

## 倾斜镜系统动态耦合数学模型的建立方法

宋 宏<sup>1,5</sup>, 张嘉恒<sup>1</sup>, 邴瑞奇<sup>1</sup>, 刘腾君<sup>1</sup>, 詹舒越<sup>1</sup>, 杨 萍<sup>2</sup>, 穆全全<sup>3</sup>, 杨文静<sup>4</sup>

(1. 浙江大学 海洋学院, 浙江 舟山 316021; 2. 杭州电子科技大学 数字媒体与艺术设计学院, 浙江 杭州 310018; 3. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033; 4. 杭州蓝科光电科技有限公司, 浙江 杭州 310018; 5. 国家海洋局第二海洋研究所 卫星海洋环境动力学国家重点实验室, 浙江 杭州 310012)

**摘 要:** 主要探究了在传感器采样频率较高(如高速相机、位置传感器)、倾斜镜动态特性不可忽略的情况下, 如何基于实验数据建立开环倾斜镜系统的动态耦合数学模型的问题。分析了系统的动态特性以及输入与输出之间的耦合, 提出了基于倾斜镜系统的输入输出数据、采用子空间辨识算法建立倾斜镜系统动态耦合数学模型的方法, 并通过实验评估了模型的准确性和建模方法的可行性。实验结果显示, 通过该方法所建立的倾斜镜动态耦合模型的 VAF 值达到 95%, 模型准确性相比传统的静态模型有了很大提高, 验证了建模方法的可行性。研究成果可用于闭环倾斜镜系统优化反馈控制器的设计, 提高系统对于光束偏移校正的性能。

**关键词:** 倾斜镜; 多输入多输出系统; 动态耦合模型; 子空间辨识

**中图分类号:** TP273.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0318002

## Dynamic modeling of input-output coupled piezoelectric fast steering mirror

Song Hong<sup>1,5</sup>, Zhang Jiaheng<sup>1</sup>, Li Ruiqi<sup>1</sup>, Liu Tengjun<sup>1</sup>, Zhan Shuyue<sup>1</sup>, Yang Ping<sup>2</sup>, Mu Quanquan<sup>3</sup>, Yang Wenjing<sup>4</sup>

(1. Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 316021, China; 2. School of Media & Design, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China; 3. State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 4. Blue-Science Opto-Electronics Co. Ltd., Hangzhou 310018, China; 5. State Key Laboratory of Satellite Ocean Environment Dynamics, Second Institute of Oceanography, Hangzhou 310012, China)

**Abstract:** Dynamic modeling of an input-output coupled piezoelectric fast steering mirror(FSM) was discussed, especially in case that the sampling frequency of the sensor is so high (e.g., high-speed camera or position sensitive device is used) that the dynamics of the FSM is significant and can't be neglected. The dynamics and input-output coupling in the FSM was analyzed. A method was proposed to model the dynamics and input-output coupling in the FSM, based on the input-output data and the subspace identification algorithm. Experiments were carried out for data collection and validation of the proposed

收稿日期: 2015-07-24; 修订日期: 2015-08-27

基金项目: 国家自然科学基金(11304278); 国家 863 计划(2014AA093409); 浙江省公益项目(2013C31052); 卫星海洋环境动力学国家重点实验室开放研究基金课题(SOED1606)

作者简介: 宋宏(1981-), 男, 讲师, 硕士生导师, 博士, 主要从事自适应光学方面的研究工作。Email: hongsong@zju.edu.cn

通讯作者: 张嘉恒(1992-), 男, 硕士生, 主要从事倾斜镜系统控制方面的研究工作。Email: pkoo6088@qq.com

method. The results show that the variance-account-for(VAF) of the dynamic input-output coupled model is as high as 95%, indicating high accuracy of the model. Comparison was made between the proposed model and static model as well, showing significant improvement on the model accuracy. The result can be applied in optimal feedback controller design for closed-loop FSM systems, to improve the closed-loop performance in laser beam drifting correction.

**Key words:** fast steering mirror; MIMO system; dynamic coupling model; subspace identification

## 0 引言

倾斜镜一般由平面反射镜和多个执行器组成。在给执行器施加一定的驱动电压或电流的情况下,执行器会产生一定的形变,从而带动反射镜发生偏转,改变反射光束的传输方向<sup>[1]</sup>。倾斜镜已被广泛应用于大口径望远镜系统、人眼视网膜成像、无线激光通信等<sup>[2-4]</sup>,用于校正光束中的倾斜波前畸变、对光束实现快速准确对准等<sup>[5]</sup>。

传统的倾斜镜控制算法通常忽略其动态响应过程,只考虑其静态特性<sup>[6]</sup>。然而,随着人们对于倾斜镜闭环系统校正带宽的要求不断提高,传感器的采样频率不断增加(如千赫兹),倾斜镜的动态响应过程就变得非常明显<sup>[7]</sup>。由于倾斜镜具有多个执行器,执行器的输入电压与传感器的输出信号之间存在耦合(即输入输出各个通道并非独立的一一对应),这就给倾斜镜动态模型的建立带来了较大的难度。

在传统的控制方法中,通常采用传递函数作为系统模型,并采用 PID 控制器进行反馈控制<sup>[1,5,8]</sup>。这种方法建立在系统输入输出是解耦的条件下,往往需要在实验中调节驱动器的摆放位置,使输入输出耦合的影响减小到较低的程度。这不仅增加了实验的复杂程度,而且并不能完全排除耦合因素的影响。

在系统采样频率较高、倾斜镜动态过程不可忽略的情况下,提出了基于倾斜镜系统的多路输入和多路输出数据,采用子空间辨识算法建立开环倾斜镜系统的动态耦合数学模型的方法。相较于传统低采样频率情况下的倾斜镜静态模型,动态耦合模型能够更准确地描述倾斜镜系统的输入输出特性,保证后续优化反馈控制器的性能;而且该建模方法考虑了耦合因素的影响,不被驱动器间解耦的条件所限制,相较于传递函数的方法更加适用于多输入多

输出耦合系统。

## 1 倾斜镜系统结构

倾斜镜系统结构示意图如图 1 所示。入射光束被倾斜镜反射后,经分光镜分光,其中一路光束进入成像或通信系统,另一路光束则传输至传感器(如相机、位置传感器等)。传感器信号经滤波、放大后被采集到数据处理单元,数据处理单元根据传感器信号计算光斑质心的坐标。在闭环工作模式下,反馈控制器将根据质心坐标计算倾斜镜的控制信号,使得倾斜镜的镜面方向发生偏转,实现光束锁定、图像稳定等目的。

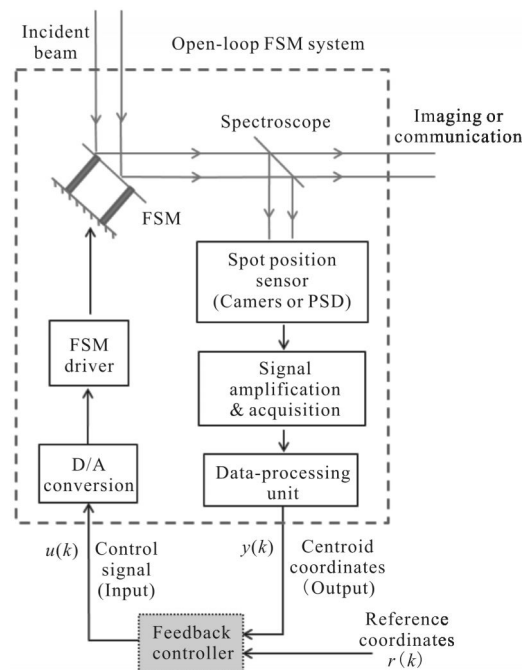


图 1 倾斜镜系统结构示意图

Fig.1 Schematic of FSM system

由图 1 可以看出,无论是倾斜镜的控制信号还是入射光束的角度发生变化,均会引起光斑质心坐

标发生改变,因此,反馈控制器一般需要基于开环倾斜镜系统(如图 1 虚线框所示)的输入输出数学模型和入射光束的扰动模型进行设计。为了使闭环系统性能达到最优(质心坐标  $y(k)$  与参考值  $r(k)$  偏差最小),开环系统模型必须能够准确反映开环系统的动态响应、耦合等特性,并且能够对开环系统的响应进行准确的预测。

## 2 倾斜镜动态耦合模型的建立

### 2.1 开环系统表示形式

基于压电陶瓷的物理特性,采用数据建模的方法,运用子空间辨识方法,建立系统的动态耦合模型。

根据图 1 所示的系统结构,倾斜镜受到  $m$  路信号的控制( $m$  为控制信号的路数),质心的位置由  $l$  维坐标来表示( $l$  为坐标的维数),那么开环倾斜镜系统的输入即为控制信号  $u(k) \in R^m$ ,输出即为质心坐标  $y(k) \in R^l$ ,其中  $k$  表示离散时间,对应的连续时间为  $t_k=kT_0$ , $T_0$  为系统的采样周期。

由于在一般情况下开环倾斜镜系统输入输出的维数均大于 1(即  $m>1, l>1$ ),为多输入多输出系统,且输入和输出之间存在耦合,如果不考虑压电执行器滞回等非线性因素的影响,那么开环系统可以表示为如下状态空间方程的形式<sup>[9]</sup>:

$$x(k+1)=Ax(k)+Bu(k) \quad (1)$$

$$y(k)=Cx(k)+Du(k)+v(k) \quad (2)$$

式中: $u(k) \in R^m$  为系统在离散时刻  $k$  的输入; $y(k) \in R^l$  为系统的输出; $x(k) \in R^n$  为系统的状态矢量; $v(k) \in R^l$  为测量噪声。 $l, m, n$  为矢量的维数。

矩阵  $A \in R^{n \times n}$  表征了系统的动态特性,为系统的特征矩阵, $B \in R^{n \times m}$  被称为系统的输入矩阵, $C \in R^{l \times n}$  为输出矩阵, $D \in R^{l \times m}$  表示了从输入到输出的直接传递。在已知  $A, B, C, D$  矩阵的情况下,可以根据系统输入  $u(k)$  计算得到输出  $y(k)$ ,而且系统的传递函数也可以根据下面的公式计算:

$$H(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=C(zI-A)^{-1}B+D \quad (3)$$

式中: $H(z)$  为系统的传递函数, $z$  为  $z$  变换算符; $u(z)$  和  $y(z)$  分别表示  $u(k)$  和  $y(k)$  的  $z$  变换; $I$  为与矩阵  $A$  维数相同的单位矩阵。在系统采样频率较低的情况下,矩阵  $A, B, C$  均为零,因此有  $y(k)=Du(k)$ ,即对应传统的

静态模型;而对于动态系统,则需要在已知系统输入  $u(k)$  和输出  $y(k)$  的情况下求解系统矩阵  $A, B, C, D$ 。

### 2.2 子空间辨识算法

根据公式(1),在离散时刻  $k$ ,状态矢量  $x(k)$  可以表示为:

$$x(k)=A^kx(0)+\sum_{i=0}^{k-1}A^{k-i-1}Bu(i) \quad (4)$$

式中: $x(0)$  表示初始状态。将公式(4)代入公式(2),则有:

$$y(k)=CA^kx(0)+\sum_{i=0}^{k-1}CA^{k-i-1}Bu(i)+Du(k)+V(k) \quad (5)$$

假设已知  $M$  组输入输出量,即已知  $\{u(k), y(k)\}$ ,  $k=0, 1, 2, \dots, M-1$ ,则取前  $M$  组  $y(k)$  与  $k=0$  时的公式(2)写成矩阵的形式,得到以下结果<sup>[9]</sup>:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{M-1} \end{bmatrix} x(0) + \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{M-2}B & CA^{M-3}B & \cdots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(M-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v(0) \\ v(1) \\ \vdots \\ v(M-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

对公式(6)中的矩阵进行以下定义:

$$\Gamma_M = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{M-1} \end{bmatrix}, H_M = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{M-2}B & CA^{M-3}B & \cdots & D \end{bmatrix}$$

$$Y_M(0)=[y(0) \quad y(1) \quad \cdots \quad y(M-1)]^T$$

$$U_M(0)=[u(0) \quad u(1) \quad \cdots \quad u(M-1)]^T$$

$$V_M(0)=[v(0) \quad v(1) \quad \cdots \quad v(M-1)]^T \quad (7)$$

则可将公式(6)写成以下形式:

$$Y_M(0)=\Gamma_Mx(0)+H_MU_M(0)+V_M(0) \quad (8)$$

将公式(8)推广到  $k=0, 1, \dots, N$ ,并组成一个数据矩阵方程,可以得到:

$$\begin{bmatrix} Y_M(1) & Y_M(2) & \cdots & Y_M(N) \end{bmatrix} = \Gamma_M \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(N) \end{bmatrix} + H_M \begin{bmatrix} U_M(1) & U_M(2) & \cdots & U_M(N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_M(1) & V_M(2) & \cdots & V_M(N) \end{bmatrix} \quad (9)$$

对公式(9)中的部分矩阵进行如下定义:

$$Y=[Y_M(1) \quad Y_M(2) \quad \cdots \quad Y_M(N)]$$

$$\begin{aligned} U &= [U_M(1) \ U_M(2) \ \cdots \ U_M(N)] \\ X &= [x(1) \ x(2) \ \cdots \ x(N)] \\ V &= [V_M(1) \ V_M(2) \ \cdots \ V_M(N)] \end{aligned} \quad (10)$$

则可将公式(9)简写为:

$$Y = \Gamma_M X + H_M U + V \quad (11)$$

如果测量噪声相对于信号本身较小,且可以通过信号与系统方法消除,则可以忽略噪声项  $V$ ,将公式(11)简化为:

$$Y = \Gamma_M X + H_M U \quad (12)$$

为了消除公式(12)中含有  $U$  的项,可以定义投影矩阵<sup>[9]</sup>:

$$\Pi = I - U^T(UU^T)^{-1}U \quad (13)$$

使得

$$\Pi U = 0$$

因此,对公式(12)等号两边同时乘以矩阵  $\Pi$ ,可以得到:

$$O_M = Y\Pi = \Gamma_M X\Pi \quad (14)$$

继续对  $O_M$  进行奇异值分解(SVD),可以得到:

$$O_M = U_s S V_s^T = U_s \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & s_n \end{bmatrix} V_s^T \quad (15)$$

式中:  $S \in R^{m \times n}$ ;  $s_1, s_2, \dots, s_n \geq 0$  为矩阵  $O_M$  的奇异值

在系统被充分激励的情况下,矩阵  $O_M$  与  $\Gamma_M$  列空间相同,由公式(14)、(15)可得:

$$\Gamma_M = U_s S^{\frac{1}{2}}, \hat{X}\Pi = S^{\frac{1}{2}} V_s^T \quad (16)$$

根据公式(7)的定义,可以由  $\Gamma_M$  直接得到矩阵  $A$  和  $C$ ,分别记为  $\hat{A}$  和  $\hat{C}$ ,表示矩阵  $A$  和  $C$  的估计值。

在求出  $A$  和  $C$  后,将公式(12)表示为<sup>[9]</sup>:

$$Y_N = [\Gamma_M \ C_B \ C_D] \begin{bmatrix} X(0) \\ \text{vec}(B) \\ \text{vec}(D) \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中,  $C_B, C_D$  为比例矩阵,定义为:

$$C_B = \begin{bmatrix} 0 \\ u(1)^T \otimes C \\ \vdots \\ \sum_{\tau=0}^{N-2} (u(1+\tau))^T \otimes CA^{N-2-\tau} \end{bmatrix}, C_D = \begin{bmatrix} u(1)^T \otimes I_l \\ u(2)^T \otimes I_l \\ \vdots \\ u(N)^T \otimes I_l \end{bmatrix}$$

公式(17)中算符  $\otimes$  表示克罗内克积,  $\text{vec}()$  表示列

优先的向量化运算<sup>[9]</sup>。由此,就可以用最小二乘法计算系统的状态空间矩阵  $B, D$  和状态向量  $X(0)$ :

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ \text{vec}(B) \\ \text{vec}(D) \end{bmatrix} = [\Gamma_M \ C_B \ C_D]^{-1} Y_N \quad (18)$$

式中:  $[\Gamma_M \ C_B \ C_D]^{-1}$  是  $[\Gamma_M \ C_B \ C_D]$  的广义逆矩阵。

至此,得到了系统的状态空间矩阵  $A, B, C, D$  以及系统的状态向量  $x(k)$ ,在已知系统输入  $u(k)$  的情况下,就可以对系统输出  $y(k)$  进行计算。

### 3 实验与结果分析

#### 3.1 实验平台

为了验证子空间辨识算法的准确性,搭建了倾斜镜系统实验平台。其实物照片如图 2 所示。光束由氦氖激光器(0.8 mW, 632.8 nm, HNR-INT-R, 雷畴, 中国)发出,经过压电倾斜镜反射至位置传感器(S5991-01, 滨松, 日本),电脑利用数据采集卡(PCI-6251, NI, 美国)采集位置传感器输出的四路电压信号,计算出激光光斑质心的二维坐标。

实验中所用的压电倾斜镜由压电倾斜镜偏转台(XS-330.8SL, 芯明天科技, 中国)加载平面反射镜组成。偏转台有三路输入,通过驱动控制器进行控制。但是偏转台的一路输入始终设定为 150 V (厂商设定),即有一压电执行器的伸缩量始终保持不变,因此偏转台实际可控输入为两路。

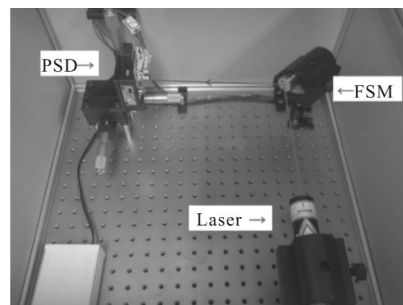


图 2 实验平台照片

Fig.2 Photo of the experimental setup

#### 3.2 倾斜镜系统的动态特性和耦合特性

实验平台的倾斜镜开环系统为双输入双输出系统(即  $m=2, l=2$ )。为了便于叙述,将偏转台的输入信号记为  $u(k)=[u_1(k) \ u_2(k)]^T$ , PSD 输出的光斑位置坐标记为  $y(k)=[y_1(k) \ y_2(k)]^T$ 。

为了测试系统的动态特性,给倾斜镜的一个驱动器输入方波信号,另一个驱动器输入大小为 5 V 的恒定电压,设置数据采集卡的采样频率为 10 kHz,此时系统的响应如图 3 所示。从图中可以看出:(1)当只给一路驱动器输入方波信号时,系统的两路输出都存在响应,说明输入和输出之间存在耦合;(2)系统阶跃响应的稳定时间约为 9.2 ms,系统的动态过程非常明显。

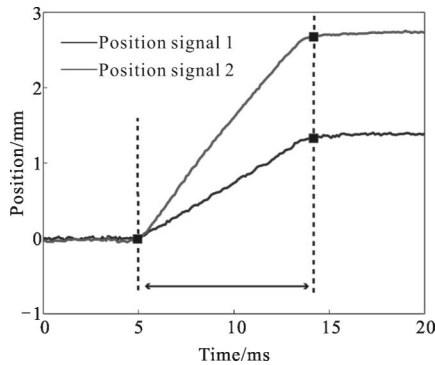


图 3 系统的动态响应

Fig.3 Dynamic response of the system

### 3.3 系统动态耦合数学模型的建立及准确性分析

系统的建模和模型测试过程如图 4 所示,主要包括以下步骤:

(1)采集输入输出数据。同时向倾斜镜的两路驱动器(系统开环输入端)输入  $N=10^4$  组由计算机随机产生电压信号  $u(k), k=1, 2, \dots, N$ , 电压信号的范围为 2~8 V。从 PSD 采集信号,并计算得到光斑位置  $y(k)$ 。该组数据将用于建立倾斜镜模型(又被称为“建模数据组”)。

重新产生  $N=10^4$  组随机输入信号,激励倾斜镜系统,并采集 PSD 信号,该组数据(又被称为“测试数据组”)将用于对倾斜镜模型进行评估其准确性。

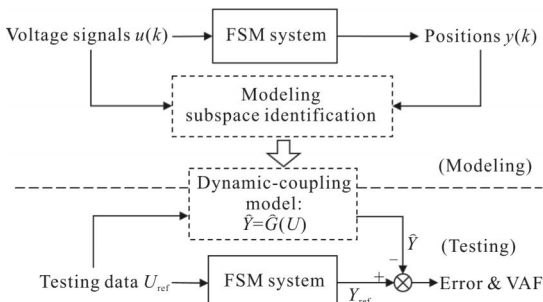


图 4 倾斜镜系统建模及模型测试过程示意图

Fig.4 Process diagram of FSM system modeling and test

(2)基于建模数据组的数据  $u(k)$ 和  $y(k)$ ,采用 3.2 节所述的子空间辨识算法,计算得到系统矩阵  $A、B、C、D$ ,即系统的动态耦合模型。

采用统计量 VAF 值来对模型的准确性进行评价<sup>[9]</sup>:

$$VAF = \left( 1 - \frac{\text{var}(Y - \hat{Y})}{\text{var}(Y)} \right) \times 100\% \quad (19)$$

式中: $Y$ 为实际测量值; $\hat{Y}$ 为根据模型计算得到的估计值; $\text{var}()$ 为方差运算。VAF 值表征了模型输出与实际测量值的契合程度。VAF 的值越大,系统矩阵的精度越高,最大为 100%。

系统的阶数  $n$  通过比较不同阶数的系统模型所对应的 VAF 值来选取最优模型。图 5 所示为不同阶数的系统模型所对应 VAF 值的大小。当系统的阶数  $n \geq 6$  时,无论对于建模数据,还是对于测试数据,VAF 值均稳定在 95% 以上,基本满足对模型准确性的要求。同时,由于系统阶数越高,状态量越多,系统模型就越复杂。在保证模型精度的前提下,为了尽量使模型简单,故确定系统的模型阶数  $n=6$ 。图 6 显示了测试组实际测量输出数据和模型估计系统输出,可以看出两者误差较小。

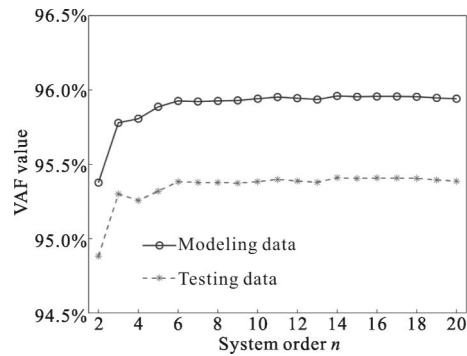


图 5 不同阶数系统模型的 VAF 值比较

Fig.5 Comparison on VAF values with different system orders

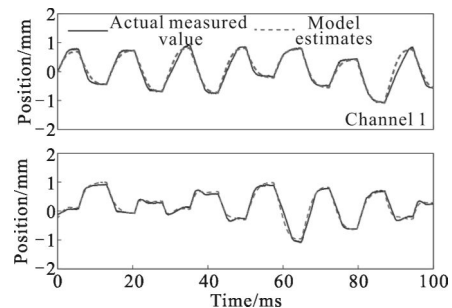


图 6 局部估计值与实际测量值的比较

Fig.6 Partial comparison with estimated and measured values

### 3.4 动态耦合模型与静态模型比较

为了比较动态耦合模型与静态模型的准确性,基于建模组的输入输出数据,用最小二乘法求解输入输出静态模型,即公式(2)中的矩阵  $D$ :

$$D=YU^T(UU^T)^{-1} \quad (20)$$

公式(20)中数据矩阵  $U$  和  $Y$  是如下定义的:

$$\begin{aligned} U &= [u(1) \quad u(2) \quad \cdots \quad u(N)] \\ Y &= [y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(N)] \end{aligned} \quad (21)$$

求得矩阵  $D$  后,根据公式(19)计算静态模型的 VAF 值,与五阶动态模型的 VAF 值相比较,结果见表 1。

表 1 动态模型与静态模型的 VAF 值比较

Tab.1 VAF values comparison of dynamic and static model

Model type	VAF of modeling set	VAF of test set
Static model	41.48%	39.77%
Dynamic model	95.93%	95.38%

从表 1 中可以看出,静态模型的 VAF 值较低。无论对于建模信号还是测试信号,VAF 值都约为 40%,系统输出的实际测量值与模型估计值有较大的误差。而动态模型对于建模信号和测试信号的 VAF 值都高于 95%,相较于静态模型,VAF 值提高了 50%以上,能很好地对系统输出进行预测,验证了模型的准确性。

## 4 结论

对于高采样率条件下,倾斜镜动态响应不可忽略,输入输出通道存在耦合的问题,提出了基于开环倾斜镜系统输入输出数据、采用子空间辨识算法建立开环倾斜镜系统动态耦合数学模型思路,并建立了实验平台对该思路进行验证,通过与传统的静态模型对比,分析和评估了模型的准确性。实验结果表明,动态耦合模型的 VAF 值优于 95%,比传统的静态模型提高了 50%以上,说明对于多输入多输出耦合系统,动态耦合数据模型相较于传统静态模型能够更准确地对系统输出进行估计,验证了该方法的可行性。该建模方法可以用于其他相似结构的倾

斜镜系统,具有普遍适用性。研究结果可用于闭环倾斜镜系统优化控制器的设计,确保反馈控制器性能,进而提高闭环系统对光束偏移矫正的带宽。

### 参考文献:

- [1] Portillo A A, Ortiz G G, Racho C. Fine pointing control for optical communications[J]. *2001 IEEE Aerospace Conference Proceedings*, 2001, 3: 1541–1550.
- [2] Li C, Xia M L, Mu Q Q, et al. High-precision open-loop adaptive optics system based on LC-SLM [J]. *Optics Express*, 2009, 17(13): 10774–10781.
- [3] Cao Z L, Mu Q Q, Hu L F, et al. Preliminary use of nematic liquid crystal adaptive optics with a 2.16-meter reflecting telescope[J]. *Optics Express*, 2009, 17(4): 2530–2537.
- [4] Cao Z L, Mu Q Q, Hu L F, et al. Optimal energy-splitting method for an open-loop liquid crystal adaptive optics system[J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 19331–19342.
- [5] Tan Fengfu, Chen Xiutao, Yao Baidong, et al. Tilt correction system for laser atmospheric propagation[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(3): 429–432. (in Chinese) 谭逢富, 陈修涛, 姚佰栋, 等. 激光大气传输倾斜校正系统[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(3): 429–432.
- [6] Sweeney M, Rynkowski G, Ketabchi M, et al. Design considerations for fast steering mirrors (FSMs) [J]. *Optical Scanning*, 2002, 4773(1): 63–73.
- [7] Zhang Xiaojun, Ling Ning. Dynamic analysis of fast piezo steering mirror [J]. *High Power Laser & Particle Beams*, 2003, 15(10): 966–968. (in Chinese) 张小军, 凌宁. 高速压电倾斜镜动态特性分析 [J]. *强激光与粒子束*, 2003, 15(10): 966–968.
- [8] Liu Min. Research of model and control for fast-steering mirrors[J]. *Optical Technique*, 2008, 34(2): 227–229. (in Chinese) 刘敏. 快速倾斜镜的模糊 PID 自适应控制器设计[J]. *光学技术*, 2008, 34(2): 227–229.
- [9] Van O P, De M B. Subspace Identification for Linear System: Theory Implementation Applications [M]. London: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [10] Song H, Fraanje R, Schitter G, et al. Controller design for a high-sampling-rate closed-loop adaptive optics system with piezo-driven deformable mirror [J]. *European Journal of Control*, 2011, 17(3): 290–301.