

离轴反射光学系统像差特性研究

庞志海, 樊学武, 任国瑞, 丁蛟腾, 许亮, 凤良杰

(中国科学院西安光学精密机械研究所 空间光学研究室, 陕西 西安 710119)

摘要: 以轴对称光学系统的初级矢量波像差理论为基础, 通过引入孔径缩放因子和孔径偏移矢量, 获得了离轴反射光学系统初级像差特性。通过分析可知: 离轴反射光学系统的初级像差依然由球差、彗差、像散组成。由于孔径缩放因子存在, 离轴反射光学系统的波像差系数均有不同比例的减小, 且轴对称光学系统的高级孔径像差会在对应离轴光学系统中引入较低阶孔径像差, 例如轴对称光学系统未校正球差, 对应的离轴光学系统除过球差外还将引入彗差、像散等。相比于轴对称光学系统的像差, 由于孔径偏移矢量的引入, 离轴反射光学系统的像差不再关于中心视场旋转对称, 有可能在轴外视场产生像差零点。

关键词: 矢量波像差; 离轴反射光学系统; 像差

中图分类号: TH74 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0618002

Study of aberration characteristic of off-axis reflective system

Pang Zhihai, Fan Xuewu, Ren Guorui, Ding Jiaoteng, Xu Liang, Feng Liangjie

(Space Optics Laboratory, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

Abstract: Based on the 3rd vector wavefront aberration theory of axial symmetry optical system, the vector aberration expansions of off-axis optical system was obtained by pupil zoomed factorial and pupil decenter vector in this paper. It is known through the analysis that the off-axis optical system's aberration are still composed of 3rd spherical aberration 3rd coma and 3rd astigmatism. Due to the impact of pupil zoomed factorial, the decrease of the off-axis optical system's aberration coefficients were different proportion. The higher-order pupil aberration of coaxial system will induce low-order pupil aberration into off-axis mirror system. For example, if the coaxial system is not corrected for 3rd spherical aberration, it will introduce not only the spherical but also the constant coma and astigmatism into off-axis system. The aberration of off-axis system will not be asymmetry by the field center because the induced low-order aberration, and there maybe have an aberration zero point outside the center field of the view.

Key words: vector wavefront aberration; off-axis mirror optical system; aberration

收稿日期: 2015-10-21; 修订日期: 2015-11-15

基金项目: “西部之光”基金

作者简介: 庞志海(1985-), 男, 工程师, 博士, 主要从事光学系统检测与装调等方面的研究。Email: uestc_pzh@126.com

0 引言

反射式光学系统^[1-3]以其无色差、结构紧凑、可以轻量化以及可实现大口径等优点，越来越广泛被应用于民用航空、航天领域，如 R-C 系统、卡塞格林系统及三反射镜消像散系统 (Three-Mirror Anastigmatic, TMA) 等。由于轴对称反射光学系统不可避免的存在中心遮拦，中心遮拦的存在不仅会损失光通量，而且降低了系统中、低频的衍射极限 MTF 值。为了解决轴对称反射光学系统存在的中心遮拦问题，科研工作者提出了离轴反射光学系统，通过增加轴对称系统孔径离轴量、增加轴对称反射系统的离轴视角或者两者相结合的办法来避免中心遮拦。

由于离轴反射光学系统的失对称性，传统轴对称光学系统像差理论及其分析工具不能用来分析离轴反射光学的像差特性。这使得在设计离轴反射光学系统的过程中缺少相关的理论基础，设计者只能依靠设计软件给出的点列图、MTF 曲线、畸变网格来判断离轴反射光学系统的像质，设计过程中校正像差存在很大的盲目性。文中以传统的初级矢量波像差理论为基础，通过引入孔径偏移矢量和孔径缩放因子，获得离轴反射光学系统初级像差特性，为离轴反射光学系统设计过程中提供了相关的理论依据。

1 理论模型

离轴反射光学系统时，其初始结构的求解与轴对称系统一样，在系统设计优化过程中取轴对称系统的离轴部分。对于视场离轴的系统来讲，其孔径光阑依然位于轴对称系统的光轴上(图 1(a))，因此视场离轴光学系统像差表现形式与轴对称系统的像差表现形式一致，只是在分析时取轴对称系统轴外视场。对于孔径离轴的系统来讲，其孔径光阑相对于轴对称系统的光阑存在压缩、偏移(图 1(b))，不能依照视场离轴的系统来进行分析。

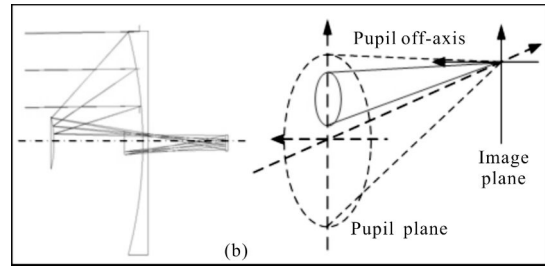
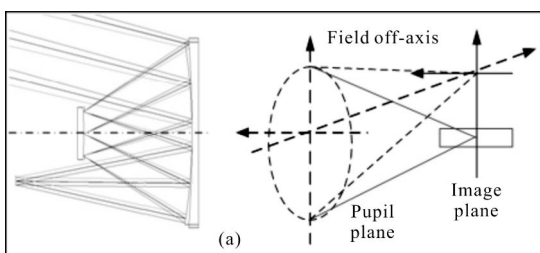


图 1 不同离轴方法的光瞳示意图

Fig.1 Schematic representation pupil for different off-axis means

轴对称反射光学系统的初级矢量波像差为^[4-8](文中只分析球差、彗差、像散):

$$W(\vec{H}, \vec{\rho}) = \underbrace{\sum W_{040}(\vec{\rho}' \cdot \vec{\rho}')^2}_{\text{Spherical aberration}} + \underbrace{\sum W_{131}(\vec{H} \cdot \vec{\rho}')(\vec{\rho}' \cdot \vec{\rho}')}_{\text{Coma}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum W_{222}(\vec{H}^2 \cdot \vec{\rho}'^2)}_{\text{Astigmatism}} \quad (1)$$

式中: \vec{H} 为视场归一化矢量; $\vec{\rho}'$ 为孔径归一化矢量; W_j 为系统中各个表面的像差系数 ($\sum W = \sum_j W_j$)。

离轴反射系统及其对应轴对称光学系统孔径的相互位置关系如图 2 所示。

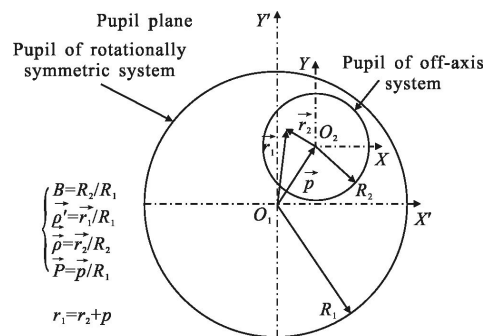


图 2 轴对称、离轴反射光学系统孔径关系示意图

Fig.2 Schematic representation for co-axis off-axis pupil

$$\vec{\rho}' = B\vec{\rho} + \vec{P} \quad (2)$$

式中: $\vec{\rho}'$ 为离轴反射光学系统孔径归一化矢量; B 为离轴、轴对称反射光学系统孔径缩放因子; \vec{P} 为离轴反射系统相对于轴对称反射系统孔径偏移矢量(即离轴量的矢量表示); 当离轴反射光学系统设计完成之后, B 、 \vec{P} 均为常量(视场离轴的反射光学系统, $B=1$ 、 $\vec{P}=0$)。将公式(2)带入到公式(1)即可获得离轴反射光学系统的初级像差表达式:

$$W(\vec{H}, \vec{\rho}') = \sum W_{040}((B\vec{\rho} + \vec{P}) \cdot (B\vec{\rho} + \vec{P}))^2 +$$

$$\sum W_{131}(\vec{H} \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P}))((\vec{B}\rho + \vec{P}) \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P})) + \frac{1}{2} \sum W_{222}(\vec{H}^2 \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P})^2) \quad (3)$$

2 离轴反射光学系统矢量像差

对于离轴反射光学系统的初级像差表达式,将其展开即可获得其初级像差的矢量表达式,在公式(3)的展开过程中,需要用到矢量波像差以下定律^[5]:

$$\left. \begin{aligned} 2(\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{A} \cdot \vec{C}) &= (\vec{A} \cdot \vec{A})(\vec{B} \cdot \vec{C}) + \vec{A}^2 \cdot (\vec{B}\vec{C}) \\ \vec{A} \cdot (\vec{B}\vec{C}) &= (\vec{A}\vec{B}) * \vec{C} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

2.1 离轴反射光学系统球差

将公式(3)中的第一项展开为:

$$\begin{aligned} W &= \sum W_{010}((\vec{B}\rho + \vec{P}) \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P}))^2 = \\ &\sum W_{010}(B^2\rho \cdot \rho + \vec{P} \cdot \vec{P} + 2\vec{B}\vec{P} \cdot \rho) = \\ &\sum W_{010} \left(\overbrace{B^4(\rho \cdot \rho)^2}^{\text{Spherical}} + \overbrace{4B^3(\vec{P} \cdot \rho)(\rho \cdot \rho)}^{\text{Coma}} + \overbrace{4B^2(\vec{P} \cdot \vec{P})(\rho \cdot \rho)}^{\text{Field curvature}} \right) + \\ &\sum W_{040} \left(\overbrace{2B^2(\vec{P}^2 \cdot \rho^2)}^{\text{Astigmatism}} + \overbrace{4B(\vec{P} \cdot \vec{P})(\vec{P} \cdot \rho)}^{\text{Distortion}} + \overbrace{(\vec{P} \cdot \vec{P})^2}^{\text{Piston}} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

分析上式可知,当轴对称光学系统的球差未校正时,其对应的离轴光学系统球差值减小到 B^4 倍,且轴对称系统的球差会引入较低阶的孔径像差,例如彗差、像散、场曲、畸变等(最后一项为常数项,不对系统像差造成影响,这里均不作考虑)。由于引入的低阶像差中不含视场分量且孔径缩放因子及孔径偏移矢量均为常数,因此球差引入到离轴光学系统的低阶孔径像差均为常量。

2.2 离轴反射光学系统彗差

将公式(3)中的第二项展开为:

$$\begin{aligned} W &= \sum W_{131}(\vec{H} \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P}))((\vec{B}\rho + \vec{P}) \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P})) = \\ &\sum W_{131} \left(\overbrace{B^3(\vec{H} \cdot \rho)(\rho \cdot \rho)}^{\text{Coma}} + \overbrace{2B^2(\vec{P} \cdot \vec{H})(\rho \cdot \rho)}^{\text{Field curvature}} \right) + \\ &\sum W_{131} \left(\overbrace{B^2(\vec{H}\vec{P} \cdot \rho^2)}^{\text{Astigmatism}} + \overbrace{2B(\vec{P} \cdot \vec{P})\vec{H} \cdot \rho}^{\text{Distortion}} \right) + \\ &\sum W_{131} \left(\overbrace{B\vec{P}^2\vec{H} \cdot \rho}^{\text{Distortion2}} + \overbrace{(\vec{P} \cdot \vec{P})(\vec{H} \cdot \vec{P})} \right) \quad (6) \end{aligned}$$

离轴光学系统的彗差减小为轴对称系统彗差的 B^3 倍,且包含了孔径较低阶的场曲、像散、畸变等,由于各个表达式中均含视场的一次分量,因此离轴光学系统的彗差及其引入的低阶像差均在全视场内线性分布。

2.3 离轴反射光学系统像散

将公式(3)中的第三项展开为:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \sum W_{222}(\vec{H}^2 \cdot (\vec{B}\rho + \vec{P})^2) = \\ &\frac{1}{2} \sum W_{222} \left(\overbrace{B^2\vec{H}^2 \cdot \rho^2}^{\text{Astigmatism}} + \overbrace{2\vec{B}\vec{P} \cdot \vec{H}^2 \cdot \rho}^{\text{Distortion}} + \overbrace{\vec{H}^2 \cdot \vec{P}^2} \right) \quad (7) \end{aligned}$$

离轴光学系统的像散减小为轴对称系统彗差的 B^2 倍,且包含了孔径较低阶的畸变等,由于各个表达式中均含视场的二次分量,因此离轴光学系统的像散及其引入的低阶像差均在全视场内二次分布。

2.4 离轴反射光学系统球差

通过公式(5)~(7)可知,离轴反射光学系统的球差、彗差、像散表达式为:

$$\begin{aligned} W &= \overbrace{B^4 \sum W_{010}(\rho \cdot \rho)^2}^{\text{Spherical}} + \\ &\overbrace{B^3 \left(\sum W_{131} \vec{H} + 4B \sum W_{040} \vec{P} \right) \cdot \rho(\rho \cdot \rho)}^{\text{Coma}} \\ &\overbrace{B^2 \left[\frac{1}{2} \sum W_{222} \vec{H} + \sum W_{131} \vec{H}\vec{P} + 2 \sum W_{040} \vec{P}^2 \right] \cdot \rho^2}^{\text{Astigmatism}} \quad (8) \end{aligned}$$

相比于轴对称光学系统(不考虑高阶孔径像差),离轴反射光学系统的初级像差依然为球差、彗差像散等,量值均有不同程度的变化。但是离轴系统各种像差的表现形式与轴对称系统不同,彗差包含了线性彗差及常数项彗差,而像散包含了二次项、线性项、常数项,由于上述常数项像差的存在,使得彗差、像散的零点偏离中心视场。

3 离轴反射系统像差零点

以未校正球差、彗差、像散的两反光学系统为例,入瞳直径为 1 000 mm,视场为 $\pm 0.4^\circ$,具体参数如表 1 所示。

表 1 两反光学系统参数

Tab.1 Parameter of two-mirror system			
	R/mm	K	d/mm
Primary mirror	-2 400	-1.135 1	-756.4
Secondary mirror	-1 267.44	-4.536 1	1 477.9

分析轴对称反射光学系统的球差、彗差、像散表达式可知,轴对称系统的球差在全视场内为常量,彗差与视场呈线性关系,像散与视场呈二次项关系,且

彗差像散的零点均位于中心视场。图 3 所示为轴对称两反光学系统的球差($\sum W_{040}$) (图 3(a))、彗差($\sum W_{131}$) (图 3(b))、像散($\sum W_{222}$) (图 3(c))全视场显示图,其对应的系数分别为 4.9385、6.5846、6.0838。

将上述光学系统离轴化,其孔径光阑直径为 600 mm,沿 Y 正方向的离轴量为 100 mm,计算可知孔径缩放因子 B 为 0.6,偏移矢量为(0,0.2)。

对比图 3(a)、图 4(a)可知,离轴系统的球差值减小到轴对称系统球差的 B^4 倍,与公式(8)的推论中球差项相符合。

对于离轴反射系统的彗差,令公式(8)中的彗差表达式为零即可求得离轴系统的彗差零点。

$$\vec{H} = -4 \sum W_{040} \vec{P} / \sum W_{131} = (0, -0.6) \quad (9)$$

在将上述结果乘以最大归一化视场 0.4° ,可知系统彗差的零点为(0, -0.24°),计算与图 4(b)中的彗差零点一致。

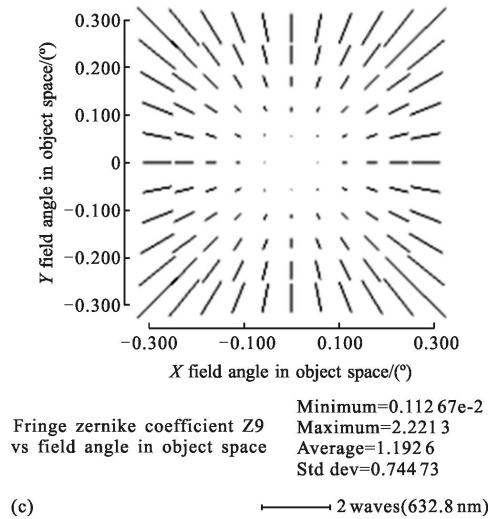
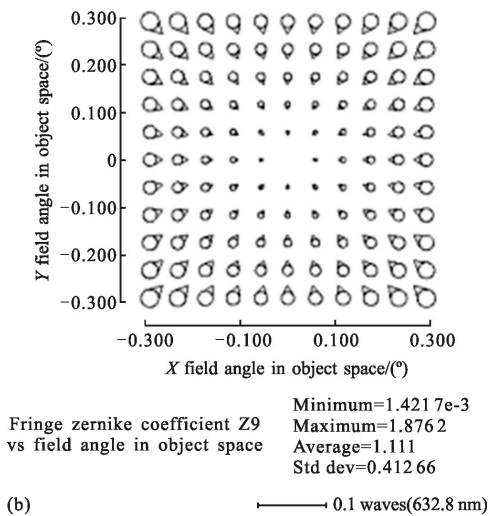
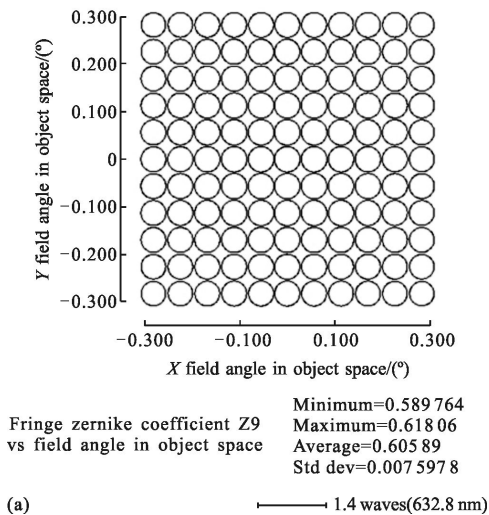
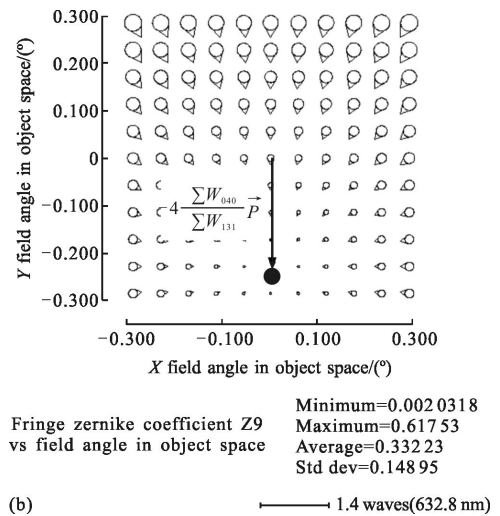
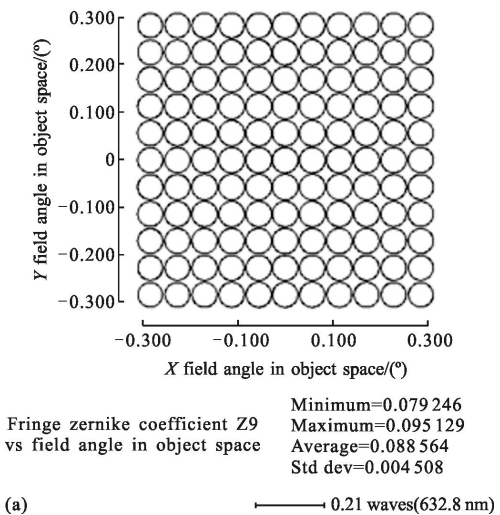


图 3 轴对称系统球差、彗差、像散全视场显示
Fig.3 Aberration full-field-display for co-axis system



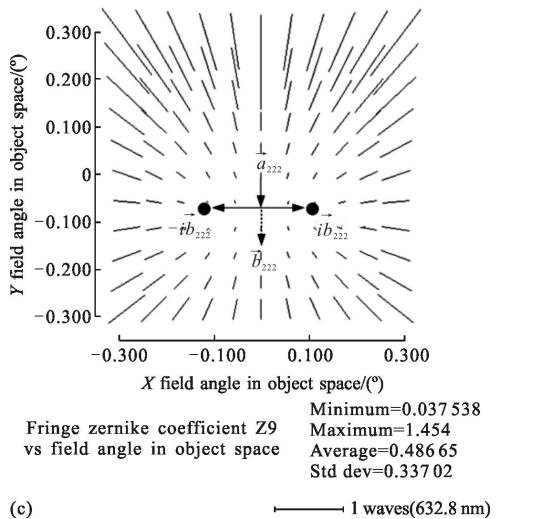


图 4 离轴系统球差、彗差、像散全视场显示

Fig.4 Aberration full-field-display for off-axis systemqwwqw

同理对于离轴反射光学系统的像散,令公式(8)中的像散表达式为零即可求得离轴系统的像散零点。由于像散与视场呈二次项关系,因此将会存在两个像散零点。

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \sum W_{222} \vec{H}^2 + \sum W_{131} \vec{H} \vec{P} + 2 \sum W_{010} \vec{P}^2 = 0 \\ \frac{\sum W_{222}}{2} = \left(\left(\vec{H} + \frac{\sum W_{131} \vec{P}}{\sum W_{222}} \right)^2 + \frac{4 \sum W_{010} \vec{P}^2}{\sum W_{222}} - \left(\frac{\sum W_{131} \vec{P}}{\sum W_{222}} \right)^2 \right) \end{cases} \quad (10)$$

令上式中, $\frac{\sum W_{131} \vec{P}}{\sum W_{222}} = -\vec{a}_{222}$, $\frac{4 \sum W_{010} \vec{P}^2}{\sum W_{222}} =$

$$\left(\frac{\sum W_{131} \vec{P}}{\sum W_{222}} \right)^2 = \vec{b}_{222}^2$$

则可以^[5]计算像散零点为:

$$\vec{H} = \vec{a}_{222} \pm i \vec{b}_{222} \quad (11)$$

带入相关参数计算可知两个像散零点为(1.0102°, -0.0867°)、(-1.0102°, -0.0867°),与图 4(c)中系统像散全视场显示的零点一致。

同过上述分析计算可知:离轴光学系统的像差零点与孔径缩放因子无关,仅仅与其对应的轴对称系统像差系数及其孔径偏移矢量有关,其像差的表现形式与失调的轴对称光学系统类似^[3,7,9]。

4 结论

文中以轴对称光学系统的矢量波像差为基础,通过引入相关参数获得了离轴反射光学系统初级像

差特。通过文中分析可知:离轴反射系统的初级像差依然由球差、彗差、像散等组成;由于孔径缩放及偏移的影响,离轴光学系统的像差量级及其表现形式均与对称系统存在较大差别,系统的像差零点有可能位于轴外视场,且不同像差的零点个数不同;轴对称系统未校正的高阶孔径像差将会在离轴系统中引入较低阶的孔径像差,不同的像差与视场的依赖关系不同。可以参考文中的方法得到离轴光学系统更高阶的像差表达式,文中对离轴光学系统的设计具有重要的参考意义。

参考文献:

- [1] Pang Zhihai, Fan Xuewu, Zou Gangyi, et al. Design of new wide-angle unobscured three-mirror optical system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(9): 2449-2452. (in Chinese)
- [2] Li Huan, Xiang Yang. Optical design of off-axis three-mirror telescope systems of imaging spectrometers [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(3): 500-504. (in Chinese)
- [3] Pang Zhihai, Fan Xuewu, Chen Qinfang, et al. Misalignment induced aberration characteristic of TMA optical system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(3): 653-657. (in Chinese)
- [4] Thompson K P. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry [J]. *J Opt Soc Am A*, 2005, 22(7): 1389-1401.
- [5] Thompson K P. Aberration fields in tilted and decentered optical system [D]. USA: University of Arizona, 1983.
- [6] Shark R V, Thompson K P. Influence of alignment error of a telescope system on its aberration field [C]//SPIE, 1980, 251: 146-153.
- [7] Schmid T, Thompson K P, Cakmakci O, et al. Misalignment-induced nodal aberration fields in two-mirror astronomical telescopes [J]. *Appl Opt*, 2010, 49(16): D131-D144.
- [8] Schmid T, Thompson K P, Cakmakci O, et al. A unique astigmatic nodal property in misaligned Ritchey-Chrétien telescopes with misalignment coma removed [J]. *Opt Express*, 2010, 18(5): 5282-5288.
- [9] Pang Zhihai, Fan Xuewu, Ma Zhen, et al. Misalignment induced aberration characteristic of Cassegrain telescope [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(1): 195-200. (in Chinese)