

基于 KL 与小波联合变换的多光谱图像压缩

纪 强¹, 石文轩², 田 茂¹, 常 帅³

(1. 武汉大学 电子信息学院, 湖北 武汉 430079; 2. 武汉大学 遥感信息工程学院, 湖北 武汉 430079;
3. 长春理工大学 空地激光通信技术国防重点学科实验室, 吉林 长春 130022)

摘 要: 鉴于卫星拍摄的遥感图像的空间分辨率和光谱分辨率越来越高, 在一些应用中, 常会对多光谱图像进行压缩。为了提高多光谱图像的压缩质量, 提出了联合相位相关和仿射变换的图像配准方法, 有效提高了图像谱段之间的相关性。针对多光谱图像压缩, 提出了结合 Karhunen-Loève, KL 变换去除谱间相关和嵌入式二维小波编码方法。相比 JPEG2000 谱段图像独立压缩方法, 提出方法解压图像的 Peak Signal to Noise Ratio, PSNR 值平均提高 2.1 dB。实验结果表明: 所提出的方法能在相同的压缩率下获得比 JPEG2000 谱段图像独立压缩方法更好的图像质量。

关键词: 图像压缩; KL 变换; 小波变换; 多光谱图像

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.0228004

Multispectral image compression based on uniting KL transform and wavelet transform

Ji Qiang¹, Shi Wenxuan², Tian Mao¹, Chang Shuai³

(1. School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

2. School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

3. National Defense Key Laboratory of Air to Ground Laser Communication, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

Abstract: In view of the fact that spatial resolution and spectral resolution of remote sensing images taken by satellite becomes more and more greater, in some applications, it is needed to compress the multispectral images. An image registration method by phase correlation and affine transformation was proposed in order to improve the multispectral image compression quality. The proposed method effectively improved the correlation between the image spectrums. Aiming at the multispectral image compression problem, the Karhunen-Loève, KL transform method, which was used for eliminating correlation between spectrums in the image, and the low complexity two-dimensional wavelet encoding method were put forward. Compared with JPEG2000 independent compression method for each spectrum in an image, the Peak Signal to Noise Ratio, PSNR of decompression image by the proposed method improved 2.1 dB in average. Experimental results show that, under the same compression ratio, in this paper the proposed method can obtain better image quality than the JPEG2000 spectral image independent

收稿日期: 2015-06-05; 修订日期: 2015-07-15

基金项目: 国家自然科学基金(61501334)

作者简介: 纪强(1969-), 男, 博士生, 主要从事遥感图像处理方面的研究。Email: qiang-ji@163.com

导师简介: 田茂(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事探地雷达和 GPS 方面的研究。Email: mtm@whu.edu.cn

compression method.

Key words: image compression; KL transform; wavelet transform; multispectral image

0 引言

随着成像技术的发展,遥感图像的空间和光谱分辨率越来越高,使得图像数据量迅速增长。与此同时,图像信息采集速率和数据传输速率之间的矛盾将日益加剧,特别是在战场环境下,战机稍纵即逝,数据的实时传输成为必需。数据压缩作为解决这一问题的有效途径,在遥感图像处理领域越来越受到重视。对遥感数据进行压缩,有利于节省通信信道,提高信息的传输效率;而且数据压缩后有利于实现保密通讯,提高系统的整体可靠性。随着 JPEG-LS^[1-2]、JPEG2000^[3-5]、JPEG-XR 等国际压缩标准的制定完善,传统的二维遥感图像压缩技术已经成熟。近年来,基于压缩感知理论的应用为多光谱图像压缩提供了崭新的思路^[6-7]。

不同于二维全色图像,由于谱段的增加多光谱遥感图像的数据量更加庞大^[8]。二维静止图像的压缩主要是去除图像数据的空间冗余,而多光谱图像相当于一张三维图像,在空间相关性的基础上,还增加了谱间相关性。对于多色 CCD 器件成像获得多个谱段的图像数据,如果利用谱段之间相关性和图像的空间相关性,进行高效图像数据压缩,将可进一步提高压缩性能。

文中提出了联合相位相关和仿射变换的图像配准方法。采用 Karhunen-Loève, KL 变换去除多光谱图像谱间数据相关性,并结合嵌入式二维小波编码,实现了高性能的多光谱图像数据压缩。

1 多光谱图像数据配准

为了获得更高的压缩性能,在对多光谱图像压缩之前,往往需要对各谱段的图像进行图像配准^[9-11],其目的是为了获得各谱段图像数据间更强的相关性^[12-13]。虽然遥感相机已经对不同谱段图像进行了严格配准,但由于机械振动、安装工艺精度、不同谱 CCD 安装位置偏移以及温度的影响,多光谱图像谱间同一位置像素并不完全对应星下点同一位置,往往会发生较小的偏移,文中采用仿射变换结合相位

相关的方法进行多光谱图像配准。

1.1 仿射变换

仿射变换模型表示为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $(x, y), (x', y')$ 分别是两幅多光谱图像中对应点的坐标。式中所有 6 个参数的向量 $p=[a_{11} \ a_{12} \ b_1 \ a_{21} \ a_{22} \ b_2]^T$ 决定了两幅图像坐标之间的转换关系。

只需 3 对点,就可确定这 6 个未知参数。当已知点对数较多,方程数超过未知数的数目时,方程组是过约束的,这时最小二乘法(LSM)是一种有效的统计算法,它通过寻求一个最佳解来使所有方程的均方误差最小,达到用多个配准点拟合最优参数解的目的。设两幅图像中对应匹配点为 (X_i, Y_i) 和 $(X'_i, Y'_i)(i=1, 2, \dots, M), M$ 为匹配点对数,得:

$$\begin{cases} AW=X' \\ BW=Y' \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{式中: } A=[a_{11} \ a_{12} \ b_1], B=[a_{21} \ a_{22} \ b_2], W=\begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_M \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_M \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$X'=[X'_1 \ X'_2 \ \dots \ X'_M], Y'=[Y'_1 \ Y'_2 \ \dots \ Y'_M]$ 。配准需要解决的问题就是求出线性最小二乘解 A 和 B, A 和 B 的最小二乘解分别为:

$$A=X'W^T(WW^T)^{-1} \quad (3)$$

$$B=Y'W^T(WW^T)^{-1} \quad (4)$$

1.2 相位相关

假设两幅图像 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 存在纯平移关系,即 $f(x, y)=g(x+a, y+b)$,根据傅里叶变换

$$F(w_x, w_y) = \iint f(x, y) e^{-j(w_x x + w_y y)} dx dy =$$

$$\iint g(x+a, y+b) e^{-j(w_x x + w_y y)} dx dy = e^{-j(w_x a + w_y b)} G(w_x, w_y) \quad (5)$$

令 $D(w_x, w_y) = \frac{F(w_x, w_y)G^*(w_x, w_y)}{|F(w_x, w_y)||G(w_x, w_y)|}$, 其中 $G^*(w_x, w_y)$ 为 $G(w_x, w_y)$ 的共轭,则 $D(w_x, w_y)$ 的傅里叶反变换称为相位相关函数

$$d(x, y) = \iint D(w_x, w_y) e^{j(w_x x + w_y y)} dw_x dw_y =$$

$$\iint e^{-j(w_x a + w_y b)} e^{-j(w_x x + w_y y)} dw_x dw_y = \delta(x+a, y+b) \quad (6)$$

即 $D(w_x, w_y)$ 的傅里叶反变换是一个二维脉冲函数。相位相关方法^[7]就是通过求上式的峰值得到平移参数 a, b 。

文中结合仿射变换和相位相关进行多光谱图像配准预处理,通过配准提高图像间相关性,从而获得更好的去相关效果,具体算法步骤如下:

第一步,将多光谱图像分成 N 个不重叠方形小图像块,随机挑选 M 个小块图像, $M \ll N$ 。

第二步,采用公式(6)的方法计算每个图像块的相位相关函数 $d_i(x, y) (i=1, 2, \dots, M)$, 求得平移矢量 $[X'_i, Y'_i] = [X_i + a_i, Y_i + b_i]$ 。

第三步,采用公式(3)和公式(4)计算参数 $[a_{11} \ a_{12} \ b_1 \ a_{21} \ a_{22} \ b_2]$ 。

2 基于 KL 变换的多光谱图像去相关

KL 变换^[14]是从消除图像间相关性均方差最小的意义上讲的最佳变换,二维图像 KL 变换域中,能量几乎集中在少数变换系数上。只需要较少个数的系数就可以恢复出主观保真度不错的图像质量。与其它二维正交变换相比,当采用相同的编码方式时,KL 变换压缩效果最佳,编码效率最高,误差最小。

设 X_i 是多光谱图像的第 i 幅图像,这些图像 X_i 的协方差矩阵为:

$$A(i, j) = E\{(X_i - m_i) \cdot (X_j - m_j)\} = E\{X_i \cdot X_j\} - m_i m_j \quad (7)$$

式中: $m_i = E\{X_i\}$ 为图像 X_i 的均值。由于 $A(i, j) = A(j, i)$, 所以协方差矩阵 A 为实对称阵。对 n 阶方阵

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

公式(8)和 n 维非零列矢量 $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_n]^T$, 如果有一个数 λ , 使得:

$$A\alpha = \lambda\alpha \quad (9)$$

式中: λ 为矩阵 A 的特征值; α 为矩阵 A 的特征值 λ 所对应的特征矢量。实对称矩阵的特征值都是实数, 并且有 n 个线性无关, 而且是正交的特征矢量。设实对称矩阵 A 的特征值是 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 则必存在一正交矩阵 Q , 使得

$$Q^T A Q = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

公式(10)为对角阵。可采用参考文献[15]的迭代方法求解矩阵 A 的特征值与特征矢量。将特征值按照降序排列

$$|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n| \quad (11)$$

与每一个特征值 λ_k 相对应有一个 n 维的特征矢量 α_k , 共有 n 个特征矢量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, 以这 n 个特征矢量作为 KL 变换的基矢量, 就可以得到 KL 变换的变换矩阵:

$$T = \begin{bmatrix} \alpha_1^T \\ \alpha_2^T \\ \vdots \\ \alpha_n^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

得到变换矩阵后,对于每幅图像 X_i , 将其减去平均值 m_i 后得到去均值图像,用变换矩阵 T 与这些去均值图像相乘,可以得到一个新的矩阵 Y_i , 它就是 KL 变换后的结果。整个变换的表达式为:

$$Y_i = T(X_i - m_i) \quad (13)$$

3 嵌入式二维小波图像编码

图像信源的最大特点是非平稳特性,也就是不能用一种确定的数学模型来描述,而小波的多分辨率分析特性使之既可高效地描述图像的平坦区域,又可有效地表示图像信号的局部突变(即图像的边缘轮廓部分),它在空域和频域良好的局部性,使之能够聚焦到图像的任意细节。嵌入式编码实现的基本方法是:按照对图像重建贡献的大小依次放置码流,重要信息编码得到的码流放到目标码流的前端。因此嵌入式小波编码需要对变换系数按重要性排列,通过一次编码便可在解码端得到满足码率要求的最佳质量的重建图像。文中采用 JPEG2000 中的 EBCOT^[3-4]方法实现多光谱图像的嵌入式二维小波图像编码。

4 多光谱压缩算法流程

图 1 给出了基本的多光谱三维变换编码压缩技

术流程。对于多光谱图像,图像分量数往往小于小波滤波器支撑长度,不适合采用小波变换进行去图像间相关处理,因此用 KL 变换的方法去除图像间相关性,然后对变换分量进行小波编码获得压缩码流,最后根据“率-失真”原理进行码流分配。

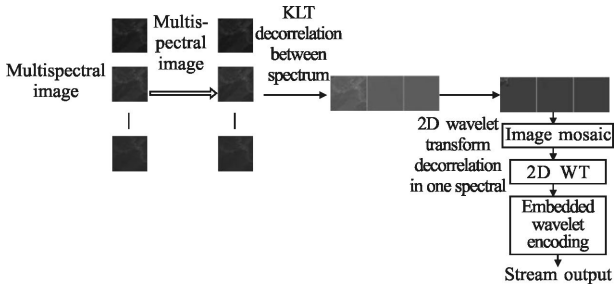


图 1 多光谱图像三维变换编码压缩流程

Fig.1 Compression process of multispectral image by 3D transform coding

具体步骤如下:

第一步,采用第二节提出的相位相关和仿射变换联合的多光谱图像配准方法,提高多光谱谱间图像的相关性;第二步,按照公式(7)计算图像 $X_i(i=1,2,\dots,n)$ 间的协方差矩阵 C ;第三步,根据协方差矩阵 C 计算特征向量矩阵 T ;第四步,去均值预处理 $\bar{X}_i = X_i - m_i(i=1,2,\dots,n)$, m_i 为对 X_i 的均值取整结果;第五步,对去均值预处理图像进行整数 KL 变换,得到分量变换图像 g_i ;第六步,将所有的分量变换数据 $g_i(i=1,2,\dots,n)$ 从左到右拼接成一幅图像,对该图像进行二维小波变换;第七步,对小波变换后的数据进行嵌入式位平面编码,根据设置的目标压缩码率截取压缩码流。

5 实验分析与结果

以两组四谱段多光谱图像进行实验测试(如图2~3所示),每幅图像尺寸 1024×1024 像元,10bit 量化,图像地面分辨率为 6m,地面场景包括机场、山脉等。

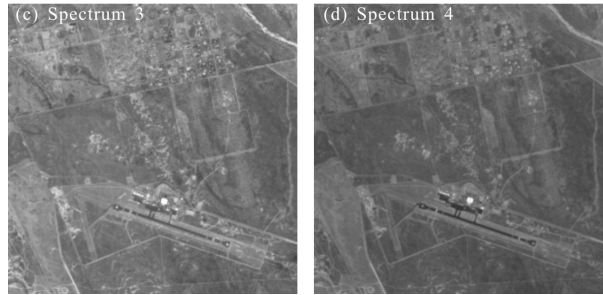
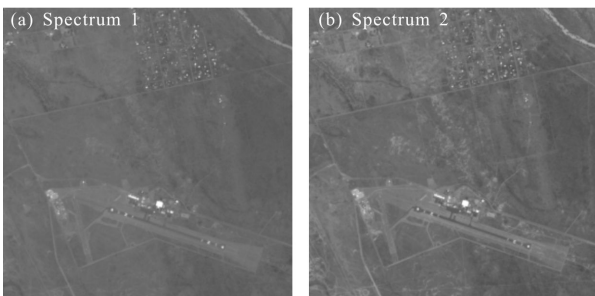


图 2 第一组测试图像

Fig.2 Test images of Group 1

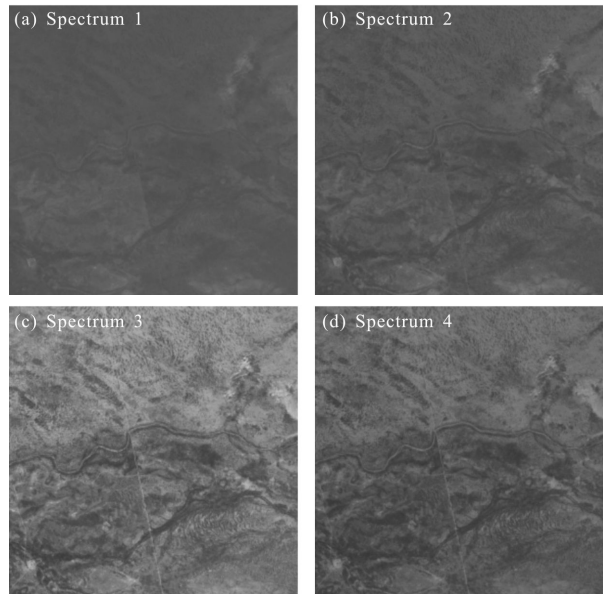


图 3 第二组测试图像

Fig.3 Test images of Group 2

表 1~2 是两组图像每两个谱段图像配准位置关系,所有四组图像配准参数 a_{11} 和 a_{22} 均接近 1,而 a_{12} 和 a_{21} 均接近 0,表明谱段图像间主要是几何平移关系。

表 1 第一组图像配准位置关系

Tab.1 Registration position relationship of the images in Group 1

	Spectrum 1-2	Spectrum 1-3	Spectrum 1-4	Spectrum 2-3	Spectrum 2-4	Spectrum 3-4
a_{11}	1.000 0	1	1	1	1	1
a_{12}	0.001 3	0	0	0	0	0
a_{21}	0	0	0	0	0	0
a_{22}	1	1	0.998 7	1	0.999 3	1
b_1	-0.095 8	1	1	0	1	0.401
b_2	3	-4	0.099 9	-7	-2.698 7	4

表 2 第二组图像配准位置关系
Tab.2 Registration position relationship of the images in Group 2

	Spectrum 1-2	Spectrum 1-3	Spectrum 1-4	Spectrum 2-3	Spectrum 2-4	Spectrum 3-4
a_{11}	1	1	1	1		1.000 6
a_{12}	0	0	0	0	0	-0.000 7
a_{21}	0	0	0	0	0	0
a_{22}	1	1	1	1	1	1
b_1	0	1	1	0	1	0.197 9
b_2	-2	-1	2.801	1	5	4

表 3~4 是四组图像的谱段图像配准前后,采用提出压缩方法的压缩图像质量(PSNR,单位 dB)对比,压缩码率分为 5 档,压缩码率分别为 1 bpp, 2 bpp, 3 bpp, 4 bpp 和 5 bpp。两组图像配准后压缩 PSNR 增量平均值分别为 2.363 2 dB 和 2.311 7 dB,表明通过配准预处理后,由于图像谱间相关性提高,有助于 KL 变换去除数据冗余,压缩质量明显提高。

表 5~6 是两组图像经过提出方法与 JPEG2000 压缩后图像质量对比,相对于 JPEG2000 压缩,提出方法 PSNR 增量平均值分别为 1.911 0 dB 和 2.303 4 dB,且每个谱段图像质量更为接近,有效保证了图像整体质量。

表 3 第一组图像配准前后谱段压缩质量对比(单位:dB)

Tab.3 Compression quality comparison of images in Group 1 before and after registration(Unit:dB)

Code rate	1 bpp		2 bpp		3 bpp		4 bpp		5 bpp	
Spec.	Before registration	After registration	Before registration	After registration	Before registration	After registration	Before registration	After registration	Before registration	After registration
Spec.1	40.099 8	42.596 9	44.775 0	47.968 3	50.070 6	52.989 9	55.556 5	57.824 4	60.085 9	60.808 1
Spec.2	39.077 8	42.740 5	44.467 2	47.824 6	50.131 7	52.908 4	55.491 4	57.607 1	59.441 7	60.233 2
Spec.3	37.711 8	40.734 6	44.410 4	47.602 2	50.337 1	53.089 5	55.475 0	58.003 5	58.588 1	58.543 0
Spec.4	39.175 6	41.147 3	44.668 5	47.788 9	50.291 8	53.216 5	55.489 1	58.206 2	59.369 3	60.145 6
Average	39.016 2	41.804 8	44.580 3	47.796 0	50.207 8	53.051 1	55.503 0	57.910 3	59.371 3	59.932 5
Inc.		2.788 6		3.215 7		2.843 3		2.407 3		0.561 2
Ave. of Inc.		-		-		2.363 2		-		-

表 4 第二组图像配准前后谱段压缩质量对比(单位:dB)

Tab.4 Compression quality comparison of images in Group 2 before and after registration (Unit:dB)

Code rate	1 bpp		2 bpp		3 bpp		4 bpp		5 bpp	
Spec.	Before registration	After registration	Before registration	After registration	Before registration	After registration	Before registration	After registration	Before registration	After registration
Spec.1	41.190 1	43.692 4	44.436 6	47.551 8	49.420 9	52.228 2	55.456 9	57.119 9	60.623 8	60.974 4
Spec.2	38.151 4	42.160 4	42.999 0	47.414 4	49.220 2	52.423 2	55.368 5	57.256 3	59.371 3	60.445 8
Spec.3	38.211 0	40.556 1	44.882 2	47.326 0	50.361 0	53.003 8	54.664 1	57.951 1	58.244 8	58.560 2
Spec.4	38.936 6	39.614 4	44.695 5	47.075 1	50.306 7	53.189 8	54.880 8	57.998 2	58.395 9	59.510 9
Average	39.122 3	41.505 8	44.253 3	47.341 8	49.827 2	52.711 2	55.092 6	57.581 4	59.158 9	59.872 8
Inc.		2.383 5		3.088 5		2.884 0		2.488 8		0.713 9
Ave. of Inc.		-		-		2.311 7		-		-

表 5 第一组图像文中算法与 JPEG2000 压缩质量对比

Tab.5 Compression quality comparison of images in Group 1 by the proposed algorithm and JPEG2000

Code rate	1 bpp		2 bpp		3 bpp		4 bpp		5 bpp	
	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method
Spec. 1	44.291 4	42.596 9	49.782 4	47.968 3	55.026 3	52.989 9	59.423 7	57.824 4	59.939 3	60.808 1
Spec. 2	40.348 2	42.740 5	45.831 0	47.824 6	51.284 8	52.908 4	56.981 1	57.607 1	59.647 2	60.233 2
Spec. 3	34.668 1	40.734 6	40.381 1	47.602 2	45.975 9	53.089 5	51.819 2	58.003 5	57.501 3	58.543 0
Spec. 4	39.457 0	41.147 3	45.105 9	47.788 9	50.560 5	53.216 5	56.190 4	58.206 2	59.544 3	60.145 6
Average	39.691 2	41.804 8	45.275 1	47.796 0	50.711 9	53.051 1	56.103 6	57.910 3	59.158 0	59.932 5
Inc.	2.113 6		2.520 9		2.339 2		1.806 7		0.774 5	
Ave. of Inc.	-		-		1.911 0		-		-	

表 6 第二组图像文中算法与 JPEG2000 压缩质量对比

Tab.6 Compression quality comparison of images in Group 2 by the proposed algorithm and JPEG2000

Code rate	1 bpp		2 bpp		3 bpp		4 bpp		5 bpp	
	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method	JPEG2000	Proposed method
Spec. 1	46.945 1	43.692 4	51.205 5	47.551 8	56.699 7	52.228 2	60.161 9	57.119 9	60.161 9	60.974 4
Spec. 2	41.376 3	42.160 4	46.213 4	47.414 4	51.584 4	52.423 2	56.981 2	57.256 3	59.693 5	60.445 8
Spec. 3	32.621 8	40.556 1	37.928 6	47.326 0	43.614 8	53.003 8	49.302 7	57.951 1	54.603 6	58.560 2
Spec. 4	37.359 2	39.614 4	42.738 5	47.075 1	48.340 2	53.189 8	53.869 7	57.998 2	58.581 5	59.510 9
Average	39.575 6	41.505 8	44.521 5	47.341 8	50.059 8	52.711 2	55.078 9	57.581 4	58.260 1	59.872 8
Inc.	1.930 2		2.820 3		2.651 4		2.502 5		1.612 7	
Ave. of Inc.	-		-		2.303 4		-		-	

除了通过以上表格中的数据反映的压缩图像客观质量外,图 4 和图 5 展示了压缩复原的图像。通过

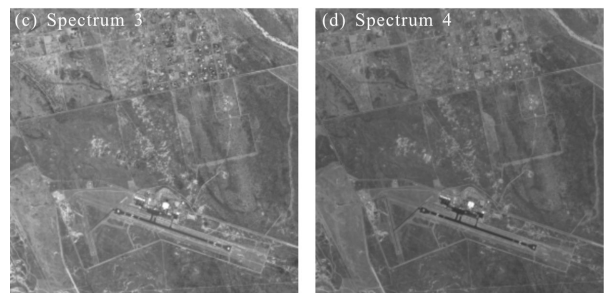
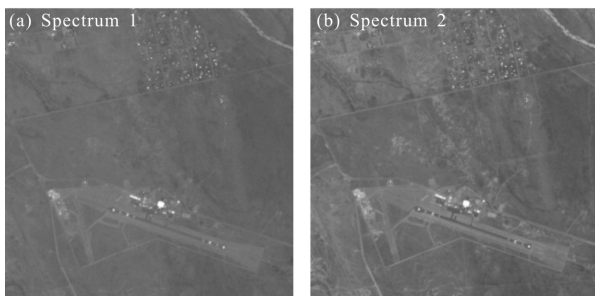


图 4 第一组复原图像

Fig.4 Recovered images of Group 1

主观对比复原图像和原始图像,未发现压缩复原后的图像与原始图像存在肉眼可辨识的明显区别。

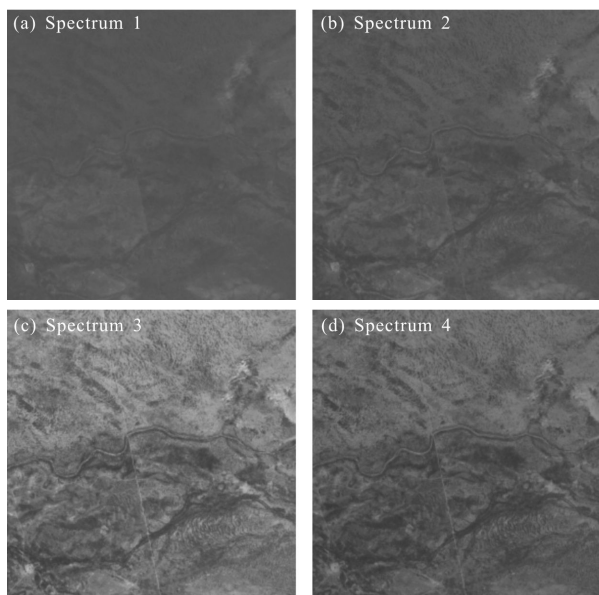


图 5 第二组复原图像

Fig.5 Recovered images of Group 2

文中所述算法在 Intel 酷睿四核 i7 CPU, 主频 3.6 GHz, 8 GB 内存, 64 位 Windows 7 系统下。采用 Matlab 2010 进行编程并优化实现, 处理图示的多光谱图像压缩平均用时为 3.68 s。文中图 1 中各压缩步骤均有比较成熟的硬件 IP 核实现方法, 根据现有资料推算, 采用 Stratix V 系列 FPGA 与 TI 6678 系列多核 DSP 架构进行流水化处理, 可使运算时间至少减少到现有时间的八分之一以内。将文中算法移植到该硬件平台, 从而将文中提出的多光谱压缩技术实用化将会成为今后改进的方向之一。

6 结束语

文中提出了联合相位相关和仿射变换的图像配准方法, 有效提高了图像的相关性。采用 KL 变换去除多光谱图像谱间数据相关性, 并结合嵌入式二维小波编码, 实现了多光谱图像数据压缩。对两幅四谱段多光谱图像进行压缩实验, 相对 JPEG2000 谱段图像独立压缩方法, 提出方法压缩图像的 PSNR 值平均提高 2.1 dB。

参考文献:

[1] ISO/IEC 14495-1 and ITU Recommendation T.87. Information Technology-lossless and near-lossless compression of

continuous-tone still images[S]. ISO/IEC, 1999, 14495-1: 1-8.

[2] Weinberger M J, Seroussi G, Sapiro G. The LOCO -I lossless image compression algorithm: principles and standardization into JPEG -LS [J]. *IEEE Trans Image Processing*, 2000, 9(8): 1309-1324.

[3] Taubman D. High performance scalable image compression with EBCOT [J]. *IEEE Trans Image Processing*, 2000, 9(9): 1158-1170.

[4] Taubman D S, Marcellin M W. JPEG2000: Image Compression Fundamentals, Standards and Practice [M]. Holland: Kluwer Academic Publishers, 2004.

[5] ISO/IEC 15444-1. Information technology -JPEG2000 image coding system-part 1: core coding system [S]. ISO/IEC, 2000, 15444-1: 1-11.

[6] Yin Jihao, Sun Jianying. Hyperspectral band reconstruction based on compressed sensing theory [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(4): 1260-1264. (in Chinese)

[7] Shi Wenxuan, Li Jie. Image sequence compressed sensing by minimizing prediction errors [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(9): 2095-2102. (in Chinese)

[8] Zheng Liangliang, Zhang Guixiang, Jin Guang. High-speed imaging circuit system for multispectral TDI CCD [J]. *Chinese Optics*, 2013, 6(6): 939-945. (in Chinese)

[9] Xu M, Varshney P K. A subspace method for Fourier-based image registration[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2009, 6(3): 491-494.

[10] Zhou Wu, Hu Yueming. Sub-pixel image registration algorithm based on phase correlation and image resampling [J]. *Journal of South China University of Technology*, 2010, 38(10): 68-73. (in Chinese)

[11] Li Lu, Fan Dazhao. Application of sub-pixel matching based on enhanced phase correlation algorithm [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2013, 30 (6): 597-600. (in Chinese)

[12] Li Chao, Chen Qian, Qian Weixian. Registration algorithm of multispectral images based on cross cumulative residual entropy [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1866-1870. (in Chinese)

[13] Wu Yu, Yu Tao, Xie Dongmei, et al. Automatic registration of high resolution and multi-spectral remote sensing images [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41 (12): 3285-3290. (in Chinese)

[14] Ni Lin. Near-lossless compression of multispectral remote sensing image based on classified K-L transform[J]. *Journal of Remote Sensing*, 2001, 5(3): 205 -213.(in Chinese)

[15] 《Mathematics Handbook》Compilation Group. Mathematics Handbook[M]. Beijing: Higher Education Press, 1979.