

基于 SST 模型的红外整流罩湍流换热数值计算

罗海波^{1,3,4}, 张代军^{1,2,3,4}, 惠斌^{1,3,4}, 常铮^{1,3,4}, 徐保树^{1,3,4}

- (1. 中国科学院沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 中国科学院光电信息处理重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;
4. 辽宁省图像理解与视觉计算重点实验室, 辽宁 沈阳 110016)

摘要: 低空高速突防红外制导系统的球形整流罩通常工作在湍流换热状态, 文中以零攻角球锥体为基础, 结合结构网格、来流物性参数、驻点及湍流球面换热工程公式, 探索出一种将 SST 模型应用于整流罩湍流换热数值计算的工程方法。首先根据 Billig 公式, 利用分块结构网格在流场中构造脱体激波, 以降低数值耗散, 然后通过壁面网格高度调整, 分析计算结果对近壁网格的敏感度。在此基础上, 分析 SST 模型参数对计算结果的影响, 其中 Bradshaw 数仅对峰值热流影响较大。在驻点层流区域, 通过来流的等效导热率修正使 SST 模型热流计算结果与 Klein 公式相符。在球面湍流区域, 利用高速球体湍流换热工程公式对 Bradshaw 数进行修正, 使 SST 模型热流计算结果与该工程算法相符。修正后的 SST 模型的计算结果具有工程精度, 可用于整流罩抗热冲击、气动光学效应、图像非均匀校正以及红外、激光末制导的弹道设计等分析研究, 具有重要的工程意义。

关键词: 红外整流罩; 网格敏感度; 热流密度; 湍流换热; 模型参数修正

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0703002

Numerical calculation of turbulent convection heat transfer over infrared dome based on SST turbulence model

Luo Haibo^{1,3,4}, Zhang Daijun^{1,2,3,4}, Hui Bin^{1,3,4}, Chang Zheng^{1,3,4}, Xu Baoshu^{1,3,4}

- (1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. Key Laboratory of Opto-Electronic Information Processing, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;
4. Key Lab of Image Understanding and Computer Vision, Shenyang 110016, China)

Abstract: Spherical dome usually works in the state of turbulent convection heat transfer for the penetration infrared guidance system flying at low altitude and high speed. In this paper, the sphere-cone at zero attack corner was focused on. Numerical calculation engineering method of turbulent convection heat transfer for dome was proposed by using SST model, which was implemented by generating the structure grid, setting physical property parameter of inflow and compared with the engineering formula of heat transfer at stagnation point and turbulent region. Firstly, based on Billig's results, detached shock was generated in flow field by use of multi-block structured grid in order to reduce the numerical dissipation. In order to analyze the sensitivity of the calculation results to near-wall grid, several

收稿日期: 2015-11-05; 修订日期: 2015-12-03

基金项目: 总装预研项目(51301030108)

作者简介: 罗海波(1967-), 男, 研究员, 博士生导师, 博士, 主要从事图像处理、目标识别等方面的研究。Email: luohb@sia.cn

通讯作者: 张代军(1979-), 男, 副研究员, 博士生, 主要从事气动热计算及防护方面的研究。Email: zhangdaijun@sia.cn

numerical experiments were performed with grid of different near-wall node heights. Then, the influence of SST model parameters on the calculation results was analyzed and Bradshaw number only had an obvious impact on the computation of peak heat flux. The result of heat flux at stagnation point calculated by SST model was consistent with Klein's formula by using the correction approach of equivalent thermal conductivity for inflow. At the region of turbulent flow over dome, the Bradshaw number was modified by applying the engineering formula of turbulent heat transfer over the sphere at high speed. The result of heat flux computed by SST model was consistent with this engineering formula. The results calculated by modified SST model could satisfy the requirement of engineering applications and could be applied to analyze thermal shock resistance of dome, aero-optic effects, non-uniformity correction of infrared images and trajectory design of terminal guidance for infrared or laser guidance system. This numerical calculation method plays an important role in engineering design of optical guidance system at high speed.

Key words: infrared dome; grid sensitivity; heat flux; turbulent convection heat transfer; modification of model parameters

0 引言

随着计算机模拟技术的进步和普及,功能材料、飞行器、发动机等方面的研制周期和成本大为降低,航空、航天领域也迎来了更新换代的要求,低成本空天飞机 X51 的成功试飞^[1]对世界产生了深远的影响,高速突防与反突防等方面的研究日趋活跃、重要。轻便灵活的红外制导系统将在未来对地精确打击及空天防御体系中发挥更加重要的作用^[2-3]。红外制导系统多采用球锥体气动外形^[4],这种设计既便于矢量推进控制,提高系统的机动性,又适于大范围、大角度快速搜索、跟踪。但高速飞行时产生的气动热将引起向整流罩内部的传导热流,进而导致整流罩的脆性破裂失效或热障效应,因此,整流罩在气动热环境下的热流密度估算是进行该类飞行器设计的关键。球形整流罩壁面热流密度分布的计算主要有工程计算和数值计算两种方法,工程算法公式的基础是关于静焓的势函数在驻点附近的自相似解^[5]。在高空、高超声速化学反应流领域,Fay-Riddell 驻点热流公式和 Lees 球面层流边界层热流密度公式一直被广泛应用^[6-7]。对于中低空无化学反应情况,Raytheon 公司的 Claude A. Klein 根据工程计算需要,对 Van Driest 提出的整流罩驻点热流密度计算模型进行了改造,并将其应用于表面层流状态的整流罩抗热冲

击能力分析^[8-9]。但随着红外制导系统向低空、高速方向的发展,整流罩的表面流动通常是湍流状态,而目前国内外对湍流状态下的对流换热工程计算方法的研究较少。

高精度的热流密度数值计算需要极细密的网格以降低截断误差引起的数值耗散,对计算机硬件及大规模并行计算程序的要求均较高。而基于 RANS 方程的湍流模型计算效率高,其主要模型参数多由实验或经验确定,计算精度能够满足工程需要,但主要应用于气动力计算^[10]。

文中采用基于 RANS 方程的 SST 湍流模型进行球形整流罩表面湍流状态下的热流密度的数值计算,SST 模型的外层 $k-\varepsilon$ 模型能抑制激波层内因熵增而产生的涡干扰,进而充分发挥内层 $k-\omega$ 模型计算精度高的特点。首先利用结构网格在流场中构造了激波的形状与位置,使网格与流场相适应,以降低数值耗散,并通过壁面网格高度的调整进行了计算结果对近壁网格的敏感度分析;在此基础上,通过数值试验分析了 SST 湍流模型的湍动能输运与耗散参数对热流密度计算结果的影响,其中 Bradshaw 数仅对峰值热流影响较大;以采用工程计算公式计算得到的驻点附近湍流状态的高速球体的表面热流密度分布为基准,通过 Bradshaw 数修正使 SST 模型的峰值热流与工程公式相符合。

1 Klein 公式及 SST 湍流模型及参数

1.1 Klein 驻点热流密度公式

根据 Klein 提出的计算模型,整流罩驻点处的热流密度 q_{stag} 为:

$$q_{stag}=h_{st}(T_{st}-T_{iw}) \quad (1)$$

式中: h_{st} 为整流罩驻点处的换热系数; T_{st} 为来流总温,表达式分别为公式(2)和(3):

$$h_{st}=1.2c_p\sqrt{\frac{\rho_\infty\mu_\infty a_\infty}{R}}Ma_\infty\left[1+\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)Ma_\infty^2\right] \quad (2)$$

$$T_{st}=T_\infty\left[1+\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)Ma_\infty^2\right] \quad (3)$$

式中: ρ_∞ 、 μ_∞ 、 a_∞ 、 Ma_∞ 和 γ 分别是自由来流的密度、动力粘度、声速、马赫数和比热比; c_p 为来流的定压比热容; $R=0.075$ m 为整流罩外球面半径; T_{iw} 为整流罩壁面初始温度,假设与来流静温 T_∞ 相同,标准大气参数见参考文献[11]。

对 12 000 m 高度标准大气、2.5 Ma 及 3.5 Ma 的来流条件,由 Klein 公式得到整流罩驻点处的热流密度分别为 117.7 kW/m² 和 336 kW/m²。

1.2 SST 湍流模型及主要参数

文中采用基于有限体积法的求解器,并选用 SST 湍流模型对无攻角球锥体飞行器球形整流罩的热流密度进行数值计算。SST 湍流模型通过复合函数将 $k-\varepsilon$ 与 $k-\omega$ 模型结合起来,在外层通过 $k-\varepsilon$ 模型抑制激波层内的强烈涡干扰,在内层近壁区域采用 $k-\omega$ 模型,得到更符合物理意义的高分辨率近壁流动解,适用于壁面热流密度计算。SST 模型的涡粘系数 μ_t 、湍动能 k 方程和湍流频率 ω 方程的表达式如下^[2]:

$$\mu_t=\frac{\rho a_1 k}{\max(a_1\omega, 1|\Omega|F_2)} \quad (4)$$

$$\frac{D(\rho k)}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\beta^*\rho\omega k \quad (5)$$

$$\frac{D(\rho\omega)}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right]+\gamma\mu_t\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\beta\rho\omega k^2+2(1-F_1)\frac{\rho}{\sigma_\omega}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (6)$$

式中: ρ 为密度; μ 为分子粘性系数; u_i 为时均速度; x_j 为坐标轴; Ω 为涡量; F_1 、 F_2 为复合函数, $\tau_{ij}=-\rho\overline{u_i'u_j'}$,为雷诺应力; $\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ 为湍动能的生成项,令 ϕ_1 为原始 $k-\omega$ 模型中的参数: a_1 、 σ_{k1} 、 $\sigma_{\omega1}$ 、 β_1 、 β^* 、 $\gamma_1=\beta_1/\beta^*-\sigma_{\omega1}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$,令 ϕ_2 为转化 $k-\varepsilon$ 模型中的参数: σ_{k2} 、

$\sigma_{\omega2}$ 、 β_2 、 β^* 、 $\gamma_1=\beta_2/\beta^*-\sigma_{\omega2}\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$,各参数的通用设定值及复合函数 F_1 、 F_2 见参考文献 [12],模型中参数 $\phi=F_1\phi_1+(1-F_1)\phi_2$ 。文中通过模型分析和数值试验对 a_1 、 σ_{k1} 、 β^* 和 β_2 等参数的影响机理及影响效果进行了分析。

2 网格划分及网格敏感度分析

2.1 网格划分

结构网格更容易构造激波等流场结构,使网格与流场相适应,以降低激波及壁面附近的数值耗散,提高计算稳定性和收敛速度,文中采用分块结构网格进行壁面热流密度计算。Billig 基于试验数据得到球锥体的双曲脱体激波形状和位置方程^[5]:

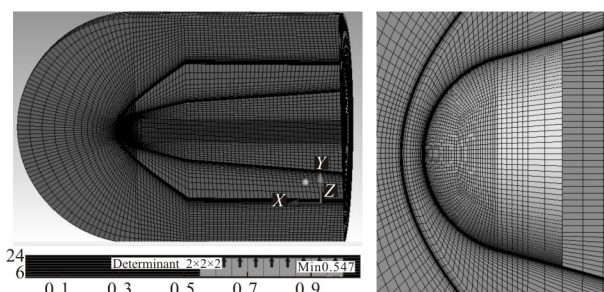
$$x_s=R+\delta-R_c\cot^2\alpha\left(1+\frac{y_s^2\tan^2\alpha}{R_c^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

式中: x_s 、 y_s 为截面平面坐标; δ 为激波脱体距离; R_c 为激波顶点处的曲率半径; α 为尖锥附体激波角,根据 Billig 的试验数据, δ 和 R_c 有如下关系式:

$$\frac{\delta}{R}=0.143\exp(3.24/Ma_\infty^2) \quad (8)$$

$$\frac{R_c}{R}=1.143\exp[0.54/(Ma_\infty^2-1)^{1/2}] \quad (9)$$

在 2.5 Ma 来流条件下,由上式得到球锥体前脱体激波的形状和位置,并在激波前后适当加密,如图 1 所示。整流罩外表面处采用 40 层几何分布律加密,层间距比率为 1.1,为了进行近壁网格敏感度分析,采用了不同的第一层壁面网格高度,其中高度为 0.003 mm 的结构网格及网格质量如图 1(a) 所示,图 1(b) 为其局部放大。



(a) 结构网格和数量 (b) 部分加大的网格
(a) Structured grid and its quantity (b) Partial enlarged grid

图 1 流场结构化网格

Fig.1 Structured grid of fluid field

2.2 网格敏感度分析

2.2.1 来流及边界条件设置

以海拔 12 000 m 处的标准大气、2.5 Ma 为来流条件,以整流罩外表面的恒定温度为壁面温度边界条件,并假设该温度与来流相同,且分布均匀,采用二阶迎风格式进行对流项离散,文中的数值计算中的流体选用理想气体,其分子黏性系数随温度按 Sutherland 公式变化。

SST 湍流模型对气动加热热流密度的计算结果较实际飞行情况偏大,其原因主要有两方面:一方面是 SST 模型中的湍动能 k 对边界层外缘处的自由来流边界条件比较敏感,该边界处微小的湍流频率 ω 值也会导致边界层内的湍动能 k 的估算过高^[13]。另一面,穿过激波,激波层内流动的熵会增加,并且激波越强,熵增越大,熵增将带来流动中涡的产生,而 ω 正是涡强度的量化。所以,边界层外的自由来流中较大的 ω 值将导致边界层内 k 的急剧增大,而边界层外缘处温度的数值计算又具有较高的精度,从而导致温度边界层的厚度变小,产生较大的热流密度计算结果。为解决该问题,文中将来流的热导率设置为类似等效热导率的固定值,通过降低穿过边界层的温度传导速率,来恢复温度边界层的厚度。

数值实验结果表明:等效热导率修正值仅与马赫数有关,而与飞行高度无关。由 Crocco 定理,激波层内的涡量随马赫数的增大而增大^[5],Billig 根据试验数据得到的公式 (7)~(9) 也表明激波的形位仅与马赫数有关,这些都证明了上述方法的正确性。通过试算得到 2.5 Ma 情况下来流的等效热导率为 0.0242 W/(m·K)。

2.2.2 近壁网格敏感度分析

向整流罩内部的热传导发生在黏性底层,而 SST 中计算黏性底层流动的 $k-\omega$ 模型对网格质量的要求严格,即第一层壁面网格高度无量纲参数 $y^+ < 2$ ^[14]。为得到较理想的热流密度计算结果,文中利用峰值热流处壁面网格 y^+ 值替代网格雷诺数进行近壁网格敏感度分析。

保持其他网格参数不变,分别设置第一层壁面网格高度为 0.002、0.003、0.005、0.008、0.010、0.012、0.015、0.04 和 0.09 mm(以下用第一层壁面网格高度代指其所属网格),得到沿整流罩外球面母线(所在平面与对称面垂直)的热流密度分布如图 2 所示,不同网格对应的 y^+ 值分布如图 3 所示,图中横坐标为母

线从驻点开始离开对称面的距离,横坐标 0 代表驻点(以下相同)。

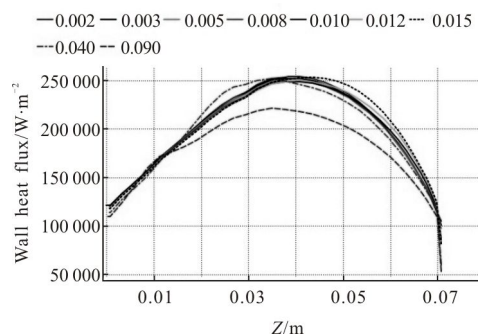


图 2 不同壁面高度网格情况下的热流密度分布

Fig.2 Distributions of surface heat flux based on grids of different heights

由图 2 和图 3 可见,0.002、0.003 和 0.005 网格在整流罩全壁面均满足 $y^+ < 2$, 所得热流密度分布曲线几乎重合,因此,若 SST $k-\omega$ 模型在全壁面均起作用,则计算结果对近壁网格不敏感。在实际应用中很难在整个壁面上都满足该条件, SST 模型的自动近

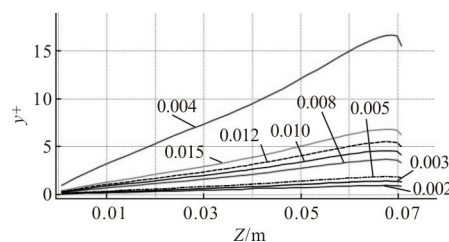


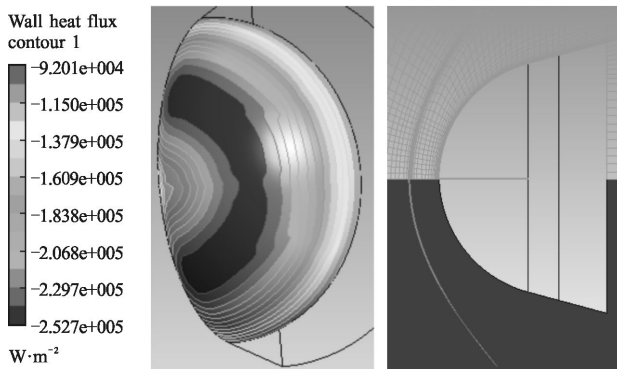
图 3 不同第一层网格高度下的 y^+ 值分布

Fig.3 Distributions of y^+ based on grids of different height of first layer grid

壁处理模式能够实现 $k-\omega$ 模型到壁面函数的光滑过渡,但该模式起作用的条件是边界层内至少有 10 层网格^[14],且对应的 y^+ 值约小于 4。0.008 和 0.01 网格在整个壁面上满足 $y^+ < 4$, 所得热流密度分布曲线与 0.002 等网格的结果重合度很好,可见若 $k-\omega$ 模型和自动近壁处理在全壁面起作用,则热流密度分布对近壁网格分布不敏感。即使自动近壁处理仅在部分壁面区域起作用,该区域的热流密度分布也能与 0.002 等网格的结果较好重合,0.012、0.015、0.04 及 0.09 网格均反映了这一趋势。0.015 网格在热流密度峰值处的 y^+ 值略小于 4, 其热流密度分布曲线在峰值之前与 0.002 网格的结果重合得很好,但在峰值之后发生了较小的偏移,对于工程应用而言,主要关注热流密度峰值及其出现的大致位置,因而 0.015

网格的结果能够满足工程需要。根据前面的分析,可以认为:热流密度分布数值计算结果对于峰值热流位置处 $y^+ < 4$ 的近壁网格不敏感。

利用 0.003 的网格得到的整流罩外表面热流密度如图 4(a)所示,激波捕捉质量如图 4(b)所示,激波前后的数值耗散较小。



(a) 整流罩外表面热流密度分布 (b) 激波
(a) Distribution of heat flux over dome (b) Shock wave

图 4 壁面热流分布及激波形状与位置

Fig.4 Distribution of heat flux over dome and shape and position of shock wave

激波层内的温度、速度矢量及整流罩外表面的热流密度分布如图 5 所示,整流罩表面的速度边界

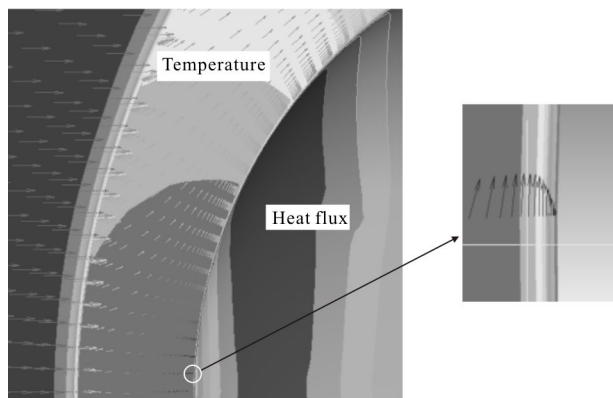


图 5 温度、热流密度及速度矢量图

Fig.5 Distributions of temperature, heat flux and velocity vector

层和温度边界层厚度均较小。由于剧烈的空气压缩,在驻点附近形成高温、高压、高密度的气体滞止区,该部分气体随着持续的高速飞行而沿着整流罩壁面向下游膨胀加速。由于驻点附近区域的膨胀流速度较低,在整流罩表面维持层流边界层状态,随着膨胀流速度的不断加快,整流罩下游表面可能转换为湍

流流动,使壁面热流迅速增加并达到峰值,随后由于膨胀做功,气体内能减少,温度降低,壁面热流也随之降低。

3 SST 模型参数影响分析

保持来流 12000m 的大气高度及 $0.0242 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ 的等效热导率不变,将来流速度提高至 3.5 Ma 。在保证近壁网格质量的基础上,SST 模型计算的热流密度分布如图 6 所示,驻点处 SST 模型和 Klein 公式的结果分别为 $380 \text{ kW}/\text{m}^2$ 和 $336 \text{ kW}/\text{m}^2$ 。为提高对制导系统影响最大的峰值热流的计算精度,需对 SST 模型的参数进行计算结果影响分析。

由 $k-\omega$ 模型的湍动能方程(5)可知,可以通过减小输运项 σ_k 和增大耗散项 $\beta^* \rho \omega k$ 两种方式减小对湍动能的估计。由参考文献[13],湍流普朗特数 σ_k 的建议取值范围为(0.55, 0.7),将方程(5)中的 σ_k 由原模型的 0.85 降至 0.60,按照修正后的模型计算的结果如图 6 所示, σ_k 的修正对结果影响相对较小。

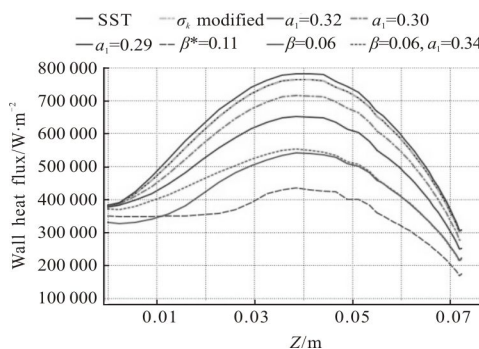


图 6 基于 SST 及其参数修正模型的热流密度分布

Fig.6 Distributions of surface heat flux based on SST and its parameters modified models

另外,Bradshaw 假设在湍流充分发展区域的雷诺应力 τ 与湍动能 k 成正比关系,即 $\tau = a_1 \rho k$,由方程(4)可知,SST 模型的涡粘系数 μ_t 方程符合该假设,在远离壁面的湍流区域,Bradshaw 数 a_1 将直接影响该区域涡粘系数 μ_t 的大小,由转化 $k-\epsilon$ 模型的湍动能方程(5)可知, μ_t 直接影响到湍流区湍动能 k 的输运和生成,而 SST 模型通过关于湍动能 k 的复合函数 F_1 实现从湍流 $k-\epsilon$ 模型向层流 $k-\omega$ 模型的平滑过渡,即湍流区的湍动能输运参数 a_1 间接地影响黏性

底层湍动能的大小与分布。分别将 a_1 由原模型的 0.31 改为 0.29、0.30 和 0.32，利用修正后的模型对 3.5 Ma 来流进行计算，得到的结果如图 6 所示，Bradshaw 数 a_1 仅对峰值热流计算影响较大，而对驻点及较远下游区域几乎无影响，这主要是由于驻点区域处层流状态下的 k 值较小，而流体密度 ρ 随着激波层内的膨胀加速而在整流罩下游变得较小，这使得雷诺应力 τ 在驻点和较远下游处取值均较小，对近壁层流区的湍动能输运影响不大。

对于湍动能耗散项，将方程(5)中的 β^* 由原模型值的 0.09 增大到 0.11，对 3.5 Ma 来流进行计算的结果如图 6 所示，驻点热流与 Klein 结果基本吻合，但随着湍流频率 ω 沿壁面的不断增大，湍动能 k 在热流峰值处耗散过大，导致该处热流密度的计算值过低。

Wilcox^[13]提出通过降低 $k-\omega$ 模型的 ω 方程(6)中的 β 值，使湍流频率 ω 变大的方式来加强对湍动能的耗散，同时根据方程(4)， ω 的增大能直接降低黏性底层的 μ_r 值，按参考文献[13]将 β 由原模型的 0.075 改为 0.06，对 3.5 Ma 来流计算得到热流密度分布如图 6 所示，驻点处与 Klein 结果吻合，但同样由于湍流频率 ω 沿流向的快速增大而导致峰值热流偏小。在此基础上，按参考文献[13]将 Bradshaw 常数 a_1 由原来的 0.31 增加到 0.34，得到结果如图 6 所示，由于沿壁面 k 耗散太快，峰值热流处的 k 值变小，而驻点处的密度 ρ 又较大，导致湍流区雷诺应力 τ 对驻点处的影响较大。参考文献[13]中的模型修正主要针对分离流，可能不适用于整流罩等激波层内的附着边界层流动的计算。

综合以上分析，湍动能输运参数湍流普朗特数 σ_k 对计算结果影响较小；耗散项参数 β^* 和 β 对峰值热流影响过大，不适于壁面热流计算的模型修正；由于工程上主要关注峰值热流，所以利用湍流区的湍动能输运参数 Bradshaw 数 a_1 对 SST 模型进行修正以提高计算精度。

4 基于高速球体工程公式的 Bradshaw 数修正

4.1 高速飞行球体热流密度工程算法公式

对于驻点下游附近湍流状态的高速球体，沿其表面的 Stanton 数 St 分布如公式(10)所示^[15-16]：

$$St=0.042 \left(\frac{du_e}{dx} \frac{D}{u_\infty} \right)^{4/5} \left(\frac{\mu_\infty}{\rho_\infty u_\infty D} \right)^{1/5} \left(\frac{\rho_e}{\rho_\infty} \right)^{4/5} \times \left(\frac{\mu_e}{\mu_\infty} \right)^{1/5} \left(\frac{x}{D} \right)^{3/5} P_r^{-2/3} \quad (10)$$

式中： x 为沿整流罩外表面母线切向的曲线坐标，原点为驻点； μ_e 、 ρ_e 和 u_e 分别为边界层外缘处的分子粘性系数、密度和速度； D 为整流罩外球面直径； $P_r=0.71$ 为普朗特数。

边界层外缘参数可由 Lees 修正的牛顿压力系数公式和正激波后的等熵流动关系^[5,7]得到。正激波后的压力 p_2 和密度 ρ_2 如公式(11)和(12)所示^[7]：

$$p_2=p_\infty \left[1 + \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} \right) (Ma_\infty^2 - 1) \right] \quad (11)$$

$$\rho_2=p_\infty \left[\frac{(\gamma+1)Ma_\infty^2}{(\gamma-1)Ma_\infty^2 + 2} \right] \quad (12)$$

由 Lees 修正的牛顿理论可得沿整流罩表面的压力系数分布 C_p 为^[5]：

$$C_p=C_{pmax} \sin^2 \theta \quad (13)$$

式中： θ (rad)为整流罩外球面相对于对称轴的表面倾角； C_{pmax} 为最大压力系数：

$$C_{pmax} = \frac{2}{\gamma Ma_\infty^2} \left\{ \left[\frac{(\gamma+1)^2 Ma_\infty^2}{4\gamma Ma_\infty^2 - 2(\gamma-1)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{2\gamma Ma_\infty^2 + (1-\gamma)}{\gamma+1} \right] - 1 \right\} \quad (14)$$

由图 5 可见，整流罩表面的边界层厚度较小，可将边界层外缘处曲率半径近似为整流罩外球面半径，由几何关系可得如下关系式：

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{2}{D} \quad (15)$$

$$x = \frac{\pi - 2\theta}{4} D \quad (16)$$

利用正激波后流动的等熵关系，可得边界层外缘处密度 ρ_e 为^[7]：

$$\rho_e = \rho_2 \left(\frac{p_e}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (17)$$

式中： p_e 为边界层外缘处压强：

$$p_e = p_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 C_p \quad (18)$$

根据气体状态方程，边界层外缘的静焓 h_e 为^[7]：

$$h_e = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_e}{\rho_e} \quad (19)$$

可得边界层外缘的温度 T_e 为^[7]：

$$T_e = \frac{h_e}{c_p} \quad (20)$$

根据能量守恒方程,边界层外缘的速度 u_e 为^[7]:

$$u_e = \sqrt{2(h_s - h_e)} \quad (21)$$

式中: h_s 为滞止静焓,

$$h_s = c_p T_\infty + \frac{u_\infty^2}{2} \quad (22)$$

将公式(19)和(22)代入公式(21)得:

$$u_e = \left\{ 2 \left[c_p T_\infty + \frac{u_\infty^2}{2} - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} \times \left(\rho_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 C_{pmax} \sin^2 \theta \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (23)$$

从而可推导出:

$$\frac{du_e}{dx} = \frac{du_e}{d\theta} \frac{d\theta}{dx} = \frac{p_2^{1/\gamma} p_e^{-1/\gamma} \rho_\infty u_\infty^2 C_{pmax} \sin(2\theta)}{u_e D \rho_2} \quad (24)$$

边界层外缘的分子粘性系数可由 Sutherland 公式^[5]得到:

$$\mu_e = \mu_0 \left(\frac{T_e}{T_0} \right)^{1.5} \frac{T_0 + 110.4}{T_e + 110.4} \quad (25)$$

其中 $T_0 = 288.16 \text{ K}$, $\mu_0 = 1.789 \times 10^{-5}$ 。

关于边界层外缘参数的计算可采用国际标准单位制:密度(kg/m^3)、速度(m/s)、定压比热容 c_p (J/kg)、焓(J/kg)和温度(K)。将公式(16)、(17)、(24)和(25)代入公式(10)便可得到整流罩表面的 Stanton 数。则整流罩表面的换热系数为 h_{st}^i :

$$h_{st}^i = St \rho_\infty u_\infty c_p \quad (26)$$

需要注意的是公式(26)中的各变量的量纲需要调整为: h_{st}^i (C.H.U./($\text{ft}^2 \cdot \text{K}$))(1 C.H.U.=1.899 1 kJ,1 ft=0.304 8 m)、 ρ_∞ (slug/ ft^3)(1 slug=14.593 9 kg)、 u_∞ (ft/s)和 c_p (C.H.U./slug)。整流罩表面的热流密度 q_w^i (C.H.U./($\text{ft}^2 \cdot \text{s}$))分布如公式(27)所示^[6]:

$$q_w^i = h_{st}^i (T_e - T_w) \quad (27)$$

式中: T_w 为整流罩表面处的当地壁温,仍假设与来流静温 T_∞ 相同。

在参考文献[16]中,公式(27)中的 T_e 原为恢复温度 T_r :

$$T_r = T_e \left(1 + r \frac{1 + \gamma}{2} M_e^2 \right) \quad (28)$$

式中: r 为温度恢复系数。根据对流换热的定义,公式(27)中应该是边界层外缘处的温度 T_e 。为验证公式(27)采用 T_e 的正确性,可根据参考文献[17]中峰

值热流 q_{max}^i 与驻点热流 q_{stag} 的关系式(29):

$$q_{max}^i = 7.706 \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_0} R \right)^{0.3} q_{stag} \quad (29)$$

式中: ρ_0 为海平面大气密度。

Klein 公式主要用于整流罩完全层流状态下的整流罩的抗热冲击能力计算,该情况下驻点热流最大,Klein 保守地将驻点处的温度恢复系数取为 1,即直接用总温来计算驻点热流。为更准确地计算峰值热流密度,在此采用驻点恢复温度 T_r^{stag} 来替代总温 T_{st} 进行驻点热流密度计算:

$$q_{stag} = h_{st} (T_r^{stag} - T_{iw}) \quad (30)$$

$$T_r^{stag} = T_\infty \left(1 + r \frac{1 + \gamma}{2} M_\infty^2 \right) \quad (31)$$

对于驻点处层流流动, r 取值为 0.86。以 kW/m^2 为单位,根据公式(27)和(29)得到的不同来流条件下的最大热流密度如表 1 所示。

表 1 不同工程公式的峰值热流密度计算结果

Tab.1 Peak heat flux calculated from different engineering formula

	6 000 m 2.5 Ma	3 000m 2.5 Ma	1 000 m 2.5 Ma	8 000 m 3.5 Ma
Formula(27)	534.5	791.4	991.7	1262.0
Formula(29)	546.1	796.4	1009.4	1189.6
Deviation	-2.2%	-0.6%	-1.78%	5.7%

由表 1 可见,公式(27)采用边界层外缘温度 T_e 是合理和可靠的,而采用 T_r 的热流计算结果偏大较多。

4.2 峰值热流的 Bradshaw 数修正

根据参考文献[18]中 Stetson 对高超声速钝锥绕流实验,非冷壁情况下的边界层转捩临界雷诺数约为 4.4×10^6 ,冷壁情况下的临界雷诺数约为 3.2×10^6 ,据此判断,3 000 m、2.5 Ma 来流和 8 000 m、3.5 Ma 来流条件下,整流罩存在层流向湍流的转捩,笔者单位组织的火箭撬实验也验证了该来流条件下转捩的存在。文中采用 SST 湍流模型对两种来流条件下的整流罩热流密度分布进行数值计算。对于 3 000 m、2.5 Ma 来流,首先将来流的等效热导率设置为固定的 $0.024 2 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,再根据公式(27)的计算结果调整 Bradshaw 数 a_1 的取值,当 $a_1 = 0.316$ 时,SST 模型在 0.041 m 处得到最大热流密度值 $788.2 \text{ kW}/\text{m}^2$,高

速球体工程算式(27)在 0.036 m 处得到最大热流密度值 791.4 kW/m²,两种方法的计算结果如图 7 所示(图 7 和图 8 中的横坐标仍为外球面母线从驻点开始离开对称面的距离)。

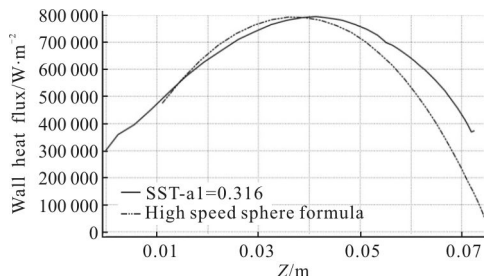


图 7 SST 模型和高速球体公式的热流密度分布-2.5 Ma

Fig.7 Distributions of surface heat flux based on SST model and high speed sphere engineering formula -2.5 Ma

对于 8000 m、3.5 Ma 来流,将来流的等效热导率设置为固定的 0.0198 W/(m·K),当 $a_1=0.325$ 时,SST 模型在 0.042 m 处得到最大热流密度值 1264.8 kW/m²,高速球体工程算式(27)在 0.039 m 处得到最大热流密度值 1262.0 kW/m²,两种方法的计算结果如图 8 所示。

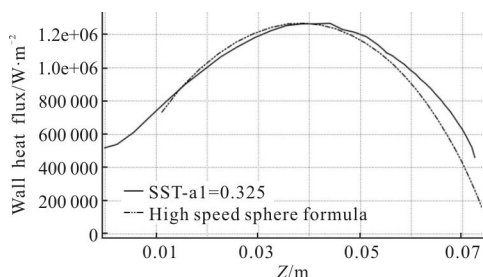


图 8 SST 模型和高速球体公式的热流密度分布-3.5 Ma

Fig.8 Distributions of surface heat flux based on SST model and high speed sphere engineering formula -3.5 Ma

由图 7、8 可见,通过修正 Bradshaw 数 a_1 ,SST 湍流模型对不同高度及速度来流的峰值热流计算结果均能与工程算法公式计算结果相吻合,并且峰值热流出现的位置及峰值热流之前的热流密度分布也与工程算法结果相一致。由雷诺比拟可知,SST 模型关于气动力的计算也具有同样的精度。对于不同的飞行条件,Bradshaw 数 a_1 需要通过数值试算,并与工程算法的计算结果进行比对得到, a_1 的试算值可在(0.31,0.34)范围内选取。由于 Bradshaw 数 a_1 是湍流区状态参数,不依赖于黏性底层的流动细节,所以,该参数修正具有一定的通用性,即可通过简单的

球锥体外形得到某飞行条件下的 a_1 值,再利用该 a_1 值对同样飞行条件下的流线拱形等先进钝体外形整流罩进行热流密度计算。

5 结论

红外整流罩气动热环境是进行高速光学制导系统设计需要考虑的重要因素,文中利用零攻角球锥体简单外形,结合网格敏感度分析、来流的等效热导率设置、SST 湍流模型及其模型参数影响分析进行了整流罩壁面热流密度分布数值计算,得到以下结论:

(1) 对于结构网格,热流密度分布数值计算结果对峰值热流位置处 $y^+ < 4$ 的近壁网格不敏感。

(2) 对于不同的高度及速度来流,通过对来流的等效热导率设置,SST 模型的计算结果在驻点处与 Klein 结果相符合,该等效热导率值仅与马赫数有关,而与飞行高度无关。

(3) 以表面湍流状态下的高速飞行球体的热流密度分布工程公式的计算结果为基准,进行 Bradshaw 数修正,修正后的 SST 模型的热流密度分布计算结果与工程公式符合较好,具有工程精度。

经等效热导率和 Bradshaw 数修正的 SST 模型能够得到沿整流罩整个表面的具有工程精度的热流密度分布,可直接用于整流罩的随弹道时间历程的温升以及抗热冲击能力分析。同时,SST 模型得到的完整流场信息也能用于气动光学效应、气动热辐射及图像非均匀校正等分析,最终为红外、激光等系统末制导的弹道设计提供参考。文中方法的通用性好,也适用于流线拱形等先进外形整流罩的气动热计算。

参考文献:

[1] Guo Chaobang, Liu Wenjie. Structural materials and thermal protection system of hypersonic vehicles [J]. *Aerodynamic Missile Journal*, 2010(4): 88-94. (in Chinese)
郭朝邦,李文杰.高超声速飞行器结构材料与热防护系统[J]. 飞航导弹, 2010(4): 88-94.

[2] Luo Haibo, Shi Zelin. Status and prospect of infrared imaging guidance technology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(4): 565-573. (in Chinese)
罗海波,史泽林.红外成像制导技术发展现状与展望[J]. 红外与激光工程, 2009, 38(4): 565-573.

[3] Fan Jinxiang, Guo Yunhe. USA's global infrared detecting

- equipment: advancement, architecture analysis and capability prediction[J]. *Infrared*, 2006, 34(1): 1-9. (in Chinese)
- 范晋祥, 郭云鹤. 美国导弹防御系统全域红外探测装备的发展、体系分析和能力预测[J]. 红外, 2006, 34(1): 1-9.
- [4] Huang Shike, Zhang Tianxu, Li Lijuan, et al. IR guiding technology based on multispectral imaging for air to air missile [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35(1): 16-20. (in Chinese)
- 黄仕科, 张天序, 李丽娟, 等. 空空导弹多光谱红外成像制导技术研究[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(1): 16-20.
- [5] Aderson J D. Hypersonic and High Temperature Gas Dynamic[M]. New York: McGraw-Hill, 1989: 228-257.
- [6] Liu Xianming. Theoretical calculation and its application of aerodynamic heat of air to air missile [J]. *Aero Weaponry*, 1997(2): 22-25. (in Chinese)
- 刘仙明. 空空导弹气动加热理论计算及其应用 [J]. 航空兵器, 1997(2): 22-25.
- [7] Lv Lili. Study of engineering method of calculation of aerodynamic heating of body at hypersonic [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2005, 2: 22-29. (in Chinese)
- 吕丽丽. 高超声速气动热工程算法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2005, 2: 22-29.
- [8] Daniel C Harric. Materials for Infrared Windows and Domes: Properties and Performance [M]. New York: SPIE Optical Engineering Press, 1999: 141-145.
- [9] Klein C. Infrared missile domes: heat flux and thermal shock[C]//SPIE, 1993, 1997: 150-169.
- [10] He Youjin, Zhang Peng, Peng Jun, et al. Aerodynamic heating and stress analysis on dome of infrared high speed air to air missiles[J]. *Infrared Technology*, 2007, 29(7): 373-376. (in Chinese)
- 何友金, 张鹏, 彭军, 等. 高速红外空空导弹整流罩气动加热及应力分析[J]. 红外技术, 2007, 29(7): 373-376.
- [11] Bian Yingui, Xu Ligong. Aerothermodynamics [M]. Heifei: Press of University of Science and Technology of China, 2011: 325-327. (in Chinese)
- 卞荫贵, 徐立功. 气动热力学[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2011: 325-327.
- [12] Zhou Yu, Qian Weiqi, Deng Youqi, et al. Introductory analysis of the influence of Menter's SST turbulence model's parameters [J]. *Air Aerodynamic Sinica*, 2010, 28(2): 213-217. (in Chinese)
- 周宇, 钱炜祺, 邓有奇, 等. SST 两方程湍流模型中参数影响初步分析[J]. 空气动力学学报, 2010, 28(2): 213-217.
- [13] David C Wilcox. Formulation of the $k-\omega$ turbulence model revisited. AIAA 2007-1408[R], 2007.
- [14] Ansys, Inc. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide Release 12.1[M]. New York: Ansys Inc, 2009.
- [15] Van Driest E R. On the aerodynamic heating of blunt bodies [J]. *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, 1958, 9b(5/6): 233-248.
- [16] Van Driest E R. The problem of aerodynamic heating [J]. *Aeron Eng Rev*, 1956, 15(10): 26-41.
- [17] Crabtree L F, Dommentt R L, Woodley J G. Estimation of heat transfer to flat plates, cones and blunt bodies. Royal Aircraft Establishment Technical Report 65137 [R], 1965: 19-25.
- [18] Fu Dexun, Ma Yanwen, Li Xinliang, et al. Direct Numerical Simulation of Compressible Turbulent Flow [M]. Beijing: Science Press, 2010: 430-435. (in Chinese)
- 傅德薰, 马延文, 李新亮, 等. 可压缩湍流直接数值模拟 [M]. 北京: 科学出版社, 2010: 430-435.