

使用区域重构技术的路径无关相位解包方法

李 博^{1,2}, 马锁冬^{3,4}

(1. 中国科学院国家天文台 南京天文光学技术研究所, 江苏 南京 210042;

2. 中国科学院天文光学技术重点实验室, 江苏 南京 210042;

3. 苏州大学 物理与光电能源学部 教育部现代光学技术重点实验室, 江苏 苏州 215006;

4. 苏州大学 物理与光电能源学部 江苏省先进光学制造技术重点实验室, 江苏 苏州 215006)

摘 要: 相位解包在光学测量领域有着广泛的应用, 其中路径相关类解包方法通常计算速度较快, 但抗噪声能力较弱; 而路径无关类方法的鲁棒性好, 但大多存在迭代收敛慢、计算量大的问题。因此, 将区域重构技术引入解包运算中, 得到一种新的路径无关类解包方法。该方法对于矩形区域数据能够直接求解解包相位, 无需迭代过程; 设计了采样-重组加速方法使运算量大幅减小, 计算速度优于同类解包方法; 使用 Gerchberg 式迭代过程能够解决不规则孔径内的数据解包问题, 可在少量迭代后收敛。通过仿真验证了该方法在矩形区域内的直接求解精度和加速法的效能, 通过对实验数据的解包验证了算法处理不规则孔径数据的能力。

关键词: 相位测量; 相位解包; 路径无关类解包; 区域重构法

中图分类号: TN247 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0229006

Path-independent phase unwrapping method using zonal reconstruction technique

Li Bo^{1,2}, Ma Suodong^{3,4}

(1. Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences,

Nanjing 210042, China; 2. Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, China;

3. Key Lab of Modern Optical Technologies of Education Ministry of China, College of Physics, Optoelectronics and Energy, Soochow University, Suzhou 215006, China;

4. Key Lab of Advanced Optical Manufacturing Technologies of Jiangsu Province, Soochow University, Suzhou 215006, China)

Abstract: The phase unwrapping methods are widely used in the field of optical testing, which can be divided into the path dependant type and the path independent type. Generally, the former is faster but more sensitive to the noises, while the latter is more robust but suffers from the problems of slow iterative speed and high time consuming. To solve this problem, a new path independent phase unwrapping method was proposed, which was based on the zonal reconstruction technique. Using this method the wrapped phase in the rectangle pupil can be unwrapped directly without any iteration, and the

收稿日期: 2015-06-05; 修订日期: 2015-07-10

基金项目: 国家自然科学基金(11303068, 61307017); 江苏省自然科学基金(BK20131060)

作者简介: 李博(1985-), 男, 副研究员, 博士, 主要从事光学加工与检测方面的研究。Email: bli@niaot.ac.cn

sample-recombining acceleration strategy was designed to reduce the calculation time greatly which made the algorithm faster than other path independent methods. In addition, to unwrap the phase in the irregular pupil the Gerchberg type iteration was used which can converge in a few steps. The precision of the direct unwrapping for the regular pupil was validated by the simulations, as well as the effect of the acceleration strategy. Besides, the ability to process irregular pupil problem was demonstrated by unwrapping the phase obtained in the experiment.

Key words: phase measurement; phase unwrapping; path independent unwrapping; zonal reconstruction method

0 引言

相位解包技术在光干涉测量、综合孔径雷达、条纹投影测量和条纹反射测量等领域均有着广泛的应用^[1-6]。在这些应用场合,测量得到的相位直接结果分布在 $[-\pi, \pi]$ 的主值范围内,称为包裹相位。因此,需要将每个像素点的包裹相位与 2π 的整数倍叠加,以重构原始相位,即解包运算。在理想情况下,可以沿任意路径对整个包裹相位进行遍历,通过识别和矫正相邻像素点之间的 2π 相位跃变即可完成相位解包。然而,由于包裹相位中的噪声或本身的相位不连续性,造成了极点的存在。如果解包路径包围了极点,就会导致计算误差,并且该误差会沿着解包路径积累下去。为解决这一问题,研究者们提出了许多相位解包方法,大致可以分为两类:

第一类为路径相关方法,也称为局部法。这类方法通过一些特定的策略来选择合适的解包路径以防止误差的产生。例如,枝切法^[7-9]在包裹相位中识别正极点和负极点,并生成枝切连接这些极点达到正负平衡,之后进行解包操作,只要解包路径不穿过枝切即可避免误差的产生。而质量图引导法是另一种常见的局部法^[9-10],该方法以相位梯度、二阶导数或调制度等数值为依据生成质量引导图,然后令解包路径先经过高质量区域再经过低质量区域,通常也能获得较为理想的效果。

第二类为路径无关方法,也称为全局法。这类方法首先计算包裹相位的梯度并消除其中的跳变值,再通过梯度相位重构获取解包相位,其中梯度相位重构可通过变换类方法(傅里叶变换法、离散余弦变换法)、迭代类方法(预共轭梯度法、多重网格法)等实现^[11-12]。通常来说,全局法在噪声较多时的鲁棒性要

优于局部法,但也有其缺点:变换类方法存在边缘误差,需通过各种延拓技术进行抑制,且只对矩形孔径进行直接求解;而迭代类方法需要多次迭代才能获得较为准确的结果,运算效率较低。

文中引入区域重构法^[13-14]实现全局相位解包。区域重构法是一种通过梯度数据重构原始相位信息的技术,文中将其应用于相位解包,当处理矩形孔径的相位数据时,可以直接获取解包相位而无需迭代,且不存在边缘效应;设计了采样-重组的加速策略,大幅提高计算速度、降低内存需求;运用 Gerchberg 式迭代后,则可在少量迭代次数内解决不规则孔径的相位解包问题,具有很好的通用性。

1 原理与算法

1.1 基本算法

首先需要计算包裹相位的梯度值,并取其主值将其值域限制在 $[-\pi, \pi]$ 范围内,以消除包裹相位中 2π 相位跳变的影响,即:

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{i,j}^x = \text{Wrap}(\varphi_{i,j}^w - \varphi_{i,j-1}^w) \\ \Delta\varphi_{i,j}^y = \text{Wrap}(\varphi_{i,j}^w - \varphi_{i-1,j}^w) \end{cases} \quad (1)$$

式中:符号 φ^w 表示待解包的包裹相位(简单起见,设其大小为 $N \times N$), $\Delta\varphi^x$ 和 $\Delta\varphi^y$ 表示相位在 x 方向和 y 方向的差分,而下角标 i, j 分别表示相位数据的第 i 行和第 j 列,运算符 $\text{Wrap}(\cdot)$ 则表示获取数据在 $[-\pi, \pi]$ 范围内的主值。之后,需根据差分值,使用区域重构法重构原始相位。文中使用的区域重构法是 Dai 等在参考文献[13]中提出的算法在剪切量为 1 个像素时的特殊情况,其主要原理如下。

对于 $N \times N$ 网格上的相位数据矩阵 φ (同时也是求解的目标),其中第 i 行的相位向量 $\vec{\varphi}_i$ 与其差分向

量 $\Delta \vec{\varphi}_i^x$ 的关系可以写作:

$$\Delta \vec{\varphi}_i^x = M_x \vec{\varphi}_i \quad (2)$$

其中每一行的相位向量 $\vec{\varphi}_i$ 是一个大小为 $N \times 1$ 的列向量, 定义为:

$$\vec{\varphi}_i = [\varphi_{i1}, \varphi_{i2}, \dots, \varphi_{iN}]^T$$

而每一行 x 方向的差分向量 $\Delta \vec{\varphi}_i^x$ 是一个大小为 $(N-1) \times 1$ 的列向量, 定义为:

$$\Delta \vec{\varphi}_i^x = [\Delta \varphi_{i1}^x, \Delta \varphi_{i2}^x, \dots, \Delta \varphi_{iN-1}^x]^T$$

大小为 $(N-1) \times N$ 的矩阵 M_x 则定义为:

$$M_x(i, j) = \begin{cases} 1, & i=j-1 \\ -1, & i=j \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

再根据公式(2), 将所有行的数据综合起来, 可以得到所有行的相位向量 $\vec{\varphi}$ 与其差分数据向量 $\Delta \vec{\varphi}^x$ 的关系式为:

$$\Delta \vec{\varphi}^x = M^x \vec{\varphi} \quad (3)$$

其中相位向量 $\vec{\varphi}$ 是一个大小为 $N^2 \times 1$ 的列向量, 是各行的相位向量 $\vec{\varphi}_i$ 的集合:

$$\vec{\varphi} = \begin{bmatrix} \vec{\varphi}_1 \\ \vec{\varphi}_2 \\ \vdots \\ \vec{\varphi}_N \end{bmatrix}$$

大小为 $N(N-1) \times 1$ 的差分向量 $\Delta \vec{\varphi}^x$ 同样是一个列向量, 是各个斜率向量 $\Delta \vec{\varphi}_i^x$ 的集合:

$$\Delta \vec{\varphi}^x = \begin{bmatrix} \Delta \varphi_1^x \\ \Delta \varphi_2^x \\ \vdots \\ \Delta \varphi_N^x \end{bmatrix}$$

大小为 $N(N-1) \times N^2$ 的矩阵 M^x 则定义为:

$$M^x = \begin{bmatrix} M_x & & & 0 \\ & M_x & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & M_x \end{bmatrix}$$

与公式(3)相似, 可得到 y 方向相位与其差分的关系式为:

$$\Delta \vec{\varphi}^y = M^y \vec{\varphi} \quad (4)$$

结合公式(3)与公式(4)可以得到:

$$\begin{bmatrix} \Delta \vec{\varphi}^x \\ \Delta \vec{\varphi}^y \\ \vec{\varphi}(i, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^x \\ M^y \\ \vec{H} \end{bmatrix} \vec{\varphi} \quad (5)$$

式中: \vec{H} 为一个大小为 $1 \times N^2$ 的行向量, 其意义在于将公式右侧的系数矩阵补充到满秩。 \vec{H} 中的第 k 个元素定义为:

$$H_k = \begin{cases} 1, & k=i \times N + j \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

公式(5)中的 $\varphi(i, j)$ 可以为任意第 i 行第 j 列像素的相位值, 方便起见, 可将其设为 0。可以看出, 公式(5)是一个线性方程组, 其系数矩阵为 $2N^2 - 2N + 1$ 行, N^2 列, 因此是一个过定方程组, 可求得其最小二乘解。由于该系数矩阵高度稀疏, 通常采用 QR 分解法对方程组进行求解是较为合适的(但在 Matlab 中仍可使用右除运算符处理)。在公式(5)中, 已知量 $\Delta \vec{\varphi}^x$ 和 $\Delta \vec{\varphi}^y$ 都是由公式(1)得到的已经消除 2π 整数倍跳变的梯度(差分), 因此方程组的解向量 $\vec{\varphi}$ 即为解包相位, 只需将其中元素由行向量转化回原始的 $N \times N$ 网格即可。

相比于经典的全局解包算法(如多重网格法), 区域重构法不需要进行迭代运算, 这是将其应用于相位解包的一个显著优点。然而, 直接应用区域重构法不仅在计算速度方面没有优势, 也无法解决任意形状孔径的相位解包问题, 因此文中将在 1.2 节和 1.3 节中分别运用采样-重组加速操作和 Gerchberg 式迭代解决这两个问题。

1.2 采样-重组加速法

虽然区域重构法具有非迭代运算的优点, 但是需要求解公式(5)这一超大规模的线性方程组。因此, 若直接将区域重构法应用于相位解包中, 则在计算速度和内存消耗量方面并无优势。以一个 500×500 的中等数据量包裹相位为例, 其需要求解的线性方程组系数矩阵的元素个数即达到庞大的 10^{11} 数量级。尽管由于其系数矩阵高度稀疏, 可以应用稀疏矩阵处理技术减少运算量和内存消耗, 但对于普通计算机来说计算量仍然很大。

考虑到区域重构法的计算复杂度是 $\log(N^2)$, 只

要能减小包裹相位的大小 N 就能大幅降低计算量。因此,文中所设计的加速方法基本思想在于对原始包裹数据网格进行等间隔采样操作得到数据子集,然后对每个子集分别进行基于区域重构的解包运算,再将子集重组回原始数据网格,因此称为采样-重组加速法。

采样运算可以写作:

$$\psi(i, j, m, n) = \varphi^w(Li+m, Lj+n), m, n=0, 1, 2, \dots, L-1 \quad (6)$$

式中: ψ 是原始包裹相位 φ^w 的一个子集,正整数 L 为采样间隔。而对解包相位子集进行重组的过程可以看作公式(6)的反运算,并且需要对每个子集叠加上其对应的相对高度,写作:

$$\varphi'(Li+m, Lj+n) = H(m, n) + \psi'(i, j, m, n) \quad (7)$$

式中: ψ' 和 φ' 分别为解包后的相位子集和全局相位(即原始网格相位数据),相对高度 RH 为原始网格中任意一块 $L \times L$ 区域内的解包数据,由于 L 的数值很小(一般不超过 10),因此可对该区域采用最简单的行-列扫描解包运算,或直接在原始包裹相位中选择一块没有 2π 相位跃变区域的相位值作为相对高度。

图 1 展示了一个运用了加速法的解包实例,原

始包裹相位大小为 200×200 ,使用间隔 $L=2$ 的采样后得到 4 个 100×100 包裹相位子集。因此,公式(5)的相位解包运算由求解一个规模为 2 004 线性方程组变为求解 4 个规模为 1 004 的线性方程组,运算量减少为原来的 1/4。而加速操作所附加的采样和重组运算都是基本的寻址和复制运算,速度极快,可以忽略。

显然,对于一定大小的数据网格,子集数量越多则加速效果越明显。加速法的理论加速效果 η 可以量化为:

$$\eta = \frac{N^4}{L^2(N/L)^4} = L^2 \quad (8)$$

例如,对于一个 $1\,000 \times 1\,000$ 的包裹相位使用区域重构法进行解包计算,当采用间隔 $L=10$ 时,每个子集大小为 100×100 ,理论加速效果可达到 100 倍。

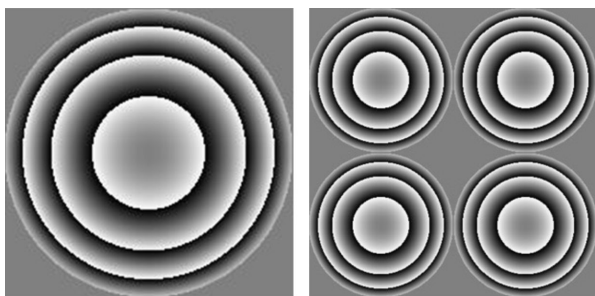
上述加速法的采样过程与多重网格解包法中的多重网格循环加速法^[12]有类似之处,但两者在以下三方面的区别:(1)文中方法中只有一次采样过程,而多重网格循环中有多次采样过程,形成从稀疏到精细的多种分辨率;(2)文中方法只需一次采样-重组操作,而多重网格循环需要在不同分辨率的网格之间经过多次循环才能求解精确解;(3)文中方法使用公式(7)进行简单的寻址赋值和加法运算即可恢复到原始数据网格,而多重网格循环每次从稀疏网格回归到精细网格都要进行插值运算。这些区别使得文中的加速方法能够快速的一次得到解包相位。

需要特别强调的是,该节所提的加速方法在欠采样操作后需要对每个子集都进行解包运算,最后通过公式(7)将所有子集的解包数据还原到原始网格,其中没有使用以一个点的相位数据代替小区间内数据的近似运算,因此不会损失数据的横向分辨率。

1.3 任意孔径数据的处理

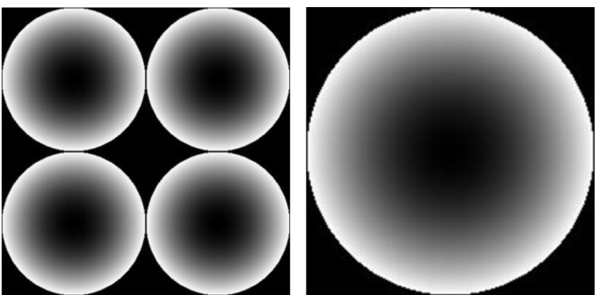
在很多场合,包裹相位数据的有效孔径并非矩形,例如光学镜面通常为圆形、环形或六边形,这种情况下,无效点数据的错误解包不仅影响自身相位,还会扩散到周围的领域中,使得有效区域内也出现解包错误,这是全局解包方法中普遍面临的问题。在经典全局解包方法中,这一问题通过加权迭代计算解决。

文中同样运用迭代法解决孔径外数据对解包的影响。不同之处在于,在经典全局解包方法(如多重网格法或预共轭梯度法)中,通过对二阶差分数据加



(a) 原始包裹相位 (b) 4 个包裹相位子集

(a) Original wrapped phase (b) Four subsets of (a) by sampling



(c) 解包后的子集 (d) 重组后的解包相位

(c) Unwrapped subsets (d) Combined unwrapped phase

图 1 欠采样-重组加速方法

Fig.1 Process of the acceleration method

权来引入有效区域掩膜(mask)。然而,区域重构法中并不涉及二阶差分的计算,因此文中采用与之不同的 Gerchberg 式迭代。此迭代格式的基本思想在于,在第 p 次迭代计算中,有效孔径外的梯度数据使用第 $p-1$ 次的相位结果求解得到,而孔径内的梯度数据则使用原始值,直到结果收敛。可以用相邻两次迭代之间的梯度之差判断迭代是否收敛:

$$\max[|\Delta\varphi^{x,(p)}-\Delta\varphi^{x,(p-1)}|,|\Delta\varphi^{y,(p)}-\Delta\varphi^{y,(p-1)}|] \leq \text{thr} \quad (9)$$

式中:符号 $\max[\cdot]$ 表示取最大值; p 表示迭代步数;thr 表示判断阈值,可设置为一个较小的数值。

使用迭代运算会增加计算时间,因此,只对采样后的一个包裹相位子集进行迭代运算,得到有效孔径外的梯度数据推测值后,其它子集内的孔径外梯度也由相应的推测值代替。之后再对其它子集进行非迭代解包运算,可避免增加迭代的运算量。此外,该迭代收敛速度较快,通常可在 10 次以内收敛,这一特点将在仿真与实验中进行验证。

综上,包含了加速操作和迭代运算的解包算法总体流程如图 2 所示。

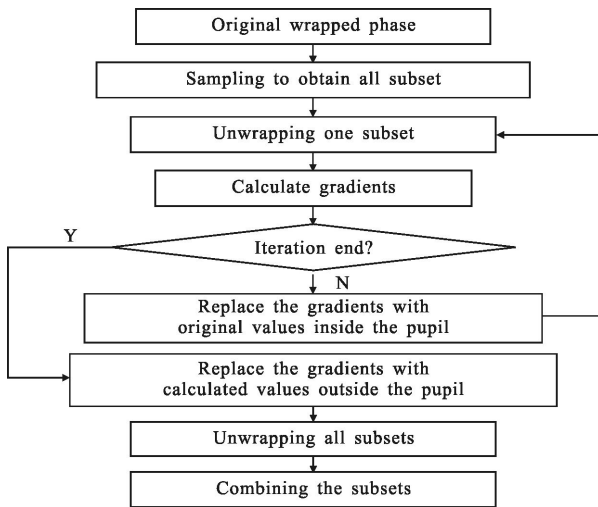


图 2 解包流程图

Fig.2 Unwrapping flowchart

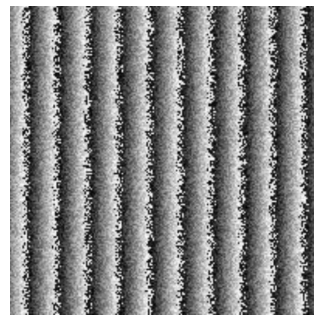
总体流程为:(1) 对原始包裹相位进行采样得到所有包裹相位子集;(2) 选择其中一个子集按照 1.1 节所述的区域重构解包算法进行解包运算;(3) 计算解包相位的梯度;(4) 若迭代结束,则转到步骤(6),否则转到步骤(5);(5) 将有效区域内的梯度用原始相位梯度值代替,返回步骤(2);(6) 对每个子集,将其中无效区域的梯度数据用迭代运算的结果

代替;(7) 对每个子集进行解包;(8) 按 1.2 节所述方法将各个子集组合得到完整解包相位。

2 仿真

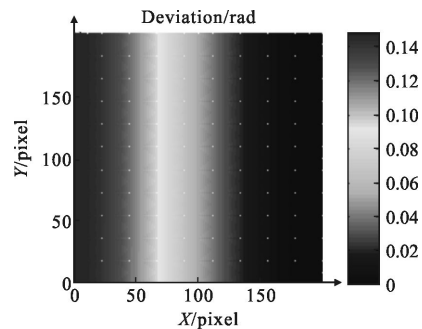
该节使用数值仿真验证算法对于矩形区域数据解包的性能,运行平台为 Matlab 2010,测试计算机的 CPU 型号为 Intel Core i-5 4570 (主频 3.2 GHz),物理内存为 4 GB。

在第一组数值仿真中,待解包的相位是一个沿 x 方向变化、幅度为 20π (10 个周期)的斜面,加入少量随机噪声(信噪比为 10:1),包裹相位如图 3(a)所示,有效孔径为矩形区域。该仿真的目的是在矩形孔径下对比文中算法与经典全局解包法如多重网格法的性能差异,相位数据大小为 200×200 ,未使用采样-重组加速。20 次迭代后的多重网格法计算误差分布如图 3(b),此时相对误差为 2.3%,而 30 次迭代运算的相对误差收敛曲线(使用对数坐标)如图 3(c)所示。这里相对误差定义为相位误差的峰谷值与原始相位峰谷值的比值。可以看出多重网格法能在较少的迭代步数内获得一定的计算精度,但随着迭代次数增



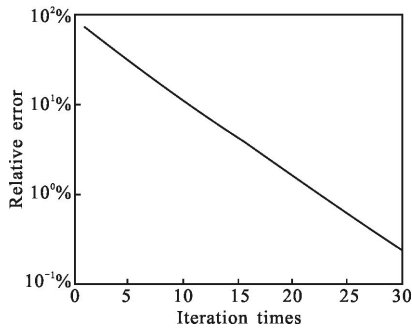
(a) 包裹相位

(a) Wrapped phase



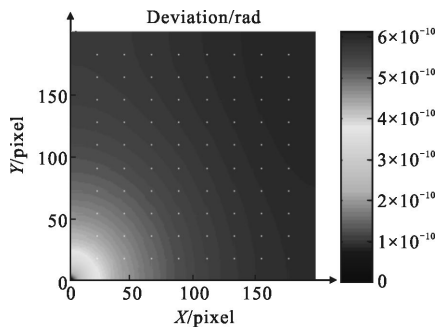
(b) 多重网格法计算误差分布(20 次迭代)

(b) Deviation of multi grid method (20 iteration) and the convergence curvature



(c) 多重网格法收敛曲线

(c) Convergence curve of the multi grid method



(d) 文中解包方法的计算误差分布

(d) Deviation of the proposed method

图 3 斜面相位解包仿真

Fig.3 Tilt plane phase unwrapping simulation

加,收敛速度逐渐下降。如果希望获得 0.5% 以上的高精度,至少需要 25 步迭代,大幅增加了计算时间。而文中所提的解包方法由于在矩形区域内具有非迭代运算的特点,可直接求得精确解,从其计算误差图 3(d),可以看出计算精度已达 10^{-10} 量级,误差基本可以忽略。这是文中方法相比于经典全局解包方法的显著优点。

在第二组仿真中,为验证文中 1.2 节加速方法的实际加速效果,对于 300×300 、 400×400 、 500×500 的包裹矩阵,分别将矩形区域分割为 2×2 、 3×3 、 4×4 、 5×5 个子区间进行仿真运算以分析计算时间,并且与多重网格法进行对比,结果如表 1 所示。可以看出,实际计算时间对比与 1.2 节的理论分析结果基本一致,从而可以验证,对于大小为 $N \times N$ 的包裹数据,文中算法的计算时间与 N^4 成正比,但采样为 $L \times L$ 个子区间进行加速运算后,计算时间可降低为原来的 $1/L^2$ 。加速运算的使用大幅提升了算法的实用度,对于中等大小的包裹数据,仅 5×5 的子区间划分即可令文中算法的计算速度达到多重网格法的 2~

4 倍。对于更大数据量的包裹数据,可以使用更多的子孔径划分以获取更好的加速效果。例如,在同样硬件条件下,对于 1000×1000 的包裹数据,多重网格法(20 次迭代)的计算时间为 81.63 s,而文中算法使用 10×10 个子区间进行加速运算后,计算时间为 17.7 s,具有很大的速度优势。

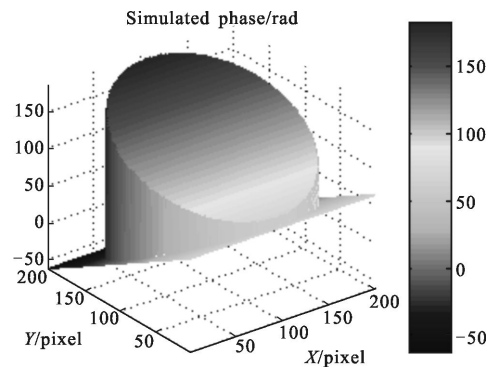
表 1 计算时间对比(单位:s)

Tab.1 Comparison of the calculation time

(Unit: s)

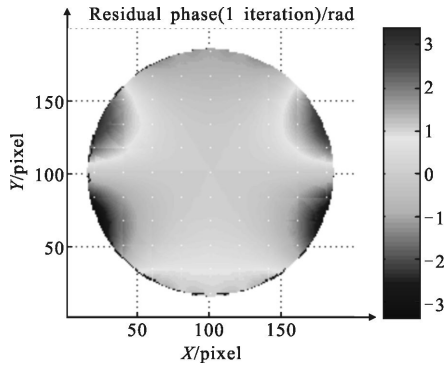
Algorithm	Amount of subzones	Data size		
		300×300	400×400	500×500
Algorithm in this paper	1×1	14.66	47.93	123.67
	2×2	3.63	11.48	28.14
	3×3	1.61	5.05	12.23
	4×4	1.01	2.83	6.91
	5×5	0.71	1.98	4.56
Multi-grid algorithm (20 iterations)	-	2.89	6.41	10.16

在第三组仿真中,为了测试文中方法使用 Gerchberg 迭代解包非矩形孔径相位数据时的收敛速度和精度,生成了如图 4(a)所示的仿真相位,其中圆形孔径内部为有效区域,可以看出,该相位在孔径边缘存在明显的跳变以及梯度不连续性。图 4(b)给出了第一次迭代计算结束后的相位残差,此时误差较大,峰谷值(Peak-to-Valley value, PV 值)约为 7 rad;但经过 10 次迭代后残差明显减小,PV 值仅为 0.65 rad,均方根值(Root-Mean-Square value, RMS 值)为 0.051 rad,如图 4(c)所示。从图 4(d)的相位残差收敛曲线中可以看出,实际上解包计算结果在第 7~8 次迭代后已经收敛,可见文中方法具有很快的收敛速度。



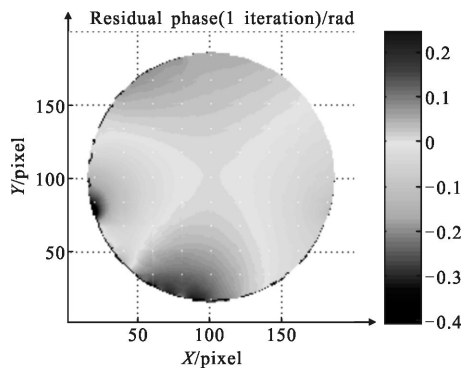
(a) 仿真相位

(a) Simulated phase



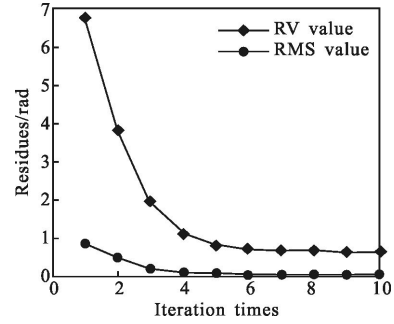
(b) 1 步迭代后的相位残差

(b) Residual phase after 1 iteration



(c) 10 步迭代后的相位残差

(c) Residual phase after 10 iterations



(d) 相位残差收敛曲线

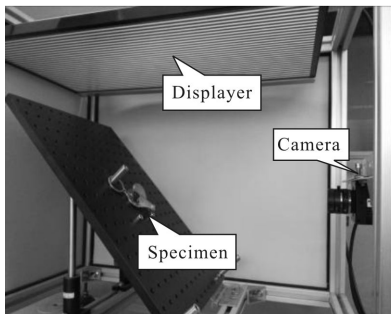
(d) Convergence curve of the residues

图 4 文中方法处理非矩形孔径时的收敛情况

Fig.4 Convergence performance of themeth in this paper to process the un-rectangle pupil

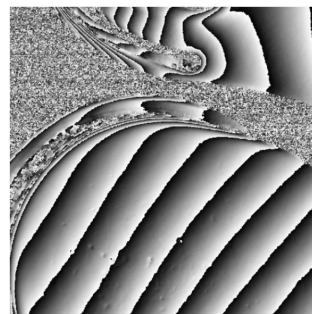
3 实验

按照经典的条纹反射检测结构搭建一个实验装置,如图 5(a)所示,由显示器投射标准正弦条纹,经被测物体表面反射后条纹被相机接收,通过移相法可求得包裹相位,这里被测物体是一个具有光滑反射面的金属物件。实验中,得到一组大小为 500×500 的包裹相位,如图 5(b)所示,其中存在大面积的不规则无效区域将相位分割为上下两大部分,两部分相



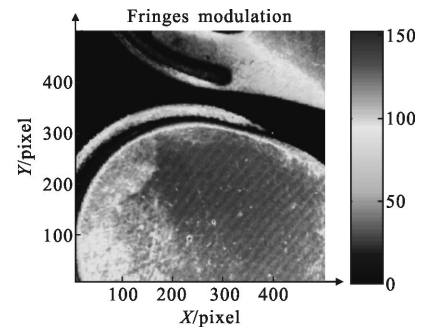
(a) 实验装置

(a) Experiment setup



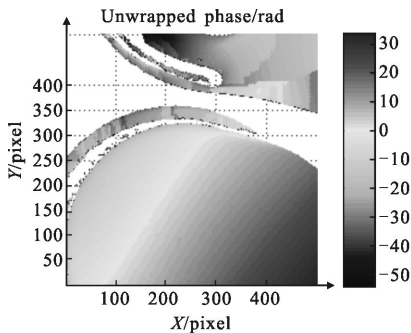
(b) 包裹相位

(b) Wrapped phase

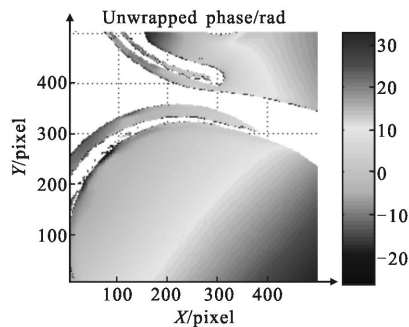


(c) 原始条纹数据的调制度

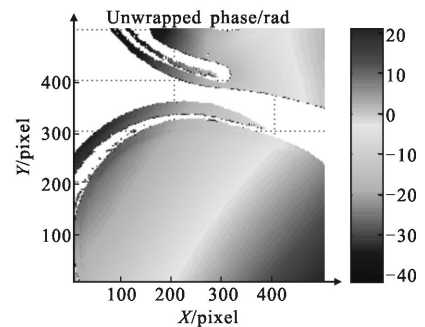
(c) Modulation of the original fringe



(d) 质量引导法解包结果
(d) Unwrapped phase result of quality guide method



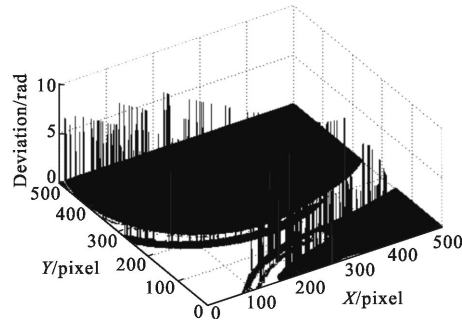
(e) 多重网格法解包结果
(e) Unwrapped the results of multi-grid method



(f) 文中算法的解包结果
(f) Unwrapped the results quality-method in the paper



(g) 文中方法的重包裹相位



(h) 文中方法的重包裹相位偏差

(g) Re-wrapped phase of the method in this paper (h) Re-wrapped phase deviation of the method in this paper

图 5 实验相位解包

Fig.5 Unwrapping the phase obtained in the experiment

位中还各有若干由无效点组成的缝隙和孔洞, 这些无效点破坏了相位的连续性。

实验中, 将条纹调制度(对比度)作为区分有效点与无效点的可信度依据。由于条纹反射测量中由移相法获得包裹相位, 因此调制度可按照如下公式计算:

$$M(x, y) = \sqrt{\left(\sum_{n=1}^P s_n \cos \frac{2\pi n}{P} \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^P s_n \sin \frac{2\pi n}{P} \right)^2} \quad (10)$$

式中: s_n 表示第 n 幅移相条纹图的灰度; P 表示一个移相周期内的总步数, 调制度分布见图 5(c)。区分有效区域后, 分别使用质量引导法、多重网格法和文中算法对包裹相位进行解包, 结果分别如图 5(d)、(e)、(f) 所示。可以看出, 尽管根据调制度排除了无效点, 但部分有效点仍然显著受到噪声影响, 使得质量引导法出现解包错误。而作为全局解包法, 多重网格法和文中算法都表现出良好的鲁棒性, 能够得到正确的解包相位。其中多重网格法的迭代次数为 15 次, 文中算法为 10 次。为进一步验证文中算法, 将图 5(f) 解包相位再进行包裹运算, 得到如图 5(g) 所示的重新包裹相位, 对比图 5(b) 和图 5(g), 可看出二者形状一致, 包括物体表面凹坑、划痕等形成的细节信息也被很好的还原。若将图 5(b) 的原始包裹相位与图 5(g) 的重新包裹相位相减得到残差绝对值分布, 如图 5(h) 所示, 显然其中数值大于 π 的点可以判定为解包失败的点。统计表明, 解包失败的点仅占总有效点数的 0.16%, 因此文中方法的准确性得到了验证。

4 结论

文中提出一种基于区域重构的相位解包方法,

该方法是一种路径无关(全局)解包方法, 先计算包裹相位的梯度(差分), 再通过区域重构技术由梯度数据得到解包相位, 并且使用采样-重组的加速策略, 使该方法对大数据量相位的解包速度提高 20 倍以上; 采样后对每个子集都进行解包运算, 再重组回原始网格, 因此不会损失数据的横向分辨率。由于区域重构技术具有非迭代运算的特点, 对于矩形孔径相位数据能够直接求解解包相位, 精度优于经典全局解包方法, 使用采样-重组加速法后在计算速度方面也具有明显优势。对于不规则孔径内的数据, 需要使用 Gerchberg 式迭代方法排除无效点的影响, 但可以在采样后的子区间内进行迭代以减少运算量, 且迭代次数较少, 鲁棒性与多重网格法相当。因此, 文中方法对于矩形区域和不规则区域的包裹数据均能取得良好的解包结果, 而在适应性方面则优于多重网格法等经典全局解包方法。

参考文献:

- [1] Zhao Zhiliang, Xia Bocai, Chen Lihua, et al. Self-correction of phase step error in phase shifting interferometric measurement[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(5): 1116-1121. (in Chinese)
- [2] Zeng Wenwen, Zhong Xiaopin, Li Jingzhen. Retrieving phase from single interferogram by interval inversion method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(9): 3151-3156. (in Chinese)
- [3] Dai Xiaoke, Jin Chunshui, Yu Jie. Analysis on error and tolerance for the wavefront reference source of point diffraction interferometer [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(5):

- 855–862. (in Chinese)
- [4] Wang Yongwei, Ai Hua, Zhuo Renshan, et al. Wavefront reconstruction of interferometry by DCT algorithm [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(6): 855–862. (in Chinese)
- [5] Tian Ailing, Liu Ting, Liu Jian, et al. High precision wavefront reconstruction technology for single interferogram [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(4): 1203–1207. (in Chinese)
- [6] Zhang Min, Sui Yongxin, Yang Huaijiang. Mechanical error compensation algorithm for subaperture stitching interferometry [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(4): 934–940. (in Chinese)
- [7] Goldstein R M, Zebker H A, Werner C L. Satellite radar interferometry-two-dimensional phase unwrapping [J]. *Radio Science*, 1988, 23(4): 713–720.
- [8] Cusack R, Huntley J M, Goldrein H T. Improved noise-immune phase-unwrapping algorithm [J]. *Applied Optics*, 1995, 34(5): 781–789.
- [9] Herraes M A, Burton D R, Lalor M J, et al. Fast two-dimensional phase-unwrapping algorithm based on sorting by reliability following a noncontinuous path[J]. *Applied Optics*, 2002, 41(35): 7437–7444.
- [10] Lu Yuangang, Zhao Wancheng, Zhang Xuping, et al. Weighted-phase-gradient-based quality maps for two-dimensional quality-guided phase unwrapping [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(10): 1397–1404. (in Chinese)
- [11] Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods [J]. *J Opt Soc Am A*, 1994, 11(1): 107–117.
- [12] Pritt M D. Phase unwrapping by means of multigrid techniques for interferometric SAR [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1996, 34(3): 728–738.
- [13] Fengzhao Dai, Feng Tang, Xiangzhao Wang, et al. Generalized zonal wavefront reconstruction for high spatial resolution in lateral shearing interferometry [J]. *J Opt Soc Am A*, 2012, 29(9): 2038–2047.
- [14] Southwell W H. Wave-front estimation from wave-front slope measurements [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1980, 70(8): 998–1009.