

利用压缩感知实现随机变频雷达散射中心估计

杨新锋¹, 张金娜², 滕书华³, 崔宇⁴

(1. 南阳理工学院 计算机与信息工程学院, 河南 南阳 473000;

2. 郑州财税金融职业学院 信息技术系, 河南 郑州 450000;

3. 国防科学技术大学 自动目标识别重点实验室, 湖南 长沙 410073;

4. 中国人民解放军 66393 部队, 河北 保定 071000)

摘要: 随机变频信号体制不仅可以降低系统瞬时带宽和数据采样率, 还具有很强的抗干扰能力, 然而, 信号频率的随机变化导致现有目标散射中心估计方法失效。推导了随机变频信号的回波模型, 在分析回波稀疏特性的基础上, 提出了一种基于压缩感知的散射中心模型参数估计方法, 将参数估计问题转化为压缩感知理论中的稀疏信号重构问题, 并分析了感知矩阵对稀疏信号的重构性能。实验结果表明, 所提方法能够在降低数据采样率的情况下对目标散射中心参数进行有效估计。

关键词: 雷达目标识别; 压缩感知; 散射中心; 稀疏

中图分类号: TN957 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0526004

Parametric estimation of scattering center for random stepped frequency based on compressed sensing

Yang Xinfeng¹, Zhang Jinna², Teng Shuhua³, Cui Yu⁴

(1. School of Computer and Information Engineering, Nanyang Institute of Technology, Nanyang 473000, China;

2. Department of Information Technology, Zhengzhou Vocational College of Finance and Taxation, Zhengzhou 450000, China;

3. Science and Technology on Automatic Target Recognition Laboratory, National University of Defense Technology,

Changsha 410073, China; 4. Department of 66393 PLA, Baoding 071000, China)

Abstract: The random frequency signal format not only reduces the instantaneous band-width and data sampling rate, but also has the good characteristics of the radio-frequency immunity. However, the frequency of the signal changes randomly, which makes the traditional methods of scattering-center estimation invalid. Herein, the model of random frequency signal echoes was derived, and a novel parameter estimating method for scattering-center model was proposed based on the analysis of the radar echoes' sparse characteristic. The parameters estimation was converted to the problem of sparse signal reconstruction in the framework of Compressed Sensing (CS). The performance of the sensing matrix was investigated. Experiment results show that the presented method is effect even for low sampling-rate condition.

Key words: radar target recognition; compressed sensing; scattering centers; sparse

收稿日期: 2015-09-13; 修订日期: 2015-10-16

基金项目: 国家自然科学基金(61471371); 中国博士后科学基金(2012M512168); 湖南省自然科学基金(2015jj3022);

河南省科技攻关重点计划项目(122102210563, 132102210215); 河南省高等学校重点科研项目计划(15B520008)

作者简介: 杨新锋(1979-), 男, 副教授, 主要从事图像处理等方面的研究。Email: ywind2005@163.com

0 引言

在光学区,目标的电磁散射可以认为是一些局部位置上的电磁散射源的相干合成,这些散射源被称为散射中心。散射中心主要产生于目标的边缘、拐点、棱角及尖端等不连续部位,描述了目标物理位置及相关的散射信息。利用散射中心的信息可以进行目标数据反推,用于研究目标雷达散射截面(RCS)插值或外推、ISAR 图像的重建和目标识别。因此,雷达目标散射中心提取是雷达目标特征信号控制领域的重要研究课题。随着电子干扰技术的不断进步,传统雷达的应用受到越来越大的制约。随机变频雷达由于其频率随机变化的特性使得抗干扰能力大大提升,成为宽带雷达信号的一个新的发展方向^[1],随机变频雷达信号处理实质上就是通过对雷达信号频率随机采样的回波进行处理,获得回波中包含的目标信息。然而,现有的散射中心估计通常采用现代谱估计^[2]方法,都是针对频率均匀采样的雷达信号,对随机采样的回波数据是失效的。因此,开展随机变频雷达回波的散射中心提取研究对随机变频雷达的实际应用具有重要意义。

压缩感知是近年来发展起来的建立在信号稀疏表示和重建基础上的新的研究领域^[3-5],目前压缩感知理论已初步应用于雷达信号处理中,其中参考文献[6]研究了压缩感知在机动目标 ISAR 成像中的应用;在新的信号体制方面,参考文献[7]基于压缩感知理论对随机 PRI 脉冲多普勒雷达的检测技术进行了探索性研究;参考文献[8]研究了随机变频雷达的 SAR 成像方法。

对于随机变频雷达的散射中心提取,参考文献[9]提出的思路如下:首先根据频率大小对不同脉冲的回波进行重排,然后采用内插阵列变换来重构虚拟均匀步进频数据协方差阵列,最后用求根 MUSIC 方法获取目标散射中心。这种方法实现繁琐,且求根 MUSIC 方法受噪声影响较大。文中在对雷达目标回波模型的稀疏性分析的基础上,提出了一种基于压缩感知理论的随机变频雷达散射中心参数估计方法,首先推导了随机变频雷达的信号模型,然后将参数估计问题转化为压缩感知理论中的稀疏信号重构问题。新方法不需要将随机采样信号内插成均匀采

样信号,不仅需要的采样频点数少,而且在类型估计方面有较大改进,利用仿真实验验证了算法的有效性。

1 随机变频雷达目标回波模型

随机变频是步进频的进一步推广,在步进频体制下,瞬时频率 $f(n)=f_c+n\Delta f, n=-N/2, -N/2+1, \dots, N/2-1$, 其中 f_c 为载频, Δf 表示频率步长。在随机变频体制下,瞬时频率不再是线性递增的,而是在一定区间 $[f_c-B/2, f_c+B/2]$ 服从随机均匀分布,其中 B 为信号带宽。在一个帧周期内,第 n 个随机频点的信号可以表示为:

$$s(n, t) = \text{rect}[t-nT/T_s] \exp[j2\pi f_c + f_n t] \quad (1)$$

式中: t 为全时间; T_s 为脉冲宽度; T 为脉冲重复时间; n 为帧内的脉冲计数,第 n 个脉冲对应的载频为 $f_c + f_n, f_n$ 在 $[-B/2, B/2]$ 内随机均匀分布。

雷达观测目标的几何示意图如图 1 所示。假设目标包含 K 个散射中心,第 n 个脉冲时,雷达与目标

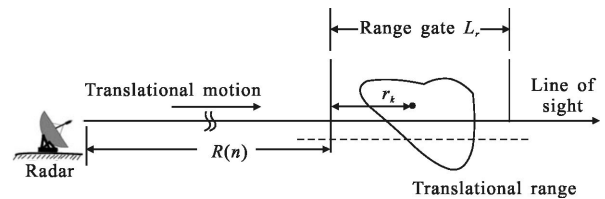


图 1 雷达观测目标几何示意图

Fig.1 Geometry of the radar imaging of a target

所在距离门的最近距离为 $R(n)$,则第 k 个散射中心与雷达的瞬时距离为 $R(n)+r_k$,表示第 k 个散射中心到距离门前沿的径向距离。雷达目标回波具有如下形式:

$$s_r(n, t) = \sum_{k=1}^K \text{rect}[t-\tau_k(n)-nT]/T_s a_k \exp[j2\pi f_c + f_n(t-\tau_k(n))] \quad (2)$$

式中: $\tau_k(n)=2[R(n)+r_k]/c, r_k$ 为光速。 a_k 对应第 k 个散射中心的散射强度。将雷达回波与参考回波进行混频后可得:

$$s_r(n) = \sum_{k=1}^K a_k \exp[-j2\pi f_c + f_n \tau_k(n)] \quad (3)$$

式中:目标质心的运动在回波中引入相位项 $\exp[-j \cdot 4\pi f_c + f_n R(n)/c]$,该相位项将破坏不同脉冲间回波的相干性,可通过运动补偿进行消除,公式(3)表达式更新如下:

$$s_r(n) = \sum_{k=1}^K a_k \exp[-j4\pi f_c + f_n r_k/c] \quad (4)$$

公式(4)即随机变频雷达的基带回波模型,由于 f_n 变化的随机性,现有方法难以对散射中心模型参数 a_k 、 τ_k 进行估计,针对这一现状,文中基于随机变频雷达回波模型对散射中心模型参数的估计方法进行研究。

2 基于压缩感知的散射中心提取

采用步进频雷达观测目标时,距离门的长度 L 受频率步长 Δf 的限制, $L=c/2\Delta f$ 。当 Δf 较大时,距离门的长度可能小于目标长度,此时将会发生目标缠绕的现象。而随机变频信号没有这种限制,因此距离门长度将得到大大扩展。若对目标径向观测距离门(长度为 L_r)进行剖分,如图 2 所示,分辨单元的宽度为 σ_r (σ_r 远小于理论分辨率 $c/2B$),距离门经过剖分得到的分辨单元数为 $M=L_r/\sigma_r$ 。当某一分辨单元 m 内存在散射中心时,此分辨单元上的散射强度 $a_m \neq 0$;反之,此位置上不存在等效散射中心时, $a_m=0$ 。由此,公式(4)中目标雷达回波可认为是每个分辨单元回波的相干累积:

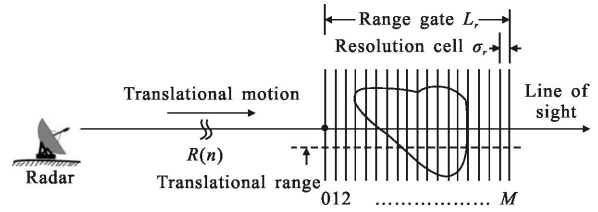


图 2 雷达目标径向剖分示意图

Fig.2 Range dividing of a radar target

$$s_r(n) = \sum_{m=1}^M a_m \exp[-j4\pi f_c + f_n r(m)/c] \quad (5)$$

式中: $r(m)$ 对应第 m 个分辨单元到距离门前沿的距离。将公式(5)改写为向量表现形式:

$$S_{N \times 1} = \Theta_{N \times M} I_{M \times 1} \quad (6)$$

式中: $S_{N \times 1}$ 为 N 维观测向量,对应各频率随机采样点的观测结果; $I_{M \times 1}$ 为 M 维矢量,对应目标在各个分辨单元内的散射中心信息; $\Theta_{N \times M}$ 为 $N \times M$ 维矩阵,对应各分辨单元在不同频率采样下的相位延迟。其具体表示形式如下:

$$S_{N \times 1} = [s_r(1), s_r(2), \dots, s_r(N)]_{N \times 1}^T \quad (7)$$

$$\Theta_{N \times M} = \begin{bmatrix} \exp[-j4\pi(f_c + f_1)r(1)/c] & \exp[-j4\pi(f_c + f_1)r(2)/c] & \dots & \exp[-j4\pi(f_c + f_1)r(M)/c] \\ \exp[-j4\pi(f_c + f_2)r(1)/c] & \exp[-j4\pi(f_c + f_2)r(2)/c] & \dots & \exp[-j4\pi(f_c + f_2)r(M)/c] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \exp[-j4\pi(f_c + f_N)r(1)/c] & \exp[-j4\pi(f_c + f_N)r(2)/c] & \dots & \exp[-j4\pi(f_c + f_N)r(M)/c] \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$I_{M \times 1} = [a_1, a_2, \dots, a_M]_{M \times 1}^T \quad (9)$$

式中: 随机变频雷达回波 $S_{N \times 1}$ 可用感知矩阵 $\Theta_{N \times M}$ 中的列向量线性表示,且信号向量 $I_{M \times 1}$ 的投影系数为 $I_{M \times 1}$ 稀疏向量。

考虑到噪声的影响,投影系数 $I_{M \times 1}$ 的估计可被表示为:

$$\min \|I_{M \times 1}\|_1 \text{ subject to } \|S_{N \times 1} - \Theta_{N \times M} I_{M \times 1}\|_2 < \varepsilon \quad (10)$$

式中: ε 为噪声门限,实际应用中可利用仅含噪声分量的分辨单元估计得到。文中通过公式(10)将模型误差的能量控制在噪声能量以下或相当,后续的实验结果表明在该误差下能够对系数信号进行有效恢复。采用凸优化方法对公式(10)求解,可得到投影系数 $I_{M \times 1}$ 的估计值。通过搜索 $I_{M \times 1}$ 中非零的分辨单元对应的距离即可获得散射中心的位置估计。若第 k 个散射中心位于 $I_{M \times 1}$ 中的第 m_1 个分辨单元内,该分辨单元到距离门前沿的距离为 $r(m_1)$,则该散射中心的

强度为 $a_k = |I(m_1)|$ 。

从完备性来看,当分辨单元宽度 σ_r 与理论分辨率 $c/2B$ 相当时,测度矩阵可近视为正交的。若将网格进行细化,测度矩阵的冗余度将随着细化程度的提高而提高,此时压缩感知的计算量将大幅增加,因此需要在网格的细化程度和计算复杂度之间进行折衷。文中的网格尺寸设置为距离分辨的 $1/8$ 左右(见仿真实验),此时网格离散化将带来模型误差,其补偿方法将在下节中详述。

3 性能分析

3.1 压缩感知理论应用条件分析

利用公式(10)重构稀疏信号必须满足两个条件:一是观测信号必须具有稀疏特性;二是满足将非凸问题转化为凸优化问题的条件。在光学区,雷达目标的回波可以等效为少数几个散射中心的回波之和,

散射中心的个数远远小于雷达回波的采样点数,因此通常满足第一个条件,这里主要对第二个条件进行分析。

将非凸问题转化为凸优化问题的条件是压缩感知理论的核心问题,还没有得到很好的解决,目前国内外学者正在对其进行深入研究。已有学者证明,满足该转换的一个充分条件是感知矩阵 $\Theta_{N \times M}$ 必须满足 RIP 性质。感知矩阵 $\Theta_{N \times M}$ 满足 RIP 性质可表述为:对于任意维数为 M 的 k 稀疏向量 v ,存在 $\delta_k \in 0,1$ 满足

$$1 - \delta_k \|v\|_2^2 \leq \|\Theta v\|_2^2 \leq 1 + \delta_k \|v\|_2^2 \quad (11)$$

则称矩阵 $\Theta_{N \times M}$ 具有 k 阶 RIP。对随机变频雷达信号而言,感知矩阵 $\Theta_{N \times M}$ 可看作由观测矩阵 Φ 和基矩阵 Ψ 相乘得到,其中,基矩阵是雷达信号在宽频带中的均匀细采样,而观测矩阵为对均匀细采样的频点进行随机抽取。已有文献指出,随机观测矩阵与大多数基矩阵具有较强的不相关性,由此得到的感知矩阵通常满足 RIP 条件。

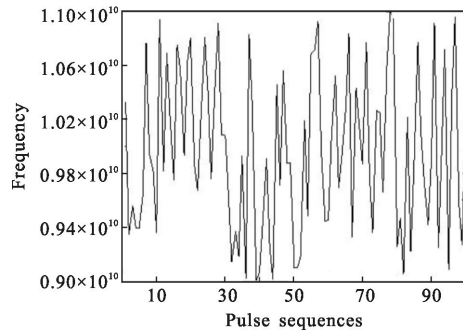
目前,验证给定矩阵是否满足 RIP 还没有通用的快速算法,因此,还可以通过互相关判别理论对第二个条件进行分析,感知矩阵的互相关系数定义为:

$$\mu = \mu(\Theta) = \max_{i \neq j} \frac{|\langle \rho_i, \rho_j \rangle|}{\|\rho_i\|_2 \|\rho_j\|_2} \quad (12)$$

式中: ρ_i 为感知矩阵 $\Theta_{N \times M}$ 的第 i 列归一化向量。互相关系数取值较大是说明感知矩阵中存在两列相关性较高,使得重构性能变差。互相关判别的一个结论^[10]为:当满足公式(13)时,稀疏信号 g 能够由公式(10)可靠重构。

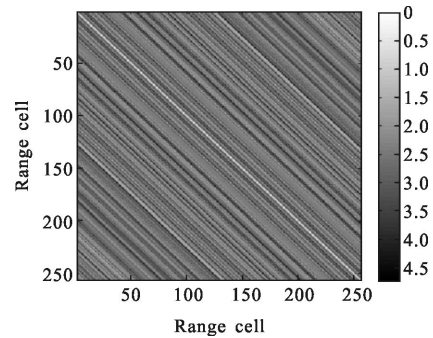
$$\|g\|_0 < \frac{1}{2} (1 + 1/\mu) \quad (13)$$

事实上很多文献的实验结果表明这是一个很保守的结论。当 g 中的非 0 分量大于 $1 + 1/\mu/2$ 时,压缩感知方法的重构结果同样有效。假定随机变频雷达的一帧信号包含 100 个脉冲,每个脉冲的频率在 9~11 GHz 中随机均匀变化(如图 3(a)所示),距离门长度为 19.2 m,被分割成 256 个分辨单元,由公式(8)构造感知矩阵并计算得到感知矩阵的互相关矩阵,如图 3(b)所示。其中最大的非对角元素 $\mu = 0.2767$,由公式(13),稀疏向量 g 中的非 0 个数小于 4.61 时,压缩感知重构结果有效。事实上文中的仿真中假定目标包含 6 个散射中心,此时压缩感知方法同样有效。



(a) 频率历程

(a) Frequency history



(b) 感知矩阵的自相关矩阵

(b) Correlation matrix of the sensing matrix

图 3 感知矩阵的重构性能

Fig.3 Performance of the sensing matrix

3.2 模型误差修正

采用压缩感知方法重构散射中心时,存在一个重要的模型误差,即散射中心位置并不严格位于距离格点上,此时,该散射中心对应的信号能量将散布于相邻的几个分辨单元上,导致重构结果误差较大。由于位置存在误差的散射中心能量只分布在相邻的分辨单元上,可通过对这些分辨单元进行细分,然后重新采用压缩感知方法进行重构。

修正模型误差的流程如图 4 所示。具体思路如下:首先,对距离门进行均匀剖分,利用公式(10)求解得到稀疏向量估计值 $\hat{I}_{M \times 1}$,遍历 $\hat{I}_{M \times 1}$ 中的每个分辨单元,当相邻的两个分辨单元幅值均超过噪声门限时,认为该相邻分辨单元内存在散射中心,且位置不在距离格上,将该单元细分为 10 个分辨单元,然后重新构建感知矩阵 $\Theta_{N \times (M+9)}$ (由于感知矩阵的列数对应分辨单元数,此时感知矩阵的列数将会增加),利用公式(10)重新求解稀疏向量 $\hat{I}_{M+9 \times 1}$,重复上述步骤,直到散射中心的位置估计值收敛于真实值。通常经过 1~2 次迭代即可实现模型误差的有效校正。

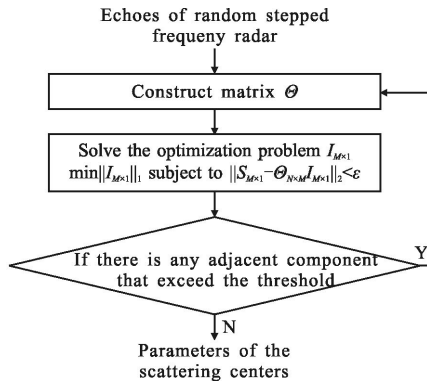


图 4 修正模型误差流程图

Fig.4 Flowchart of model error modification

4 仿真实验

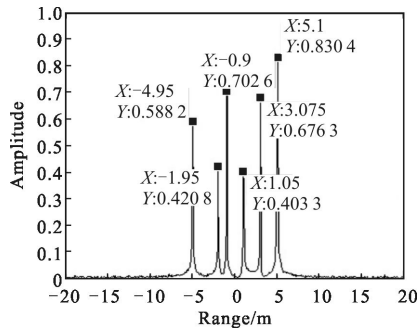
4.1 仿真数据实验

假设雷达发射步进频率信号，载频为 10 GHz，频率步进间隔为 1 MHz，频率点数为 2 000，由此获得的带宽和距离分辨分别为 2 GHz 和 0.075 m。随机变频雷达的信号频率可通过对这 2 000 个频点进行随机抽取得到。目标由 6 个散射中心构成，其具体参数如表 1 所示。对回波添加高斯白噪声，信噪比为 15 dB，对全频点的步进频信号回波和随机变频信号回波分别成高分辨距离像，结果如图 5 所示，其中随机变频信号随机抽取的频点数为 100，成像结果通过对频率重排后补 0 后再进行 FFT 变换得到。可见，

表 1 目标散射中心参数

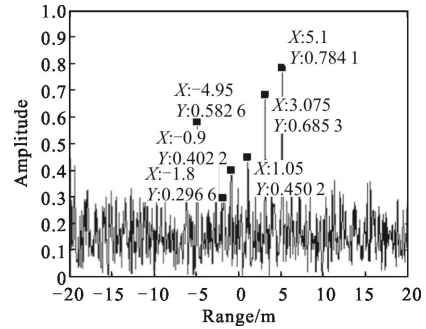
Tab.1 Parameters of the scattering centers

| Index | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|-------|-----|--------|-----|-------|---|
| Position/m | -5 | -2 | -0.947 | 1 | 2.973 | 5 |
| Amplitude | 0.707 | 0.5 | 0.707 | 0.5 | 0.707 | 1 |



(a) 所有频点数据成像

(a) All stepped frequency sampling points



(b) 随机变频数据成像

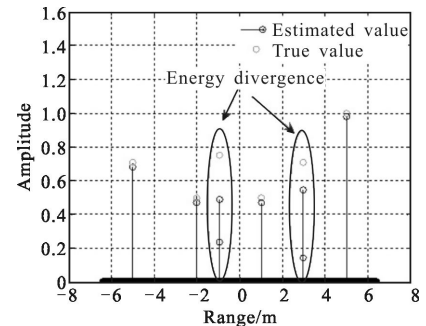
(b) Random stepped frequency

图 5 高分辨距离像比较

Fig.5 Comparison of HRRP

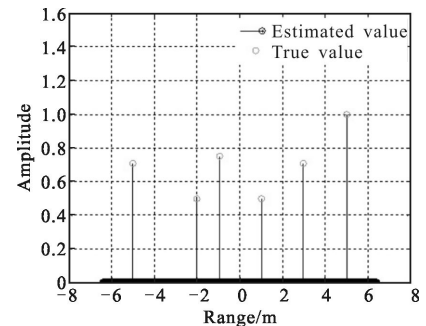
由于随机变频信号频率变化的不均匀性导致距离像旁瓣很大，目标散射中心有可能湮没其中；全频点的步进频成像结果清晰，但由于带宽限制，距离像的峰值位置和幅度与真实值相比存在误差。

文中采用压缩感知方法对散射中心模型进行估计，首先将观测场景剖分为 1 280 个分辨单元，对应的分辨率为 0.01 m，然后利用公式(10)进行求解，得到的结果如图 6(a)所示，可见，此时 $I_{M \times 1}$ 中非零值的



(a) 修正前

(a) Before modification



(b) 修正后

(b) After modification

图 6 压缩感知估计结果

Fig.6 Results of CS method

位置与散射中心位置基本对应,但由于散射中心的位置不严格位于距离格点上,造成同一个散射中心的能量散布在相邻的分辨单元上。对模型进行修正后的结果如图 6(b)所示,此时,只需要一次迭代就能够得到正确的估计结果,可见,随机变频信号只需要发射 100 个频点就能实现对散射中心的有效估计,从而大大减少了传统步进频信号的采频点数。

为验证随机变频信号在不同采频点数下的估计性能,将现代谱方法中的矩阵束算法和文中方法分别用于不同采频点数下的散射中心参数估计实验。其中,矩阵束方法所用回波数据通过对全频点数据均匀采样获得,文中方法所用回波数据通过对全频点数据随机采样获得,信号比为 15 dB。通常现代谱方法需要对散射中心数目进行预先定阶^[2],为比较方便,这里假定定阶结果正确,即忽略定阶性能对矩阵束方法的影响。对不同采频点下的数据进行 200 次实验,得到的散射中心参数均方误差如图 7 所示,其中散射中心

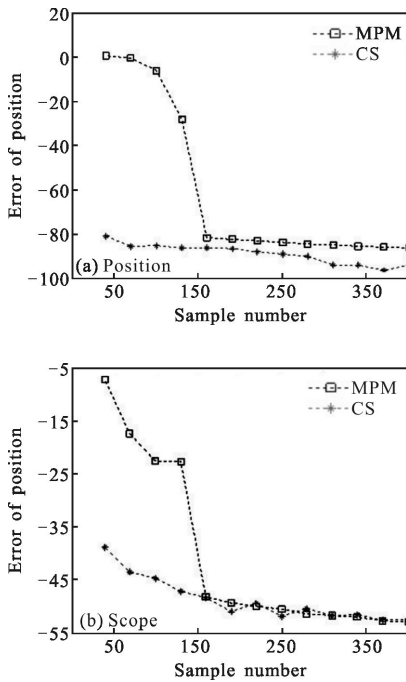


图 7 均方误差与频点数的关系

Fig.7 Relationship between mean square error and frequency points

位置的均方误差定义为 $\Delta(r) = \sqrt{E[r-r']^2}$, r 为散射点径向位置真值, r' 为估计值, $E[\cdot]$ 为求集合平均, 其余指标定义类似。由图可见,当采样频点数为 160 或更大时,两种算法均能有效估计出位置坐标和强度;当采样频点数为 130 或更小时,矩阵束方法误差急

剧增大,这是因为传统的步进频雷达距离门受到频率步长的限制,文中目标的长度为 10 m,传统距离分辨率为 0.0075 m,目标与距离门相等时的极限采频点数为 $10/0.075=133.3$ 。即当采频点数小于 133 时,现代谱方法是失效的,而随机变频信号没有这一限制,在采频点数为 40 时仍然具有较好的效果。仿真结果表明了在脉冲重复频率时文中方法在目标特征获取方面的优势。

4.2 暗室测量数据实验

实验数据为某锥体模型的暗室测量数据,该模型的实物图如图 8 所示。测量条件为:起始频率 $f_0=8$ GHz,频率步进 $df=20$ MHz,频点数 $N=201$ 。随机变频信号通过对这 201 个频点进行随机采样获得,采频点数为 50。

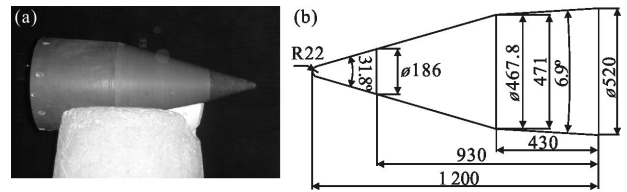
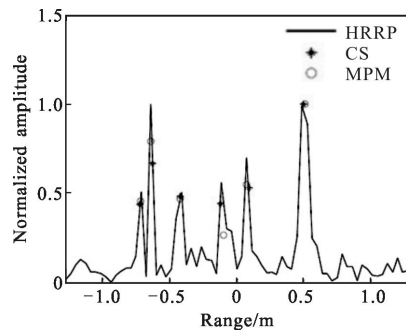


图 8 目标模型

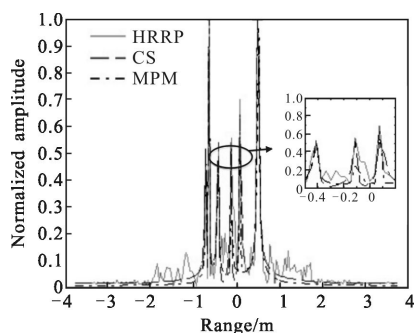
Fig.8 Target model

图 9(a)给出了文中方法和矩阵束方法的散射中心模型估计结果,其中矩阵束方法所用数据为全部 201 个频点的数据。可见,两种方法所提取的散射中心可以较准确地反映目标的尺寸及结构特性,散射中心位置均与高分辨距离像峰值位置一致,只是在幅度上略有差距。由于测量数据无法得到散射中心的真实位置和幅值,因此首先利用散射中心估计结果模拟出全频带的雷达回波,然后进行高分辨距离成像,最后通过比较高分辨距离像相关性的方法衡



(a) 估计结果

(a) Result of estimation



(b) 高分辨距离像比较

(b) Comparison of HRRP

图 9 不同方法的散射中心参数估计性能比较

Fig.9 Comparison of different methods

量估计结果的有效性。两种方法估计结果恢复出的高分辨距离像如图 9(b)所示,通过计算得到,矩阵束方法恢复出的距离像与原始距离像的相关度为 0.942 3, 而文中方法恢复得到的距离像相关度为 0.949 1。结果表明,文中方法在采样点数大量减少的条件下能够获得与全频点数据相当甚至更好的结果。实验结果表明压缩感知方法在随机变频信号体制下具有较大的应用潜力。

5 结束语

雷达目标散射中心模型广泛应用于目标识别等领域。针对现有方法难以实现随机变频雷达的散射中心提取这一难点,文中基于压缩感知理论原理提出了一种散射中心参数估计方法,分析了随机变频信号体制下感知矩阵对稀疏信号的重构性能,并对模型误差进行了修正。利用仿真和暗室测量数据对算法进行了验证,结果表明文中所提方法对低采样率的随机变频信号体制有效,其性能与高采样率的步进频信号体制下的矩阵束方法相当甚至更好,实验结果揭示了文中方法在随机变频雷达散射中心特征提取方面具有良好的应用前景。

参考文献:

- [1] Axelsson S R J. Analysis of random step frequency radar and comparison with experiments [J]. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2007, 45(4): 890–904.
- [2] Zhang Kewei, Wang Wei, Zhao Wei, et al. Accurate frequency estimator for optical coherent M-PSK system based on FFT and multiple signal classification algorithm[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(5): 1593–1597. (in Chinese)
- [3] Cui Ping, Ni Lin. Joint reconstruction algorithm for distributed compressed sensing [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(12): 3819–3824. (in Chinese)
- [4] Wang Peng, Rong Zhibin, He Junhua, et al. Polarization imaging based on compressed sensing theory [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(2): 0228005–0228005(7). (in Chinese)
- [5] Zhao Aigang, Wang Hongli, Yang Xiaogang, et al. Compressed sense SIFT descriptor mixed with geometrical feature [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(3): 1085–1091. (in Chinese)
- [6] Chen Chunli, Xie Hongmei, Peng Jinye, et al. New compressed sensing algorithm for ISAR imaging of maneuvering target [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(8): 2269–2274. (in Chinese)
- [7] Liu Zhen, Wei Xizhang, Li Xiang. Novel method of unambiguous moving target detection in pulse-doppler radar with random pulse repetition interval [J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(1): 28–35. (in Chinese)
- [8] Yang Jungang, Thompson, Huang Xiaotao, et al. Random-frequency SAR imaging based on compressed sensing [J]. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 2013, 51(2): 983–994.
- [9] Peng Suiyang, Lu Dawei, Zhang Jun, et al. Method of scatter center extraction for random stepped frequency signal [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2010, 25 (2): 265–270. (in Chinese)
- [10] Donoho D, Huo X. Uncertainty principle and ideal atomic decomposition [J]. *IEEE Trans Inf Theory*, 2001, 47 (7): 2845–2862.