

基于菲涅尔双棱镜的在轨小角度测量方法

来颖^{1,2}, 沈正祥^{1,2}, 王占山^{1,2}, 谭天乐³, 顾玥³

(1. 同济大学物理科学与工程学院先进微结构材料教育部重点实验室, 上海 200092;

2. 同济大学精密光学工程技术研究所, 上海 200092; 3. 上海航天控制工程研究所, 上海 200233)

摘要: 利用菲涅尔双棱镜反射测量三维小角度的方法是一种利用成一定夹角的两面反射镜代替单块平面反射镜的改进型自准直测量方法, 通过建立反射光斑位移与反射镜旋转角度的数学关系, 求解获得空间三维角度变化。但是在传统菲涅尔双棱镜测角方法的建模中, 物体的空间角偏转状态由一个固定顺序的动态转角过程给定, 其建模方式求解结果不唯一, 且转角表达不直接。针对用于在轨三维小角度测量的菲涅尔双棱镜测角法, 提出了一种新的建模方式, 构建了初始状态与最终状态的空间角度变化的数学关系, 该模型不受转角顺序的影响, 其求解结果具有唯一性, 且对于三维角度偏转表达更为直接、客观, 同时使得菲涅尔双棱镜三维测角法适用于更大的测角范围。最后, 通过仿真计算验证了这种建模方式的正确性。

关键词: 三维小角度测量; 自准直测角法; 菲涅尔双棱镜; 数学关系模型

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0317002

Measurement method of in-orbit small angle based on Fresnel biprism

Lai Ying^{1,2}, Shen Zhengxiang^{1,2}, Wang Zhanshan^{1,2}, Tan Tianle³, Gu Yue³

(1. Key Laboratory of Advanced Micro-Structure Materials, Ministry of Education, School of Physics and Engineering, Tongji

University, Shanghai 200092, China; 2. Institute of Precision Optical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

3. Shanghai Aerospace Control and Engineering Institute, Shanghai 200233, China)

Abstract: The three-dimensional small angle measurement system based on Fresnel biprism was an improved autocollimation method which replaced the single mirror by two mirrors with a certain angle. It measured the space angle change through solving the mathematical relationship between the reflected spot displacement and the mirror rotation angle. The traditional modeling method always predetermined a rotation order to indirectly establish the mathematical relationship between the state of the object space angle change and the rotation angle, which had not one result for the predetermined rotation order was random. A new modeling method was proposed which directly established the mathematical relationship

收稿日期: 2015-07-12; 修订日期: 2015-08-15

基金项目: 国家自然科学基金(11105099, 10978002); 科技部国家重大科学仪器设备开发专项(2012YQ04016403);

中央高校基本科研业务费专项资金项目(1370219227)

作者简介: 来颖(1988-), 女, 硕士生, 主要从事光学设计及光学仪器等方面的研究。Email: laiying9827@163.com

导师简介: 沈正祥(1980-), 男, 副教授, 博士生导师, 主要从事先进光学制造与检测、X射线光学仪器研制等方面的研究。

Email: shenzx@tongji.edu.cn

通讯作者: 王占山(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事薄膜光学、X射线光学仪器研制等方面的研究。

Email: wangzs@tongji.edu.cn

between the initial object state and the final state after rotation, which didn't need to predetermine a rotation order making one rotation state having only one mathematical relationship. This method was objective, direct and could be used to measure bigger range of three-dimensional angle. Finally, the correctness of this modeling method by using simulation calculation was verified.

Key words: three-dimensional small angle measurement; autocollimation; Fresnel biprism; mathematical model

0 引言

国内航天事业的迅猛发展对星敏感器姿态测量精度提出了甚高要求^[1]。航天器在轨运行过程中受地球引力、加速度、太阳照射等因素的影响,星敏感器与平台基座之间的连接支臂常会发生微小形变,使其相对于平台基准指向产生小角度偏转,影响其对航天器的姿态测量精度。通过测量星敏感器与平台基准间精确偏转信息,可对航天器的瞬时姿态调整进行补偿,因此,如何精准测量二者间相对方位的关系是甚高精度姿态测量的关键技术之一^[2]。

光学测角法由于精度高、非接触等优点成为在轨角度测量的首选,现有高精度光学测角法主要有自准直法^[3]、激光干涉法^[4-5]、光栅法^[6]、内反射法^[7-8]、环形激光法^[9-10]等。简单的自准直测角法最多只能测量二维空间角;正交自准直测角装置可以测量三维角度,但需要飞行器平台提供两个正交的光学通道,占用空间大,不适用于在轨测量;激光干涉法测量精度很高,但由于结构精密复杂、稳定性不好且只能实现一维角度测量而不适用于在轨角度测量;光栅测角法中的正交组合光栅测角法^[11]是为数不多的能够测量三维空间角的光学测角法之一,但滚动角的测量范围和测量精度均比俯仰角和偏航角低很多;环形激光器可实现整周动态角度和角速度的高精度测量,但无法实现静态角度测量;光学内反射测角法利用光强测量角度,因此对光源要求很高,操作须在暗室内进行,且只能用于一维角度测量。上述原因导致这些方法均不适用于在轨三维角度测量。

一种基于自准直的三维角度测量方法是利用双面反射镜代替自准直测角装置中的单面反射镜,通过建立双面反射镜返回光点位移变化与三维转角间的数学模型来获得反射镜的空间三维转角^[12]。在此基础上,参考文献[13]提出了菲涅尔双棱镜三维小

角度测量方法,并对原数学模型进行了简化^[13]。但本文中,被测物关于基准的空间转角假定是由被测物逐次绕三轴旋转的过程所给定的。被测物的一种空间角偏转状态可由多种旋转顺序和相应的转动角确定,上述假定使被测物关于基准的空间角度偏转状态的表达缺乏统一性和直接性。在参考文献[12]中,作者认为在 4' 的角度测量范围内三维转角的转角顺序变化造成的测角误差可以忽略,但并没有提供相关数值模拟,并且测角范围越大,转角顺序带来的偏差越大。文中给出了一种新的数学建模方式,构建了被测物初始状态与最终状态的空间角度变化的数学关系,该关系不受转角顺序的影响,其求解结果唯一,且对于表达三维角度偏转更为直接,同时使得菲涅尔双棱镜三维测角法适用于更大的测角范围。

1 菲涅尔双棱镜测角原理及传统建模方式

1.1 菲涅尔双棱镜测角原理

从激光光源出射的光束经扩束物镜和扩束目镜后打在菲涅尔双棱镜上,被菲涅尔双棱镜的两片反射镜分成两束平行光,然后分别经两个聚焦透镜聚焦,在 CCD 探测像面上形成两个光斑,如图 1 所示。在飞行器在轨角度测量中,探测器与激光光源固定

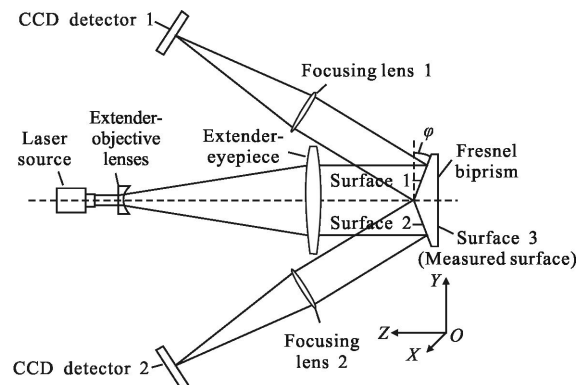


图 1 菲涅尔双棱镜测角原理图

Fig.1 Schematic diagram of three-dimensional small angle measurement system based on Fresnel biprism

在飞行器平台基座上,菲涅尔双棱镜与星敏感器固定在一起,平台基座所在坐标系以下称之为基准坐标系。当菲涅尔双棱镜相对基准坐标系有空间角度变化时,两个光斑在探测器上的位置也会发生变化。通过构建菲涅尔双棱镜的空间角度变化与两光斑位置变化的数学关系,可得到菲涅尔双棱镜的空间三维角度变化^[12]。

1.2 传统建模方法的不足

若一空间向量绕 X、Y、Z 轴的角度旋转量分别为 a、b、c,旋转矩阵 T_x 、 T_y 、 T_z 可分别表示为:

$$T_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos a & -\sin a \\ 0 & \sin a & \cos a \end{bmatrix}$$

$$T_y = \begin{bmatrix} \cos b & 0 & \sin b \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin b & 0 & \cos b \end{bmatrix}$$

$$T_z = \begin{bmatrix} \cos c & -\sin c & 0 \\ \sin c & \cos c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

取 Z 轴为入射光光轴方向,反射镜 1 与 XOY 平面夹角为 φ ,法向量为 $\vec{N}_A(0, \sin\varphi, \cos\varphi)$ 。反射镜 2 与 XOY 平面夹角为 $-\varphi$,法向量为 $\vec{N}_B(0, -\sin\varphi, \cos\varphi)$ 。两法向量与两光斑的位置有一一对应的关系。因此,通过两光斑的位置变化量可求出变化后的两反射面法向量 \vec{N}_A' 和 \vec{N}_B' 。空间向量绕 X、Y、Z 轴旋转的旋转矩阵分别为 T_x 、 T_y 、 T_z 。当向量 \vec{N}_A' 、 \vec{N}_B' 依次绕 X、Y、Z 轴旋转过 a、b、c 角度时,向量变换为:

$$\vec{N}_A' = \vec{N}_A T_x T_y T_z$$

$$\vec{N}_B' = \vec{N}_B T_x T_y T_z$$

通过变换后的法向量可求出空间转角 a、b、c。但是在做向量的空间旋转变换时,旋转向量必须规定一个次序,因为:

$$\vec{N}_A T_x T_y T_z \neq \vec{N}_A T_z T_x T_y$$

同样的空间转角,旋转顺序的改变会导致菲涅尔双棱镜不同的最终空间角度偏转状态,因此,这种建模方式求解的空间转角的结果依赖与空间转角未知的求解顺序。然而,三维小角度测量多是用于因应力释放或温度变化导致反射镜附着面变形引起的角度变化,并没有一个固定的绕基准轴的旋转顺序,

因此,这种表示方式无法直接表达被测物体的空间角度变化。

2 角度-位移数学关系模型

2.1 物体三维空间角度偏转表达方式定义

在菲涅尔双棱镜上建立空间三维坐标系 $X'Y'Z'$,使面 3 与 $X'O'Y'$ 面重合,面 1 与面 2 的交线与 Y' 轴垂直(或与 X' 轴平行),如图 2 所示。 $X'Y'Z'$ 坐标系与菲涅尔双棱镜始终保持相对静止,且在初始位置时, $X'Y'Z'$ 坐标系与基准坐标系 XYZ 重合(基准坐标系相对于探测器保持静止)。菲涅尔双棱镜的空间三维角度偏转状态可用面 3 的法向量 \vec{N} 和面 3 内垂直于面 1 与面 2 交线的向量 \vec{P} (平行于 Y' 轴)来表示。定义三维空间转角 α 、 β 、 γ 分别为向量 \vec{N} 在 YOZ 面、XOZ 面内(或 Z' 轴)和向量 \vec{P} (或 Y' 轴)在三个基准坐标平面上的投影与基准坐标轴的夹角,如图 3 所示。菲涅尔双棱镜在发生空间角度偏转后,由 α 、 β 、 γ 三个角度可唯一确定菲涅尔双棱镜的空间角度偏转状态。

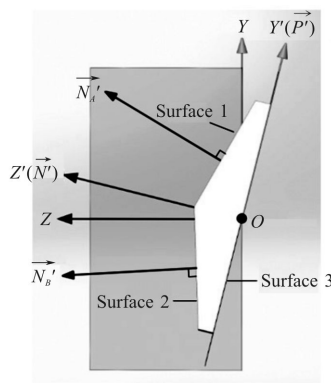
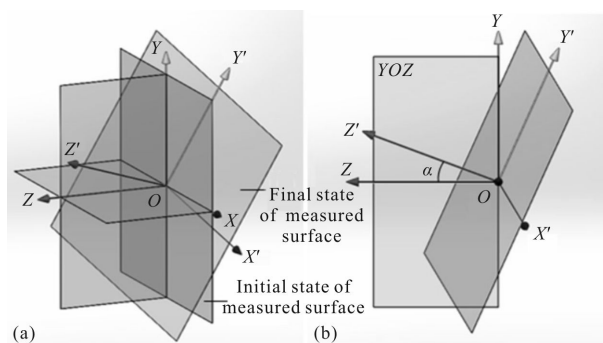


图 2 改进型建模方式的向量表示

Fig.2 Vector expression of improved modeling



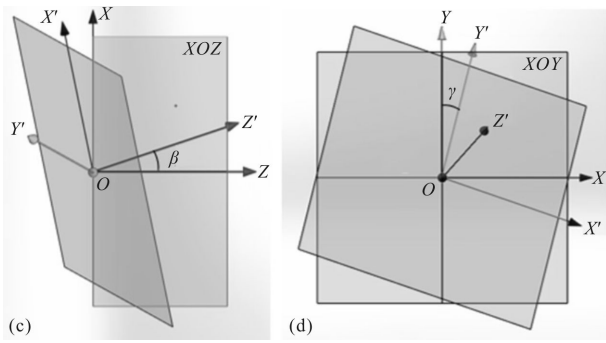


图 3 三维空间角度 α, β, γ 的表达式

Fig.3 Expression of space angle α, β, γ

\vec{N}_A, \vec{N}_B 分别为面 1、面 2 法向量; \vec{N} 平行于 Z' 轴, 为面 3 法向量; \vec{P} 平行于 Y' 轴, 垂直于面 1 与面 2 的交线。

2.2 由光斑位移量到三维转角的数学关系模型

入射光方向向量为 $\vec{I}=(0, 0, -1)$, 在初始位置, 面 1 的法向量 \vec{N}_A 为 $(0, \sin \varphi, \cos \varphi)$, 反射光方向向量为 $\vec{A}(A_x, A_y, A_z)$, 则:

$$\vec{A}=\vec{I}-2(\vec{N}_A \cdot \vec{I})\vec{N}_A \quad (1)$$

可得: $A_x=0, A_y=\sin(2\varphi), A_z=\cos(2\varphi)$ 。

入射光束经面 1 反射和聚焦物镜聚焦后在探测器 1 上形成的光斑位置坐标为 (x_{01}, y_{01}) :

$$x_{01}=f\frac{A_x}{A_z}=0 \quad (2)$$

$$y_{01}=f\frac{A_y}{A_z}=f\tan 2\varphi \quad (3)$$

在反射面经过空间任意三维转动后, 面 1 的反射光方向向量变为 $\vec{A}'(A_x', A_y', A_z')$, 反射聚焦光斑位置坐标变为 (x_{01}', y_{01}') :

$$x_{01}'=f\frac{A_x'}{A_z'} \quad (4)$$

$$y_{01}'=f\frac{A_y'}{A_z'} \quad (5)$$

则反射光斑在探测面上的位置变化为:

$$\Delta x_1=x_{01}'-x_{01}=f\frac{A_x'}{A_z'} \quad (6)$$

$$\Delta y_1=y_{01}'-y_{01}=f\left(\frac{A_y'}{A_z'}-\tan 2\varphi\right) \quad (7)$$

\vec{A}' 化为单位向量, 则满足:

$$A_x'^2+A_y'^2+A_z'^2=1 \quad (8)$$

同理, 面 2 经空间转动后的反射光单位方向向量 $\vec{B}'(B_x', B_y', B_z')$ 满足:

$$\Delta x_2=x_{02}'-x_{02}=f\frac{B_x'}{B_z'} \quad (9)$$

$$\Delta y_2=y_{02}'-y_{02}=f\left(\frac{B_y'}{B_z'}+\tan 2\varphi\right) \quad (10)$$

$$B_x'^2+B_y'^2+B_z'^2=1 \quad (11)$$

反射面 1 的单位法向量 $\vec{N}_A'(N_{Ax}', N_{Ay}', N_{Az}')$ 和反射面 2 的单位法向量 $\vec{N}_B'(N_{Bx}', N_{By}', N_{Bz}')$ 表示为:

$$\vec{N}_A'=\frac{\vec{A}'-\vec{I}}{|\vec{A}'-\vec{I}|} \quad (12)$$

$$\vec{N}_B'=\frac{\vec{B}'-\vec{I}}{|\vec{B}'-\vec{I}|} \quad (13)$$

在经历空间旋转后, 面 3 的法向量变为 $\vec{N}'(N_x', N_y', N_z')$, 则 \vec{N}' 满足:

$$\vec{N}'=\vec{N}_A'+\vec{N}_B' \quad (14)$$

向量 \vec{P} 与 \vec{N}_A', \vec{N}_B' 共面, \vec{N}_A', \vec{N}_B' 为单位向量且与 \vec{P} 夹角相等, 因此有:

$$\vec{P}'=\vec{N}_A'-\vec{N}_B' \quad (15)$$

\vec{N}' 和 \vec{P}' 与面 3 的空间三维角度 α, β, γ 的关系为:

$$\tan \alpha=\frac{N_y'}{N_z'} \quad (16)$$

$$\tan \beta=\frac{N_x'}{N_z'} \quad (17)$$

$$\tan \gamma=\frac{P_x'}{P_y'} \quad (18)$$

将聚焦光斑的位移量 $\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta x_2, \Delta y_2$ 逐步代入公式(6)~(18), 便得到面 3 的空间角 α, β, γ 。

2.3 由三维转角到光斑位移量的数学关系模型

面 3 的空间三维角度 α, β, γ 与 \vec{N}' 和 \vec{P}' 的关系已由公式(16)~(18)给出。 \vec{N}' 和 \vec{P}' 垂直, 因此有:

$$\vec{P}' \cdot \vec{N}'=P_x'N_x'+P_y'N_y'+P_z'N_z'=0 \quad (19)$$

将 \vec{N}' 和 \vec{P}' 化为单位向量, 则:

$$N_x'^2+N_y'^2+N_z'^2=1 \quad (20)$$

$$P_x'^2+P_y'^2+P_z'^2=1 \quad (21)$$

如此便求解出 \vec{N}' 和 \vec{P}' 。 \vec{N}' 和 \vec{P}' 与 \vec{N}_A', \vec{N}_B' 的关系如图 3 所示, 显然有:

$$\vec{N}_A' = \vec{N} \cos \varphi + \vec{P} \sin \varphi \quad (22)$$

$$\vec{N}_B' = \vec{N} \cos \varphi - \vec{P} \sin \varphi \quad (23)$$

面 1、面 2 的反射向量 $\vec{A}'(A_x', A_y', A_z')$ 、 $\vec{B}'(B_x', B_y', B_z')$ 分别表示为:

$$\vec{A}' = \vec{I} - 2(\vec{N}_A' \cdot \vec{I})\vec{N}_A' \quad (24)$$

$$\vec{B}' = \vec{I} - 2(\vec{N}_B' \cdot \vec{I})\vec{N}_B' \quad (25)$$

入射光方向向量始终为 $\vec{I}=(0,0,-1)$ 。将公式(24)、(25)代入公式(6)、(7)、(9)、(10)可分别求出光斑的位移量 $\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta x_2, \Delta y_2$ 。

3 光斑位移-角度变化仿真计算

为了验证角度求解方法的正确性, 首先给定一

组空间角度 α, β, γ , 由 2.2 节给定的建模方式计算得到理论上的两光斑的位移量 $\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta x_2, \Delta y_2$, 然后将光斑位移量作为变量代入 2.1 节给出的角度求解公式中, 得到空间角 α', β', γ' , 然后将此空间角和给定的空间角进行比较, 以验证角度求解建模的正确性。

文中设两反射镜在初始状态时与 XOY 平面的夹角 $\varphi=10^\circ$, 聚焦透镜焦距 $f=2\ 000\text{ mm}$ 。输入了多组空间角度进行验证, 结果如表 1 所示。经过建模公式计算得到的角度与设定转角的微小差异是由位移量的小数近似所带来的, 代入计算的有效位数越多, 差异越小。结果表明, 计算得到的空间角 α', β', γ' 与设定的空间角 α, β, γ 完全吻合, 证明了建模方法的正确性。

表 1 仿真计算结果

Tab.1 Simulation results

Setted rotation angle/(°)			Theoretical displacement of spot calculated by setted rotation angle/mm				Rotation angle calculated by formula of space angle/(°)		
α	β	γ	Δx_1	Δy_1	Δx_2	Δy_2	α'	β'	γ'
-320	-320	-320	-7.527 689	-7.016 991	-5.279 960	-7.036 579	-320.000 0	-320.000 0	-320.000 0
-240	-240	-240	-5.646 956	-5.264 743	-3.959 114	-5.275 763	-240.000 0	-240.000 0	-240.000 0
-160	-160	-160	-3.765 434	-3.511 165	-2.638 841	-3.516 064	-160.000 0	-160.000 0	-160.000 0
-80	-80	-80	-1.883 117	-1.756 253	-1.319 137	-1.757 478	-80.000 0	-80.000 0	-80.000 0
0	0	0	0.000 000	0.000 000	0.000 000	0.000 000	0.000 0	0.000 0	0.000 0
80	80	80	1.883 923	1.757 599	1.318 572	1.756 373	80.000 0	80.000 0	80.000 1
160	160	160	3.768 657	3.516 549	2.636 583	3.511 647	160.000 0	160.000 0	160.000 0
240	240	240	5.654 209	5.276 857	3.954 035	5.265 824	240.000 0	240.000 0	240.000 0
320	320	320	7.540 584	7.038 527	5.270 931	7.018 909	320.000 0	320.000 0	319.999 9

此外, 为了探究三维偏转角度对光斑位移的影响, 利用已给出的数学模型绘制了光斑位移随单一三维角度的变化曲线, 如图 4~6 所示。

图 4 中设定 $\beta=\gamma=0$, 图 4(a)给出了光斑位移随角 α 的变化曲线, 可以看出当 α 变化时, $\Delta y_1, \Delta y_2$ 有微小差别, $\Delta x_1=\Delta x_2=0$ 。图 4(b)给出了两光斑在 CCD 探测面上的运动趋势: 当 $\beta=\gamma=0, \alpha$ 变化时, 两光斑沿 Y_{CCD} 同方向运动, 因为 α 不为 0 时两光斑从 CCD 到聚焦镜的主光线光路距离不相同, 导致两光斑沿 Y_{CCD} 的运动分量 $\Delta y_1, \Delta y_2$ 有微小差别。同时, 因为两反射面的反射向量始终在 YOZ 平面内, 所以两光斑沿 X_{CCD} 的运动分量 $\Delta x_1, \Delta x_2$ 都等于 0。

图 5 中设定 $\alpha=\gamma=0$, 图 5(a)给出了光斑位移随角 β 的变化曲线, 可以看出当 β 变化时, $\Delta x_1=\Delta x_2, \Delta y_1=-\Delta y_2$, 且 $\Delta y_1, \Delta y_2$ 数值远小于 $\Delta x_1, \Delta x_2$ 。图 5(b)给

出了两光斑在 CCD 探测面上的运动趋势: 当 $\alpha=\gamma=0, \beta$ 变化时, 两光斑沿 X_{CCD} 同方向运动。同时, 因为随着 β 的增大, 光斑从 CCD 到聚焦镜的主光线光路距离增大, 导致光斑同时在 Y_{CCD} 方向有着微小的位移分量。

图 6 中设定 $\alpha=\beta=0$, 图 6(a)给出了光斑位移随角 γ 的变化曲线, 可以看出当 γ 变化时, $\Delta x_1=-\Delta x_2, \Delta y_1=-\Delta y_2$, 且 $\Delta y_1, \Delta y_2$ 数值远小于 $\Delta x_1, \Delta x_2$ 。图 6(b)给出了两光斑在 CCD 探测面上的运动趋势: 当 $\alpha=\beta=0, \gamma$ 变化时, 两光斑绕 CCD 中心做圆周运动, 所以两光斑的位移大小相同, 方向相反。同时, 因为两光斑的初始位置都在 Y_{CCD} 轴上, 因此当 γ 较小时, 两光斑沿 Y_{CCD} 的运动分量 $\Delta y_1, \Delta y_2$ 也相对较小。

从图 4~6 中图(a)、(b)的对比可以发现, 光斑位移随单一三维角度的运动趋势与计算数据相符, 也

进一步验证了建模方法的正确性。

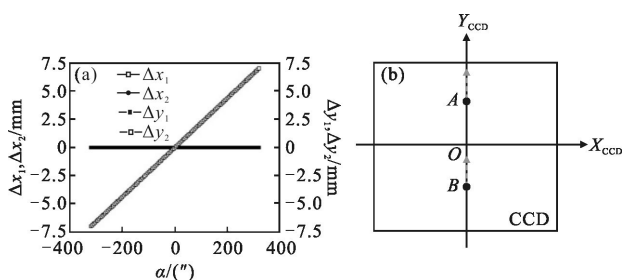


图 4 光斑位移随角 α 的变化曲线 ($\beta=\gamma=0$)

Fig.4 Variation of light spot displacement at different α ($\beta=\gamma=0$)

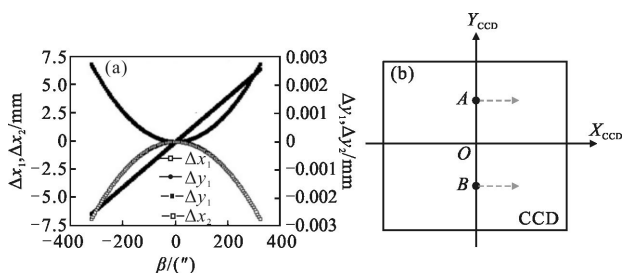


图 5 光斑位移随角 β 的变化曲线 ($\alpha=\gamma=0$)

Fig.5 Variation of light spot displacement at different β ($\alpha=\gamma=0$)

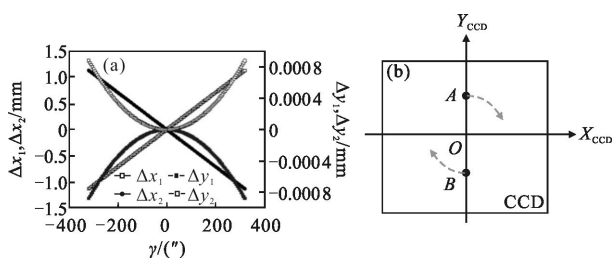


图 6 光斑位移随角 γ 的变化曲线 ($\alpha=\beta=0$)

Fig.6 Variation of light spot displacement at different γ ($\alpha=\beta=0$)

4 结论

文中针对用于在轨三维小角度测量的菲涅尔双棱镜测角法，提出了一种改进的位移-角度数学关系模型，并通过仿真计算，证明建模方法的正确性。首先计算空间三维转角在 $\pm 320''$ 范围内对应的光斑位移，再利用数学关系模型计算得到光斑位移对应的空间转角，结果与设定的空间转角完全吻合，其中的微小差异由位移量的小数近似产生，代入计算的有效位数越多，结果吻合度越高。另外，文中利用所给数学模型绘制了光斑位移随单一三维角度的变化曲线，探究三维偏转角度对光斑位移的影响，结果表明光斑位移随单一维度内角度的运动趋势与计算数据相符，也进一步验证了建模方法的正确性。新的数学模型使物体的

空间三维角度的表达更为直观、方便，克服了传统建模方式由某一特定空间角度旋转次序的过程描述物体空间角所带来的结果的不唯一性和间接性。

参考文献：

- [1] Li Baohua, Liu Guoliang, Liu Rui, et al. Key techniques of star sensors for celestial navigation [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17(7): 1615-1620. (in Chinese)
- [2] Shi Shaofan. Study on high precision attitude control systems of foreign earth-observation satellites[J]. *Aerospace Shanghai*, 2000(6): 49-53. (in Chinese)
- [3] Machtovoi I A. High-precision real-time measurement of large angular displacements of structures [J]. *Soviet Journal of Optical Technology*, 1993, 60(1): 73-74.
- [4] Masajada J. Small-angle rotations measurement using optical vortex interferometer [J]. *Optics Communications*, 2004, 239 (4-6): 373-381.
- [5] Fan K C, Liao B H, Cheng F. Ultra-precision angle measurement based on michelson interferometry [J]. *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers*, 2013, 34 (1): 39-44.
- [6] Torroba R, Tagliaferri A A. Precision small angle measurements with a digital moire technique [J]. *Optics Communications*, 1998, 149(4-6): 213-216.
- [7] Huang P S, Ni J. Angle measurement based on the internal-reflection effect using elongated critical-angle prisms [J]. *Applied Optics*, 1996, 35(13): 2239-2241.
- [8] Zhou W D, Cai L L. Interferometer for small-angle measurement based on total internal reflection [J]. *Applied Optics*, 1998, 37(25): 5957-5963.
- [9] Bournachev M N, Filatov Y V, Kirianov K E, et al. Precision angle measurement in a diffractive spectrometer by means of a ring laser [J]. *Measurement Science & Technology*, 1998, 9(7): 1067-1071.
- [10] Filatov Y V, Loukianov D P, Probst R. Dynamic angle measurement by means of a ring laser [J]. *Metrologia*, 1997, 34(4): 343-351.
- [11] Deng Lixin, Yang Jiankun, Dai Suan, et al. 3-dimensional angular measurement method based on Moire fringe [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2010, 8 (3): 39-41. (in Chinese)
- [12] Zhang Zhijiang, Yu Yingjie. Modeling of three-dimensional small angle measurement system [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2003, 24(1): 21-25. (in Chinese)
- [13] Wang Wenliang. Small angle measurement technology on second order of accuracy and its application in space vehicle [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)