  估算, 主要采取以下三种方法<sup>[13]</sup>: MacKay 迭代估计算法、期望最大化迭代估计算法及序列稀疏贝叶斯学习算法。前两种算法进行超参数更新过程中内存耗为  $O(M^2)$ 、计算复杂度为  $O(M^3)$ ,  $M$  为基向量个数。文中选择序列稀疏贝叶斯算法进行参数计算, 首先设置一个“空”模型, 包含的基函数数量从 1 开始不断增加, 根据能否使边缘似然函数增大为原则不断增加或删除基函数, 直至满足收敛条件时计算停止。在任何一次迭代过程中模型里的

基函数数量都很小, 因此该方法在计算复杂度和内存耗费方面要优于 MacKay 和期望最大化迭代算法。

### 1.4 多元分类器构造

对于多元分类问题, 若存在  $k$  个类别 ( $K > 2$ ), 则公式(2)可以推广为标准多项式形式:

$$p(t|w) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^K \sigma\{y_k(x_n; w_k)\}^{t_n} k \quad (7)$$

选择传统  $K$  目标编码方法, 分类器包含  $y_k(x_k; w)$  个输出, 选取一对余(OAR)、一对一(OAO)等方法将多元问题分解成多个二元问题进行求解。

为了在后续实验中便于与 SVM 进行比较分析, RVM 分类器选择满足 Mercer 定理的高斯径向基核函数(Radial Basis Function, RBF), 其表达式为  $k(x, x') = \exp(-\|x - x'\|^2 / \sigma^2)$ ,  $\sigma$  为核函数参数。在 SVM 分类中, 需要通过交叉验证网格搜索法确定核函数参数  $\sigma$  及惩罚系数  $C$  以达到最佳的分类性能, 选择序列最小优化算法进行模型学习。

## 2 基于 RVM 的点云数据分类算法

基于 RVM 的 LiDAR 点云数据多元分类算法实现过程如下:

(1) 首先提取 LiDAR 点云数据特征。以单个离散激光脚点为对象, 提取的 LiDAR 点云脚点特征包括: ① 归一化高程, 即地物的绝对高度信息, 通过计算 DSM 与 DEM 之间的差值获得, 其中, DEM 由渐进加密三角网滤波方法获得; ② 高程标准差, 即对激光脚点局部邻域内的高程变化情况进行微观反应的特征, 计算公式如式(8)所示; ③ 高程差, 即计算局部邻域内激光脚点高程最高值与最低值之间差值; ④ 曲率特征, 即对局部曲面某处剧烈的变化程度的定量描述, 利用激光脚点的邻近元素建立协方差矩阵, 分析协方差矩阵的特征向量与特征值, 根据特征值进行曲率特征解算; ⑤ 强度, 即由机载 LiDAR 系统获取的激光脉冲返回幅度。

$$\left\{ \begin{aligned} \text{HSTD} &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2} \\ \bar{H} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H_i \end{aligned} \right. \quad (8)$$

(2) 选取 LiDAR 点云数据的五类特征及脚点类

别标号作为 RVM 分类器的输入向量,选取一定比例的特征向量作为训练样本,其余作为测试样本。

(3) 选择 RBF 和 OAR、OAO 分类方法构造多类分类器 OAR-RBF-RVM 及 OAO-RBF-RVM; 采用二折交叉验证搜索最优核函数参数  $\sigma$ 。

(4) 设置 RVM 分类器的最优核函数参数  $\sigma$ , 利用训练样本对分类器 OAR-RBF-RVM 及 OAO-RBF-RVM 进行训练,反复更新超参数  $\alpha_i$ , 计算方差  $\Sigma$  和均值  $\mu$  并同时计算全部  $M$  个基函数  $\phi_m$  对应的  $s_m$  和  $q_m$ , 满足收敛条件后退出计算。

(5) 将待识别的激光脚点特征输入训练完毕的 RVM 分类器,得到分类标记结果。

### 3 LiDAR 点云数据分类实验

基于 SVM 的点云分类方法应用较为广泛,分类精度较高。文中采用了 RVM 和 SVM 分类器的点云分类实验,并比较分析了分类结果。

#### 3.1 实验一

实验一数据来源于 TerraSolid 提供的 Niagara 地区点云数据,点云密度为 2.46 pts/m<sup>2</sup>,总点数为 45 099 个,样本信息情况如表 1 所示。实验过程中,随机选取每组数据各类地物数量的 5% 作为训练样本,其余作为测试样本。

表 1 Niagara 测区点云数据样本信息

Tab.1 Sample information of points cloud data in Niagara area

Classification	1	2	3	4	5
Name	Ground	Building	Vegetatoin	Car	Wall
Number	25 820	15 020	2 955	958	346

通过 RVM 进行点云数据分类时,选择不同的核参数  $\sigma$ , 取值范围为  $0.2 \times i, i = \{1, 2, \dots, 10\}$ , 选择 OAR 和 OAO 方法进行多元分类, 具体分类结果如表 2 所示。其中,基向量数量表示全部二元分类器使用的基函数; 利用训练样本进行模型学习占用的时间为训练时间; 对样本数据进行分类所耗费的时间为测试时间; 分类精度为正确分类的样本数据占全部样本数据的比例。

表 2 Niagara 测区点云数据 RVM 分类结果

Tab.2 RVM classification result of point cloud data in Niagara area

$\sigma$	Number of basis vectors		Training time/s		Test time/s		Accuracy	
	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO
0.2	93	93	108.30	26.47	0.32	0.32	89.58%	89.58%
0.4	35	43	25.81	11.15	0.07	0.18	90.57%	89.20%
0.6	30	31	14.50	8.65	0.09	0.10	91.59%	89.37%
0.8	33	26	11.09	6.71	0.12	0.12	92.45%	89.77%
1.0	32	29	29.17	4.88	0.06	0.12	93.92%	91.58%
1.2	33	29	28.35	4.47	0.09	0.14	92.63%	91.58%
1.4	27	32	28.95	3.57	0.07	0.12	94.52%	92.68%
1.6	24	27	16.81	4.66	0.07	0.09	94.54%	92.16%
1.8	23	27	15.28	5.16	0.07	0.09	94.24%	92.10%
2.0	27	27	11.52	4.07	0.04	0.09	94.43%	92.15%
2.2	16	26	6.64	3.52	0.04	0.10	93.67%	91.15%

通过 SVM 进行点云数据分类时,需要利用交叉验证获取规则化系数  $C$ ,通过 OAR-RBF-SVM 分类器获取的  $C=1.4$ ,耗时 2105.82s。在选择不同核参数  $\sigma$  情况下,SVM 分类结果如表 3 所示。

表 3 Niagara 测区点云数据 SVM 分类结果

Tab.3 SVM classification result of point cloud data in Niagara area

$\sigma$	Number of basis vectors		Training time/s		Test time/s		Accuracy	
	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO
0.2	325	301	118.87	11.54	1.25	1.30	88.04%	87.70%
0.4	266	252	38.14	4.60	1.00	1.07	87.19%	87.59%
0.6	291	256	3.10	11.79	1.11	1.08	92.53%	88.00%
0.8	318	271	17.11	0.89	1.19	1.23	92.93%	88.40%
1.0	344	296	61.48	5.67	1.30	1.23	92.94%	91.35%
1.2	370	316	34.58	6.83	1.37	1.31	91.55%	92.96%
1.4	390	334	4.32	5.22	1.47	1.41	92.88%	91.93%
1.6	404	342	24.68	2.17	1.55	1.49	92.52%	92.03%
1.8	412	355	42.62	25.60	1.53	1.52	92.25%	91.94%
2.0	433	372	4.82	5.49	1.62	1.57	91.84	91.91%
2.2	450	388	16.28	4.70	1.69	1.75	91.66%	91.93%

为了对分类情况有更清晰地比较, 将 RVM 与 SVM 分类实验的基向量数量、分类精度、训练时间及测试时间统计结果依次如图 1(a)、(b)、(c)、(d)所示。

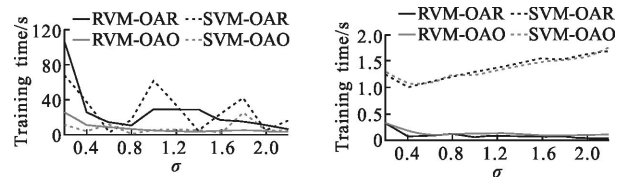
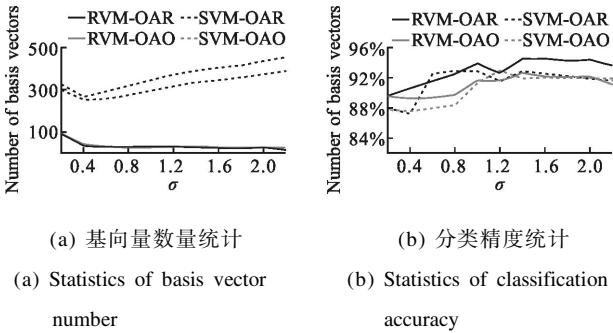


图 1 Niagara 测区 RVM 与 SVM 分类实验结果统计

Fig.1 Classification result comparison between RVM and SVM of point cloud data in Niagara area

Niagara 测区点云数据点云数据分类结果如图 2

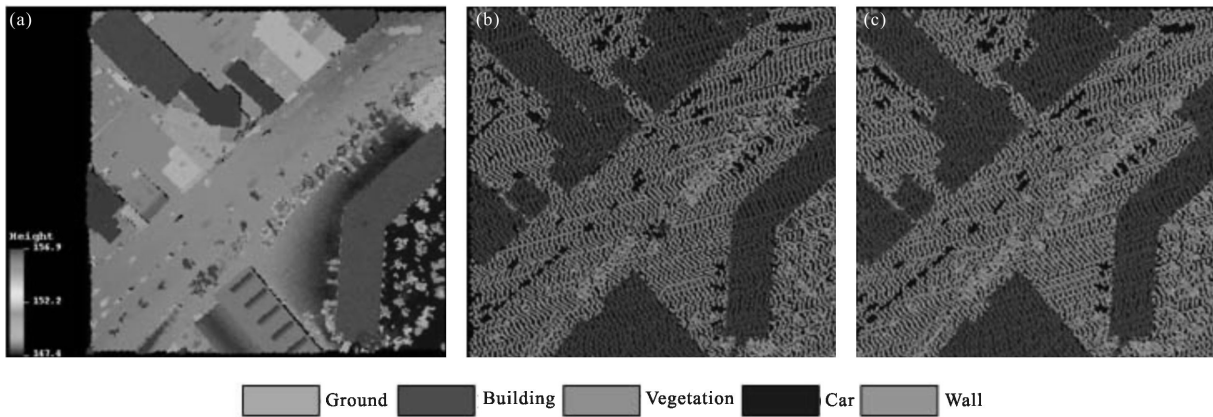


图 2 Niagara 测区点云数据分类结果比较

Fig.2 Comparison of classification results of point cloud data in Niagara area

所示,其中(a)为按照高程渲染的原始点云数据,(b)为 OAR-RVM 算法获得的分类结果( $\sigma=1.6$ ), (c)为参考分类结果。

3.2 实验二

第二组为非洲某地区点云数据, 点云密度为 3.03 pts/m<sup>2</sup>, 总点数为 203 016 个, 样本信息情况如表 4 所示。实验过程中, 随机选取每组数据各类地物数量的 2%作为训练样本, 其余作为测试样本。

表 4 非洲某地区点云数据样本信息

Tab.4 Sample information of points cloud data in African area

Classification	1	2	3	4
Name	Ground	Building	Vegetation	Car
Number	139 771	29 763	32 934	548

通过 RVM 进行点云数据分类的具体结果如表 5 所示。

表 5 非洲某地区点云数据 RVM 分类结果

Tab.5 RVM classification result of point cloud data in African area

$\sigma$	Number of basis vectors		Training time/s		Test time/s		Accuracy	
	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO
0.2	63	55	158.18	57.24	1.24	0.70	94.62%	95.66%
0.4	34	32	76.36	39.70	0.42	0.53	95.27%	95.89%
0.6	19	17	27.34	7.72	0.26	0.31	95.91%	95.68%
0.8	19	12	46.87	12.12	0.26	0.26	95.99%	95.54%
1.0	16	12	34.55	11.35	0.18	0.24	95.42%	95.44%
1.2	16	11	32.05	6.86	0.21	0.18	95.36%	95.43%
1.4	16	13	26.45	8.65	0.24	0.24	95.41%	95.54%
1.6	15	12	16.70	7.25	0.24	0.24	95.37%	95.54%
1.8	18	13	18.34	10.71	0.24	0.29	95.34%	95.53%
2.0	14	14	13.99	6.69	0.24	0.24	95.25%	95.52%
2.2	13	12	11.18	5.19	0.18	0.23	95.82%	95.68%

通过 SVM 进行点云数据分类时, 通过 OAR-RBF-SVM 分类器获取的, 耗时 8 546.40 s。在选择不同核参数  $\sigma$  情况下, SVM 分类结果如表 6 所示。

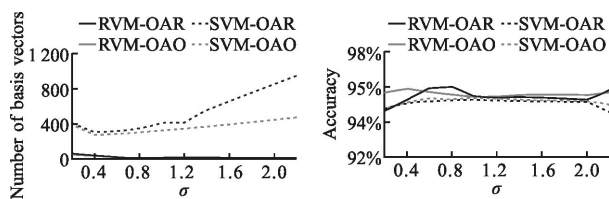
表 6 非洲某区点云数据 SVM 分类结果

Tab.6 SVM classification result of point cloud data in African area

$\sigma$	Number of basis vectors		Training time/s		Test time/s		Accuracy	
	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO	OAR	OAO
0.2	408	395	48.40	10.56	7.25	7.28	94.74%	94.75%
0.4	307	272	115.50	49.31	5.60	5.07	95.06%	95.10%
0.6	322	289	9.87	8.95	5.52	5.41	95.18%	95.36%
0.8	352	301	339.93	5.75	6.15	2.40	95.20%	95.29%
1.0	413	327	41.45	6.40	7.47	2.76	95.25%	95.38%
1.2	417	341	58.20	11.00	8.60	6.42	95.22%	95.31%
1.4	560	369	232.71	10.41	9.86	6.79	95.18%	95.26%
1.6	650	393	64.26	27.55	11.52	7.20	95.17%	95.23%
1.8	756	417	41.02	20.64	13.26	7.68	95.16%	95.20%
2.0	859	441	47.11	19.73	15.11	8.13	95.14%	95.17%
2.2	954	476	358.82	23.84	16.79	8.90	94.55%	94.97%

将两类方法分类实验的基向量数量、分类精度、训练时间及测试时间统计结果依次如图3(a)、(b)、(c)、

(d)所示。

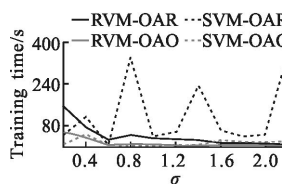


(a) 基向量数量统计

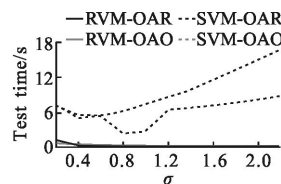
(b) 分类精度统计

(a) Statistics of basis vector number

(b) Statistics of classification accuracy



(c) 训练时间统计



(d) 测试时间统计

(c) Statistics of training time

(d) Statistics of test time

图 3 非洲某地区 RVM 与 SVM 分类实验结果统计比较

Fig.3 Classification result comparison between RVM and SVM of point cloud data in African area

非洲某地区点云数据分类结果如图 4 所示, 其中(a)为按照高程渲染的原始点云数据, (b)为 OAO-RVM 算法获得的分类结果( $\sigma=0.8$ ), (c)为参考分类结果。

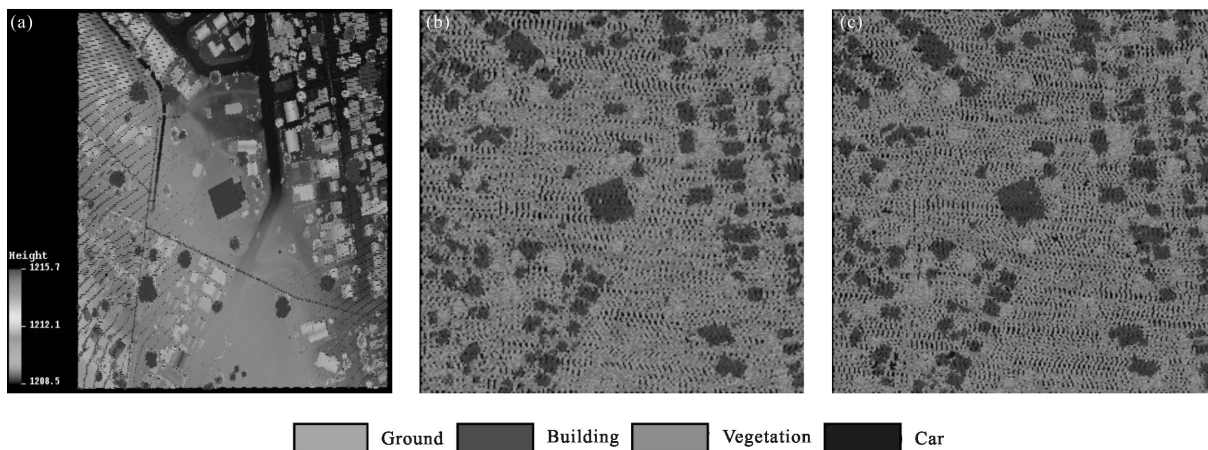


图 4 非洲某地区分类结果比较

Fig.4 Comparison of classification results of point cloud data in African area

### 3.3 实验与分析

通过 Niagara 地区及非洲某地区点云数据的 RVM、SVM 分类结果进行分析, 可得出如下结论:

(1) 与 SVM 分类器相比, RVM 分类器不存在规则化系数, 无需通过交叉验证获取 C 的取值, 避免了繁琐的参数选择过程, 也缩短了整个分类处理时间。

(2) RVM 分类器使用的基向量数量是 SVM 使用基向量个数的 1/20~1/10,模型更加稀疏。

(3) 选择相同分类方法情况下,RVM 与 SVM 的训练时间相当;无论是 RVM 还是 SVM,OAO 分类方法的训练速度要快于 OAR 分类方法训练速度。

(4) RVM 测试速度很快,其耗费的测试时间是 SVM 测试时间的 1/20~1/10。由于实际应用中是离线进行训练,RVM 非常适合对于分类速度有较高要求的快速在线分类处理。

(5) 无论是 RVM 还是 SVM 分类器,两组实验的分类精度都较高,实验一中两种方法精度相当,实验二中 RVM 分类精度略优于 SVM 分类精度。

与人工分类生成的分类结果进行对比,基于 RVM 的机载 LiDAR 点云数据分类结果较好,每类地物基本都得到了有效识别,与真实地表覆盖非常接近。

## 4 结 论

RVM 是基于贝叶斯理论的具有稀疏模型的机器学习方法,具有以下特点:模型稀疏性更强,分类速度更快;预测结果具有概率意义;不存在规则化系数;核函数不需要满足 Mercer 定理。文中提出基于 RVM 的点云数据分类算法,利用拉普拉斯方法将 RVM 分类问题转化为回归问题,选择序列稀疏贝叶斯学习方法更新超参数,构造多元分类器实现点云数据多元分类研究。Niagara 地区及非洲某地区的点云数据实验结果验证了基于 RVM 的点云分类方法的优势。

为了便于与 SVM 进行比较,文中选择满足 Mercer 定理的 RBF 核函数进行实验,下一步的研究重点是基于不同核函数的点云数据分类。

## 参考文献:

- [1] Sun Meiling, Li Yongshu, Chen Qiang, et al. Iterative multi-scale filter based on morphological opening by reconstruction for LiDAR urban data [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(1): 363-369. (in Chinese)  
孙美玲, 李永树, 陈强, 等. 基于迭代多尺度形态学开重建的城区 LiDAR 滤波方法 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(1): 363-369.
- [2] Vosselman G. Slope based filtering of laser altimetry data[J]. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2000, 33(B3/2): 935-942.
- [3] Rottensteiner F. A new method for building extraction in urban areas from high-resolution LiDAR data [J]. *International Archives of Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2002, 343 (3/A): 295-301.
- [4] Straub B M, Heipke C. Automatic extraction of trees for 3D-city models from images and height data [J]. *Automatic Extraction of Man-Made Objects from Aerial and Space Images(III)*, 2001, 3: 267-277.
- [5] Samadzadegan F, Bigdeli B, Ramzi R. A multiple classifier system for classification of LiDAR remote sensing data using multi-class SVM [C]//Multiple Classifier Systems: 9th International Workshop, MCS 2010, 2010: 254-264.
- [6] Lodha S K, Kreps E J, Helmbold D P, et al. Aerial LiDAR data classification using support vector machines (SVM)[C]//IEEE Proceedings of the Third International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission (3DPVT'06), 2006: 567-574.
- [7] Bishop C M, Tipping M E. Variational Relevance Vector Machines [C]//Proceedings of the 16th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, 2000: 46-53.
- [8] Silva C, Ribeiro B. Scaling text classification with relevance vector machines [C]//IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2006: 4186-4191.
- [9] Nikolaev N, Tino P. Sequential relevance vector machine learning from time series [C]//IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 2005: 1308-1313.
- [10] Zhou Xin, Wu Ying. Research on signals modulation classification based on SVM and RVM [J]. *Journal on Communications*, 2010, 31(8A): 94-99. (in Chinese)  
周欣, 吴瑛. 基于 SVM 和 RVM 的信号调制分类研究[J]. *通信学报*, 2010, 31(8A): 94-99.
- [11] Yang Guopeng, Yu Xuchu, Zhou Xin, et al. Research on relevance vector machine for hyperspectral imagery classification [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2010, 39(6): 572-578. (in Chinese)  
杨国鹏, 余旭初, 周欣, 等. 基于相关向量机的高光谱影像分类研究[J]. *测绘学报*, 2010, 39(6): 572-578.
- [12] MacKay D J C. The evidence framework applied to classification networks [J]. *Neural Computation*, 1992, 4(5): 720-736.
- [13] Tipping M E. Sparse bayesian learning and the relevance vector machine [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1: 211-244.