

# 结合全变差和小波变换的 PCF 光特性评估方法

申 艳, 解 颐, 娄淑琴

(北京交通大学 电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 为了更准确、快速评估实际光子晶体光纤的光特性, 提出了一种基于全变差和小波变换的实际光子晶体光纤光特性评估方法。建立了在小波变换域上的全变差模型, 利用 Bregman 算法进行迭代运算, 有效地滤除光子晶体光纤截面图像的噪声, 并保持截面图像空气孔的边缘结构, 进而结合有限元方法, 实现实际光子晶体光纤的光特性的准确快速评估。通过对商用及自制光子晶体光纤的特性评估, 验证了所提出方法的有效性。文中所提出的方法结合了全变差和小波变换的优点, 可以有效去除吉布斯现象和阶梯效应的影响, 提高了光子晶体光纤光特性评估的精度。

**关键词:** 光子晶体光纤; 光特性; 全变差; 小波; 去噪

**中图分类号:** TN913.7 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0722001

## Evaluation method of optical properties for photonic crystal fibers based on total variation and wavelet model

Shen Yan, Xie Yi, Lou Shuqin

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, Chinese)

**Abstract:** Based on the combination model of total variation and wavelet transform, an improved method was proposed to rapidly evaluate the optical properties of actual Photonic Crystal Fibers(PCFs). Firstly, the total variation model in the wavelet domain was set up in this paper. Secondly, the split Bregman algorithm was used iteratively to denoise the cross-section images of PCFs, and thus the edge structures of air holes of PCFs image was kept. Thirdly, the optical properties of practical PCFs were evaluated rapidly by the adoption of the finite element method. By analyzing microscope images of cross sections of commercial and homemade PCFs, it is proved that the proposed method can achieve higher evaluation accuracy of optical properties of PCFs and the Gibbs and staircase effect can be eliminated efficiently in the extraction process of the edges of air holes in PCFs image.

**Key words:** photonic crystal fibers; optical properties; total variation; wavelet; denoise

收稿日期: 2015-11-24; 修订日期: 2015-12-27

基金项目: 国家自然科学基金(61475016); 北京市自然科学基金(4154083); 中央高校基本科研业务费项目(2015JBM023)

作者简介: 申艳(1979-), 女, 副教授, 博士, 主要从事图像复原方面的研究。Email: sheny@bjtu.edu.cn

通讯作者: 娄淑琴(1965-), 教授, 博士生导师, 主要从事光纤通信、全光网络关键技术、特种光纤及器件、光纤传感等方面的研究。

Email: shqlou@bjtu.edu.cn

## 0 引言

从第一根光子晶体光纤( Photonic Crystal Fibers, PCFs)问世至今已将近二十年<sup>[1]</sup>,由于光子晶体光纤灵活的结构设计以及独特的光特性,成为特种光纤研究领域的研究热点<sup>[2]</sup>。近些年,PCFs 在光器件、光通信和光传感等领域都有广泛应用<sup>[3]</sup>,而 PCFs 光特性的准确估计对 PCFs 的应用至关重要。为了快速准确评估实际光子晶体光纤特性,笔者研究组先后提出了间接测量实际光子晶体光纤光特性的方法<sup>[4-6]</sup>,应用数字图像处理技术弥合断裂的空气孔、自适应估计图像重建参数、重建实际的 PCFs 横截面,采用有限元方法对实际光纤的光特性进行建模分析。由于只需要较短的 PCFs 样本即可实现快速的实际 PCFs 的光特性评估,不需要专用昂贵的测量仪器,具有成本低、测量快等优势。

在实际 PCFs 截面图像的切割和成像过程中,噪声污染始终存在,由此导致得到的 PCFs 截面图像质量恶化,进而导致后续空气孔结构提取的不准确,影响后续光特性参数的评估。文中在前期研究的基础上提出一种改进方法,将全变差(Total Variation, TV)方法和小波变换相结合进行实际处理,提高实际 PCFs 光特性的评估精度。

全变差图像去噪方法<sup>[7]</sup>是目前一种非常有效的去噪方法,将图像视为分段常数的模型,建立全变差模型,迭代计算实现图像的去噪。而 PCFs 图像属于卡通类图像<sup>[8]</sup>,可以近似为分段光滑函数。因此,全变差方法可以应用于 PCFs 截面图像去噪,并可以消除由小波变换引起的吉布斯现象,在去除图像噪声的同时,突出图像的边缘信息。但全变差方法采用了梯度信息进行优化,不可避免地带来阶梯效应,小波变换方法可以去除阶梯效应。小波去噪方法也是一种有效去除噪声的方法,图像噪声往往处于小波系数的高频部分,因此,通过小波阈值收缩就可以有效去除噪声。小波方法虽然可以抑制由全变差方法带来的阶梯效应,但是小波去噪方法会引起吉布斯现象。为此,文中将全变差方法和小波变换相结合,实现 PCFs 截面图像噪声的有效去除。

目前已有多种基于全变差和小波变换的去噪方法。参考文献[9]将图像分为两部分进行去噪处理,

卡通部分进行全变差去噪,而纹理部分进行小波阈值收缩去噪。该方法并没有将全变差和小波变换相结合,而是在图像不同部分分别采用全变差和小波方法。参考文献[10]和[11]将全变差方法和小波变换在一定条件下进行等价处理,将小波变换域系数或者将其均方值的  $l_1$  范数作为正则化项。该方法实质上将全变差正则化项用小波变换替代,也不是全变差和小波变换的结合处理。参考文献[12]是将图像变换到梯度域,然后进行小波变换实现图像处理。该方法将图像变换到梯度域后再进行小波变换,小波将平滑图像的梯度信息,进而平滑图像边缘特征信息,将引起图像特征边缘的模糊。

文中在以上方法基础上,提出一种基于全变差和小波阈值收缩的去噪方法,将 PCFs 截面图像的小波变换域系数近似为分段光滑函数,在小波变换域建立全变差模型,通过 Bregman 算法迭代计算,有效实现图像的去噪,重建出良好的 PCFs 截面图像。通过实验仿真证明了文中提出的方法能够有效去除 PCFs 截面图像噪声、准确提取空气孔边缘信息,进而提高 PCFs 光特性评估的精度。该方法结合了全变差和小波变换的优点,能够克服全变差方法引起的阶梯效应和小波阈值收缩引起的吉布斯现象,在去除噪声的同时有效的保持 PCFs 截面图像空气孔的边缘特征信息,为后续的光特性评估提供了良好的图像质量,进而提高光特性评估的精度。

## 1 基于全变差和小波变换的 PCFs 光特性评估模型

文中提出的基于全变差和小波的光特性评估方法的流程如图 1 所示。对比参考文献[5],该方法将均值去噪模块变为全变差-小波去噪模块。该方法的优势在于能够有效去除在光子晶体光纤截面切割和成像过程中产生的噪声,为后续光特性评估提供更

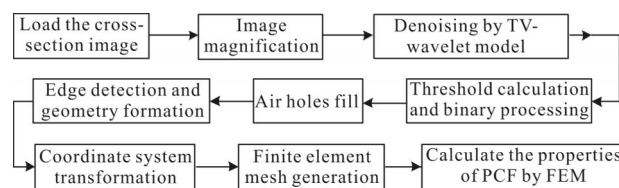


图 1 光子晶体光纤光特性估计流程图

Fig.1 Flow chart of the evaluation process of optical properties of PCEs

优质的截面图像。

文中提出的方法具体步骤如下:首先,在小波变换域建立全变差去噪模型;其次,根据 Bregman 算法对该模型进行优化求解,得到去噪的 PCFs 截面图像;再次,通过阈值收缩和二值化处理提取空气孔边缘;最后通过有限元方法计算 PCFs 的光特性。

由于 PCFs 截面图像在光纤切割和成像阶段不可避免的受到噪声的影响,因此,去噪阶段的 PCFs 截面图像质量直接影响后续光特性的评估精度。Osher 等人提出的全变差模型<sup>[7]</sup>是一种有效的去除噪声的模型,PCFs 截面图像可以看做是分段光滑函数,其去噪模型为:

$$y=x+v \quad (1)$$

式中: $y$  为噪声图像; $v$  为高斯白噪声; $x$  为所期望重建的图像。从  $y$  中重建  $x$  是一个病态问题。求解式(1)的方法是加入一个 TV 正则项,于是  $x$  通过公式(2)进行求解

$$\hat{x}=\operatorname{argmin}_x \frac{\lambda}{2} \|y-x\|_2^2+\|\nabla x\|_{TV} \quad (2)$$

式中: $\|\nabla x\|_{TV}$  为一个正则项; $\lambda$  为是一个正的正则化参数。

将 PCFs 截面图像变换到小波域,得到低频小波系数以及水平、垂直和斜向这个 3 个方向的高频系数。因此,小波变换后的图像也可以近似看做是分段光滑函数,可以在小波域建立全变差模型。文中将全变差方法和小波去噪方法相结合,在小波域建立的全变差模型如公式(3)所示

$$\hat{u}=\operatorname{argmin}_u \frac{\lambda}{2} \|z-u\|_2^2+\|\nabla u\|_{TV} \quad (3)$$

式中:将图像  $x$  变换到小波域  $u$ ,  $W^T$  是小波变换, $u=W^T x$ ,  $z$  是受噪声污染后的图像  $y$  的小波域变换系数, $z=W^T y$ 。由于  $\|\nabla u\|_{TV}$  不可分离,通过变量代换将公式(3)变为可分离的模型,将  $\nabla u$  用变量  $d$  替换,并在公式(3)中增加  $d=\nabla u$  约束条件,公式(3)变为:

$$\hat{u}=\operatorname{argmin}_u \frac{\lambda}{2} \|z-u\|_2^2+\|d\|_1 \quad \text{s.t. } d=\nabla u \quad (4)$$

将公式(4)的约束问题转化为无约束问题,如公式(5)所示。

$$\hat{u}=\operatorname{argmin}_u \frac{\lambda}{2} \|z-u\|_2^2+\|d\|_1+\frac{\gamma}{2} \|d-\nabla u-b\|_2^2 \quad (5)$$

其中  $b$  是一个和 Bregman 迭代算法相关的变量,惩罚因子  $\gamma$  是一个正常数, $\lambda$  是  $\|z-u\|_2^2$  的参数。

公式(5)可以通过交替方向方法进行求解<sup>[13]</sup>,每一步固定某个参数,优化另外一个参数。

$$u^{k+1}=\operatorname{argmin}_u \frac{\lambda}{2} \|u-z\|_2^2+\frac{\gamma}{2} \|\nabla u-d^k+b^k\|_2^2 \quad (6)$$

$$d^{k+1}=\operatorname{argmin}_d \|d\|_1+\frac{\gamma}{2} \|d-\nabla u^{k+1}-b^k\|_2^2 \quad (7)$$

$$b^{k+1}=b^k+\nabla u^{k+1}-d^{k+1} \quad (8)$$

公式(6)中, $u$  的优化满足离散屏蔽泊松方程。

$$\lambda(u-z)+\gamma \nabla^*(\nabla u-d+b)=0 \quad (9)$$

式中: $\nabla^*$  表示后向差分离散梯度,令  $\Delta=-\nabla^* \nabla$ ,

整理后得到:

$$u^{k+1}=\frac{((\lambda/\gamma)z-\nabla(d^k-b^k)+\Delta u^k)}{\lambda/\gamma} \quad (10)$$

公式(7)中,对  $d$  子问题进行解耦,得到具有封闭形式的解,如公式(11)所示:

$$d^{k+1}=\frac{\nabla u^{k+1}+b^k}{|\nabla u^{k+1}+b^k|} \max\left\{|\nabla u^{k+1}+b^k|-\frac{1}{\gamma}, 0\right\} \quad (11)$$

通过公式(8)实现参数  $b$  的更新。公式(10)、(11)和(8)反复迭代,直到重建的图像和上一步重建图像的误差达到所要求的范围,迭代运算停止。文中方法的具体流程下所示。

参数设置:受污染的 PCFs 截面图像大小是  $N \times N$ ,  $N=64$ , 将其转化为  $N^2 \times 1$  向量  $y$ ;  $W$  为小波分解矩阵( $N^2 \times M$ ),  $M=4N^2$ ;  $M$  是  $y$  在小波域中的系数个数; $x^0$  是去噪图像的初始状态,  $k=0$ ;  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  分别是应用于小波低频和高频的参数,  $\gamma_1=5$ ,  $\gamma_2=8$ ;  $\lambda=30$ ;  $tol$  是算法停止的条件,  $tol=10^{-3}$ 。初始化:当  $k=0$  时,  $x^0=0_{N^2 \times 1}$ ,  $b^0=0_{M \times 1}$ ,  $d^0=0_{M \times 1}$ ,  $z_{M \times 1}=W^T y$ ,  $u^0=W^T x$ ,  $0$  表示全零向量。

迭代循环:

(1)固定  $d$  和  $b$ , 利用公式(10)对  $u$  进行优化,得到  $u^{k+1}$ ;

(2)固定  $u$  和  $b$ , 根据公式(11)对参数  $d$  进行优化,得到  $d^{k+1}$ ;

(3)固定  $d$  和  $u$ , 根据公式(8)对参数  $b$  进行优化,得到  $b^{k+1}$ ;

(4)将  $u$  变换到图像域,  $x^{k+1}=W u^{k+1}$ , 如果  $\|x^{k+1}-x^k\|_2 \geq tol$  返回(1)重复进行,  $k=k+1$ ; 如果  $\|x^{k+1}-x^k\|_2 \leq tol$ , 输出去噪的 PCFs 截面图像  $x^{k+1}$  并跳出循环。

## 2 实验结果和分析

采用经典 lena 图像和实际 PCFs 截面图像进行

实验,以验证所提出方法的有效性。由于 PCFs 图像经过小波变换后,可以近似看做是分段光滑函数,因此,可以采用 Haar 小波函数实现小波变换,在该小波域内,建立全变差模型,实现图像的有效去噪。实验用双核计算机主频是 2.93 GHz,内存是 4 G。

对 lena 图像人工加入高斯白噪声,其信噪比为 24 dB。应用 Haar,TV 和文中所提出的方法进行去噪处理,图 2 给出了 3 种方法的去噪结果对比图,图(a)是无噪声原图,图(b)是加入了噪声的图像,图(c)是 Haar 小波去噪结果,图(d)是全变差方法去噪结果,图(e)是文中方法去噪结果。



图 2 Haar、TV 和文中方法去噪实验结果对比

Fig.2 Comparison of the denoised classical images with Haar, TV and the proposed methods

从图 2 可以看出文中提出的去噪方法,相比 Haar 和 TV 去噪方法,其去噪的图像效果更好。经过 Haar、TV 和文中方法去噪后,信噪比分别为 26.03 dB, 29.01 dB 和 29.31 dB。相比图 2(b)中受噪声污染后图像的信噪比 24 dB,文中方法信噪比提高的幅度更大。所以文中方法的去噪效果更好,可以应用于 PCFs 截面图像去噪。

根据所提出的模型,应用 Haar 小波方法、全变差方法和文中方法对实际 PCFs 截面图像进行去噪实验。实验 PCFs 截面图像包括:Crystal Fiber A/S 公司研制的大模场 PCF<sup>[14]</sup>、保偏 PCF<sup>[15]</sup>,以及本研究组研制的大模场 PCF<sup>[4]</sup>,其显微数字截面图像分别如图 3 所示,分别截取 64×64 大小图像用于实验。(a)大模场 PCF 图像,(b)保偏 PCF 图像,(c)笔者研究组实际研

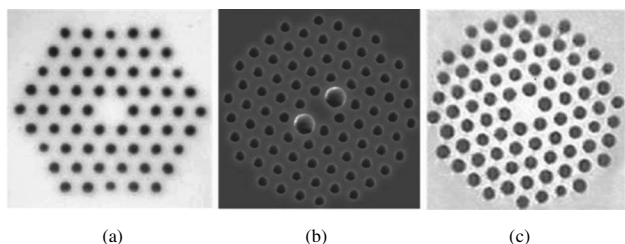


图 3 实际 PCFs 显微数字截面图像

Fig.3 Microscope images of cross section of several practical PCFs

制的 PCF 图像。

实际 PCFs 显微数字截面图像去噪实验结果如图 4 所示,图 4(a)、(d)和(g)是 Haar 小波去噪结果,图 4(b)、(e)和(h)是全变差方法去噪结果,图 4(c)、(f)和(i)是文中方法去噪结果。

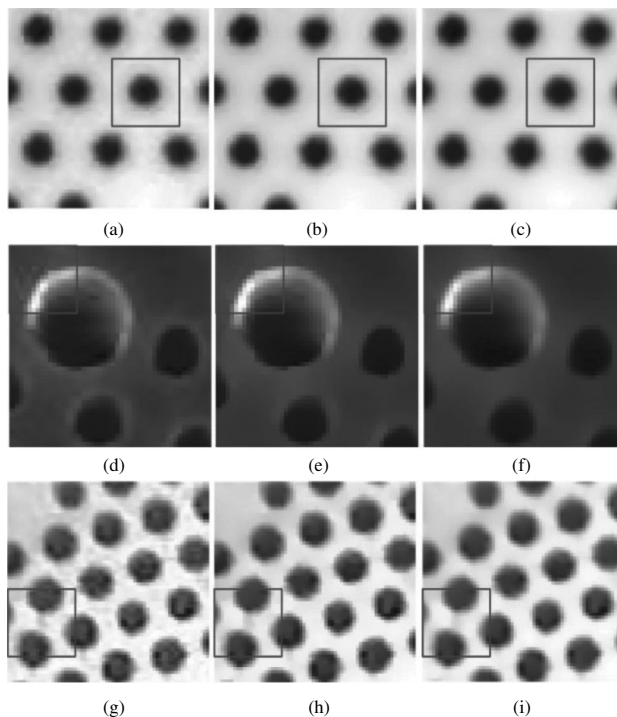


图 4 PCFs 截面图像去噪结果对比

Fig.4 Comparison results of the denoised cross-section image of PCFs

如图 4(d)、(e)和(f)所示,图 4(d)是 Haar 小波去噪结果,方框中的大空气孔左上角的白色边界附近可以看到吉布斯波动现象。图 4(e)是全变差去噪结果,可以看出相同左上角区域存在类似锯齿状的阶梯块,这是由于全变差方法引起的阶梯效应,而且大空气孔下方的边缘比较尖锐,不够平滑。图 4(f)是文中方法处理结果,可以看到该大空气孔左上角既没有吉布斯波动,也没有阶梯效应,清晰而且光滑,大空气孔下方的边缘也很清晰平滑。从图 4 可以看出,文中方法能够更有效的去除噪声,尤其在图像方框标识的范围内,文中方法能够更好的去除空气孔边缘附近的噪声,同时更好的保持了 PCFs 空气孔边缘的结构。

综上所述,文中方法的去噪效果结合了小波方法和全变差方法的优点,更好的消除了噪声,为后续的 PCF 光特性的评估提供了优质的图像。

### 3 PCF 光特性评估

通过边缘提取获得重建的 PCFs 截面图像的空气孔结构, 然后利用有限元方法 (Finite Element Method, FEM) 计算实际光子晶体光纤的光特性。诸如色散、拍长等参数可以通过光纤截面的折射率分布计算得到<sup>[16]</sup>。

模场面积可以通过公式(12)计算得到:

$$MFA = \frac{\left( \iint_s |E|^2 dx dy \right)^2}{\iint_s |E|^4 dx dy} \quad (13)$$

式中:  $E$  为电场;  $s$  为光子晶体光纤的截面范围。

色散定义为:

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (14)$$

式中:  $n$  表示有效折射率;  $c$  表示真空中的光速;  $\lambda$  表示真空中的波长。

拍长可以表示为:

$$L = \lambda/B \quad (15)$$

式中:  $B$  为基模双折射。

空气孔的结构对 PCFs 光特性的影响很大。应用有限元方法可以获得光纤的特性。对于 Crystal Fiber A/S 制作的大模场面积 PCF, 如图 2(a) 所示, 通过文中的方法获得去噪后的 PCFs 截面图像, 经过边缘提取和 FEM 方法网格划分后, 其光特性计算结果如表 2 所示。

表 2 大模场 PCF 基模的模场直径对比

Tab.2 Comparison of mode field diameter of the fundamental mode

Wavelegth/ $\mu\text{m}$	0.4	0.6	0.8	1.0
Given results of mode field diameter	4.2 $\pm$ 0.5			
Numerical results of mode field diameter	4.05	4.11	4.16	4.22

从表 2 可以看出, 在不同的波长下, 文中方法给出的模场直径结果均在参考文献[14]给定的范围内, 满足实际应用的需求。应用文中方法评估了如图2(b)所示的 A/S 公司的保偏 PCFs<sup>[15]</sup>的光特性, 得到的参数数值结果如表 3 所示。

从表 3 可以看出, 在波长 1 550 nm 处的保偏 PCF 光纤, 文中方法得到的两个偏振基模的色散和

拍长接近参考文献[15]报道的要求。和参考文献[4-5]的结果对比, 性能更好。以上数值分析结果表明, 文中方法是一种有效的评估 PCFs 光特性的方法, 适合于多种实际 PCFs 的光特性评估。

表 3 保偏 PCFs 产品参数数值结果对比

Tab.3 Comparison of the numerical results with the PCFs product parameters

$\lambda=1\ 550\ \text{nm}$	Dispersion of two polarizations/ $\text{ps} \cdot \text{nm}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$		Beat length /mm
Given results	54	59	<4
Our results	54.18	59.27	3.3

### 4 结 论

文中提出了一种结合全变差和小波变换评估光子晶体光纤光特性的方法, 能够准确快速评估实际 PCFs 光纤的特性。该方法利用全变差方法消除吉布斯现象和小波变换消除阶梯效应的优点, 在小波变换域建立全变差模型; 采用 Bregman 迭代算法有效去除 PCFs 截面图像的噪声; 高质量地重建了实际光纤的截面, 并应用有限元方法分析实际 PCFs 光纤的光特性, 提高了光特性评估的精度。采用晶体光纤 A/S 光纤公司的 PCFs 截面图像进行仿真实验, 实验结果显示, 文中所提出的方法相比 Haar 小波方法和全变差方法的去噪效果更好, 能更有效的保持空气孔的边缘特征, 得到的模场直径、色散等参数精度更高。文中方法为实际的光子晶体光纤光特性的准确评估提供了有效快捷的方法。

### 参考文献:

[1] Knight J C, Birks T A, Russell P S J, et al. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. *Opt Lett*, 1996, 21: 1547-1549.

[2] Yang T J, Chau Y F, Yeh H H, et al. Dispersion properties, birefringence and confinement loss of rotational elliptic air-hole photonic crystal fiber [J]. *Appl Phys A*, 2011, 104: 857-861.

[3] Shahabuddin N S, Ahmad H, Yusoff Z, et al. Spacing-switchable multiwavelength fiber laser based on nonlinear polarization rotation and brillouin scattering in photonic crystal fiber [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2012, 4: 34-38.

[4] Wang L W, Lou S Q, Chen W G, et al. A novel method

- for rapidly modeling optical properties of actual photonic crystal fibers[J]. *Chinese Phys B*, 2010, 19: 084209.
- [5] Shen Yan, Wang Liwen, Lou Shuqin. Improved method for fast evaluating optical properties of actual photonic crystal fibers [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(4): 1041–1046. (in Chinese)  
申艳, 王立文, 娄淑琴. 改进的快速评估实际光子晶体光纤特性的方法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(4): 1041–1046.
- [6] Shen Y, Lou S Q, Wang X. Novel estimation method of point spread function based on kalman filter for accurately evaluating real optical properties of photonic crystal fibers[J]. *Applied Optics*, 2014, 53(9): 1838–1845.
- [7] Leonid I Rudin, Stanley Osher, Emad Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1992, 60(1–4): 259–268.
- [8] Zhang X Q, Chan T F. Wavelet inpainting by nonlocal total variation[J]. *Inverse Problems and Imaging*, 2010, 4(1): 1–20.
- [9] Zeng Tiejong, Li Xiaolong, Michael Ng. Alternating minimization method for total variation based wavelet shrinkage model [J]. *Commun Comput Phys*, 2010, 8(5): 976–994.
- [10] Cai J F, Dong B, Osher S, et al. Image restoration: total variation, wavelet frames, and beyond[J]. *J Amer Math Soc*, 2012, 25: 1033–1089.
- [11] Kamilov U, Bostan E, Unser M. Wavelet shrinkage with consistent cycle spinning generalizes total variation denoising [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(4): 187–190.
- [12] Chan T F, Shen J H, Zhou H M. Total variation wavelet inpainting[J]. *J Math Imaging Vis*, 2006, 25: 107–125.
- [13] Bertsekas D P. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*[M]. New York: Academic Press, 1982.
- [14] Crystal Fiber A/S. <http://www.crystal-fibre.com/datasheets/LMA-PM-5.pdf>, 2008.
- [15] Crystal Fiber A/S. <http://www.crystal-fibre.com/datasheets/PM-1550-01.pdf>, 2008.
- [16] Poli F, Cucinotta A, Selleri S. *Photonic Crystal Fiber - Properties and Application* [M]. Netherland: Springer, 2007: 219–223.