

二维光栅制作与装配误差综合建模与实验研究

林存宝¹, 颜树华¹, 由福盛², 杜志广¹

- (1. 国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;
2. 空军航空大学 飞行训练基地, 吉林 长春 130062)

摘要: 针对二维位移测量系统中光栅制作与装配非理想所引起的几何误差, 基于多普勒频移理论和坐标变换方法, 建立了同时包含光栅非正交角与装配角在内的通用几何误差模型, 定量研究了各误差角对系统性能的影响程度, 仿真分析了 X 与 Y 方向余弦误差和耦合误差随误差参数的变化规律。结果表明, 光栅制作和装配误差与系统所用衍射级次、衍射次数和光学细分倍数无关, 只与各误差角和被测位移有关。与此同时, 四个误差角都会导致余弦误差的产生, 而耦合误差则主要受光栅非正交角和偏航角的影响。此外, 相同误差角所引起的耦合误差要明显严重于余弦误差, 是系统几何误差的主要构成成分。通过搭建基于二维交叉光栅的平面位移测量系统, 利用 10 mm 方形运动轨迹实验验证了理论分析与数值仿真的正确性。

关键词: 几何误差; 二维光栅; 位移测量; 建模分析

中图分类号: TH741.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.1217005

Synthetical modeling and experimental study of fabrication and assembly errors of two-dimensional gratings

Lin Cunbao¹, Yan Shuhua¹, You Fusheng², Du Zhiguang¹

- (1. College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Flight Training Base, Aviation University Air Force, Changchun 130062, China)

Abstract: The geometrical errors resulting from imperfection of the fabrication and assembly of two-dimensional (2D) grating were investigated. Based on the Doppler frequency shift theory and the coordinate transformation method, the general error model versus non-orthogonal and misalignment angles of 2D gratings was established. Then the effects of these error angles were quantitatively studied, and the cosine and the cross-talk errors of both directions were simulated and analyzed. The results illustrated that the geometrical errors were independent from the diffraction orders, diffraction times and the optical subdivision multiple, just determined by the error angles and the 2D displacement. Meanwhile, the cosine errors could be induced by all the error angles, but the cross-talk errors were mainly influenced by the non-orthogonal and raw angles. Besides, the cross-talk errors were more serious than the cosine errors,

收稿日期: 2016-04-15; 修订日期: 2016-05-23

基金项目: 国家自然科学基金(51275523)

作者简介: 林存宝(1987-), 男, 博士生, 主要从事光学精密测量方面的研究。Email: cunbaolin@163.com

导师简介: 颜树华(1969-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事激光应用与光电测量方面的研究。Email: yanshuhua996@163.com

which is the dominant component of the geometrical errors. A planar displacement measurement system with 2D cross-grating was constructed, and the theoretical analyses and the numerical simulation were verified with the 10 mm square displacement measurement.

Key words: geometrical error; two-dimensional grating; displacement measurement; modeling analysis

0 引言

高精度平面位移测量作为超精密机床和高端光刻机等加工设备的核心技术,对传统制造业和信息产业的发展具有极其重要的作用。激光干涉仪和光栅编码器凭借其大量程高精度的特点,成为目前搭建平面位移测量系统应用最为广泛的技术。相比于激光干涉仪对周围环境的极度敏感,光栅编码器通过采用实物形式的测量基准和对称紧凑的光路结构,使得其长期稳定性得到极大改善^[1-2]。传统的光栅二维位移测量系统普遍采用堆叠式结构,利用两根一维光栅分别实现 X 与 Y 方向的位移测量,但由于这种结构不符合阿贝原则,使得其通常具有较大的阿贝误差。基于二维光栅的平面位移测量技术近年来得到迅猛发展,其较好地符合阿贝原则且能够有效拓展为空间多自由度测量^[3],配合各种具有独特优势的光学结构,目前已经在光刻机工作台和显微镜载物台等场合展示出广阔的应用前景。

虽然平面光栅编码器的研制工作近年来取得较大进步,但由于受到各种系统误差和随机误差的影响,其测量精度目前仍无法满足各种实际需求。二维光栅作为平面光栅编码器的测量基准,其制作与装配误差不可避免地会对系统性能产生影响,由此引起的测量误差已成为限制系统整体性能的最大因素^[4-5]。由于制作工艺的限制,二维光栅两个方向的光栅矢量难以完全正交,这种非正交性会导致 X 与 Y 方向的位移发生相互耦合。这种相互耦合会对位移测量产生不利影响,但目前对光栅矢量非正交所引起耦合误差的研究却鲜有报道。此外,平移台、二维光栅与读数头之间通常无法精确装配,二维光栅与读数头之间的装配误差可以通过二次衍射光路结构来补偿,但平移台和二维光栅之间的装配误差却难以消除^[6]。Wang 和 Lee 分别对零差和外差类型平面光栅编码器的三个装配误差角逐个进行研究^[7-8],

但二者都未对三个误差角同时作用下的测量误差进行综合分析。由于实际系统中通常同时包含光栅非正交角和装配误差角,因此构建含有全部四个因素的综合几何误差模型,对于平面光栅编码器测量误差的分析与补偿具有重要意义。

为了系统研究光栅制作与装配非理想所引起几何误差的特征规律,评估各误差角及其综合作用对系统性能的影响程度,指导平面光栅编码器测量误差的抑制与补偿,文中首先基于多普勒频移理论和坐标变换方法,对垂直入射下不同衍射次数的光路结构进行了对比研究,建立了光栅制作与装配非理想通用几何误差模型。利用该误差模型,对各误差角的影响程度进行了数值仿真,并对几何误差各构成成分进行了定量研究。最后通过搭建基于二维交叉光栅的平面位移测量系统,对理论分析与模拟仿真结果进行了实验验证,并对系统几何误差的抑制与补偿提出了建议。

1 几何误差综合建模

由于二维光栅与读数头之间的装配误差可以通过二次衍射光路结构进行有效补偿,因此文中主要分析二维光栅与平移台未对准及二维光栅非正交所引起的几何误差。为建立更具普遍性的通用几何误差模型,该节将对一次和二次衍射结构下的平面光栅编码器进行对比研究。为方便起见,建模过程主要以反射式和单波长平面光栅编码器为研究对象。

1.1 坐标系变换

在构建几何误差模型之前,首先需要建立用于描述元件之间相互关系的合适坐标系。文中建立了三个坐标系,分别为位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 、光栅坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 和中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$,其中位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 的 X_d 与 Y_d 轴分别与平移台两个垂直运动方向重合,光栅坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 的 X_g 与 Y_g 分别与二维光栅两个光栅矢量方向重合,中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$ 的

X_i 与 Z_i 轴分别与光栅坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 的 X_g 与 Z_g 轴重合,且三个坐标系具有相同的坐标原点。由于二维光栅两个方向的光栅矢量因制作原因通常并非完全正交,因此光栅坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 被设定为非直角坐标系,而位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 与中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$ 则为理想的直角坐标系。假设二维光栅为纯刚体结构,则其相对于平移台的空间姿态可以通过欧拉角表示^[9]。参考惯性导航领域中飞行器姿态表示方法,设二维光栅的横滚、俯仰和偏航角分别为 α 、 β 和 γ ,三者共同描述了二维光栅的未对准状态。与此同时,设二维光栅的非正交角为 θ ,四者构成了光栅制作与装配非理想所引起几何误差的全部误差因子,图 1 所示为利用误差角表示的三坐标系相互关系。

由于共有十二种欧拉角表示方法可以用来描述二维光栅相对于平移台的未对准状态,为规范起见,这里选用国际航空导航委员会推荐的旋转次序:首先令位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 绕 Z_d 轴旋转 γ 角,然后继续绕 Y_d 轴旋转 β 角,最后绕 X_d 轴旋转 α 角,此时旋

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_d \\ \hat{y}_d \\ \hat{z}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \cos\beta\sin\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma \\ -\cos\beta & \sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{z}_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

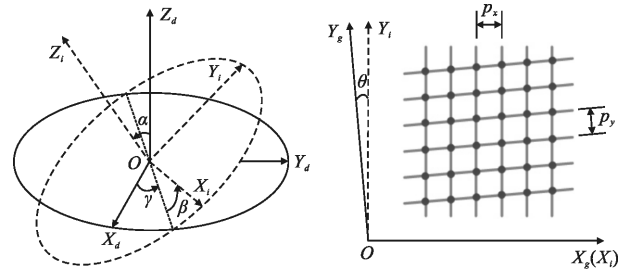
与此类似,光栅坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 与中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$ 的相互关系可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_g \\ \hat{y}_g \\ \hat{z}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{z}_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: \hat{x}_d 、 \hat{y}_d 、 \hat{z}_d 、 \hat{x}_g 、 \hat{y}_g 、 \hat{z}_g 与 \hat{x}_i 、 \hat{y}_i 、 \hat{z}_i 分别为坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 、 $OX_gY_gZ_g$ 与 $OX_iY_iZ_i$ 三个方向上的单位矢量。根据以上推导结果,位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 与光栅坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 即通过中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$ 联系起来,由此即可建立系统几何误差的综合数学模型。

1.2 光学系统对比

在众多平面光栅编码器中,具有垂直入射与对称布局特点的光路结构应用最为广泛,该结构一方面对光栅的法向运动不敏感,另一方面有助于系统获得更高的测量稳定性。基于垂直入射与对称布局平面光栅编码器,该节将对一次和二次衍射下的光路结构进行对比研究。



(a) 坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 与 $OX_iY_iZ_i$ 相互关系
(a) Relationship between coordinate system $OX_dY_dZ_d$ and $OX_iY_iZ_i$
(b) 坐标系 $OX_gY_gZ_g$ 与 $OX_iY_iZ_i$ 相互关系
(b) Relationship between coordinate system $OX_gY_gZ_g$ and $OX_iY_iZ_i$

图 1 误差角表示的三坐标系相互关系

Fig.1 Relationships between the three coordinate systems with error angles description

转后的位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 将与中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$ 完全重合。根据坐标变换基本原理,位移坐标系 $OX_dY_dZ_d$ 与中转坐标系 $OX_iY_iZ_i$ 二者之间的相互关系可以表示为:

1.2.1 一次衍射光路结构

对于一次衍射光路结构,其简化的光学示意图如图 2 所示。当单波长激光垂直入射光栅表面时,入

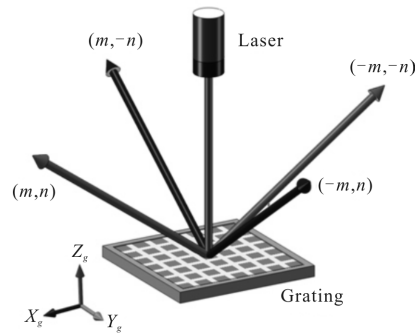


图 2 一次衍射光路结构示意图

Fig.2 Schematic of single-diffraction optical configuration

射光的波矢量可以表示为:

$$\hat{k}_m = -k_0 \hat{z}_g \quad (3)$$

式中: $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ 为入射光波长。对于第 $(\pm m, \pm n)$ 级

衍射级次,四束衍射光具有相同的衍射角:

$$\sin\phi = \lambda \sqrt{\left(\frac{m}{p_x}\right)^2 + \left(\frac{n}{p_y}\right)^2} \quad (4)$$

式中: p_x 和 p_y 分别为二维光栅两个方向上的光栅栅距; ϕ 为各衍射光束与二维光栅法线的夹角,即衍射角。由此得到第 $(\pm m, \pm n)$ 级衍射光的波矢量为:

$$\hat{k}_{(\pm m, \pm n)} = \pm \frac{2m\pi}{p_x} \hat{x}_g \pm \frac{2n\pi}{p_y} \hat{y}_g + k_0 \cos\phi \hat{z}_g \quad (5)$$

假设二维光栅在位移坐标系 $O X_d Y_d Z_d$ 中发生位移:

$$\hat{d} = d_x \hat{x}_d + d_y \hat{y}_d \quad (6)$$

式中: d_x 和 d_y 分别为 X 和 Y 方向的位移值。根据多普勒频移理论,第 $(\pm m, \pm n)$ 级衍射光由于光栅运动所引起的相位变化可以表示为:

$$\Delta\phi_{(\pm m, \pm n)} = (\hat{k}_{(\pm m, \pm n)} - \hat{k}_{in}) \cdot \hat{d} \quad (7)$$

对于 $(\pm m, \pm n)$ 四束衍射光,最为常用的是利用投影于坐标轴上的 $(\pm m, 0)$ 和 $(0, \pm n)$ 级衍射光进行位移测量,此时的二维位移测量转化为两个相对独立的一维测量,一定程度上简化了系统的分析与搭建。忽略光学系统的后端处理部分,令 $(m, 0)$ 与 $(-m, 0)$, $(0, n)$ 与 $(0, -n)$ 级衍射光直接进行相互干涉,由此得到干涉信号测量相位与二维位移的关系为:

$$\Delta\phi_x^1 = \frac{4m\pi}{p_x} (A_m d_x + B_m d_y) \quad (8)$$

$$\Delta\phi_y^1 = \frac{4n\pi}{p_y} (C_n d_x + D_n d_y) \quad (9)$$

其中:

$$A_m = \cos\beta \cos\gamma \quad (10)$$

$$B_m = \cos\beta \sin\gamma \quad (11)$$

$$C_m = -\sin\theta \cos\beta \cos\gamma + \cos\theta \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \cos\theta \cos\alpha \sin\gamma \quad (12)$$

$$D_m = -\sin\theta \cos\beta \sin\gamma + \cos\theta \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\theta \cos\alpha \cos\gamma \quad (13)$$

对于投影于四象限内的 $(\pm m, \pm n)$ 级衍射光,此时的测量相位中同时包含 X 与 Y 方向的位移信息,使得其与利用 $(\pm m, 0)$ 和 $(0, \pm n)$ 级衍射光进行位移测量略有不同。针对这一情况,课题组提出了利用 $(\pm m, \pm n)$ 级衍射光进行位移测量的平面光栅编码器,配合为其独特设计的高效率二维交叉光栅和高细分相位解耦算法,该系统可以同时获得比现有系统更高的测量信号对比度与光学细分倍数^[10]。在 $(\pm m, \pm n)$ 级衍射光直接干涉的情况下,干涉信号测量相位与二维位移的关系可以表示为:

$$\Delta\phi_x^2 = \frac{8m\pi}{p_x} (A_m d_x + B_m d_y) \quad (14)$$

$$\Delta\phi_y^2 = \frac{8n\pi}{p_y} (C_m d_x + D_m d_y) \quad (15)$$

1.2.2 二次衍射光路结构

对于二次衍射光路结构,其简化的光学示意图如图3所示。与一次衍射光路结构类似,当入射光垂

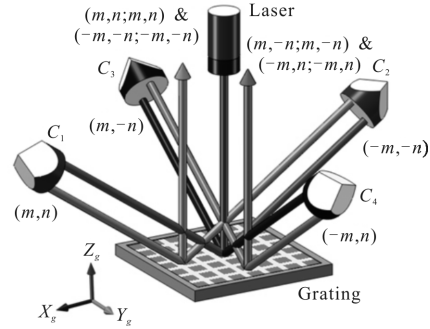


图3 二次衍射光路结构示意图

Fig.3 Schematic of double-diffraction optical configuration

直入射光栅表面时,其入射光波矢量和一次衍射后的 $(\pm m, \pm n)$ 级波矢量与公式(3)和公式(5)完全相同。随后,系统利用角锥棱镜 $C_i(i=1, 2, 3, 4)$ 对 $(\pm m, \pm n)$ 级衍射光进行反射,并利用二次衍射后的 $(\pm m, \pm n; \pm m, \pm n)$ 级衍射光进行位移测量。由于二次衍射时的入射角与一次衍射时的衍射角相同,因此四束二次衍射光沿光栅法线方向垂直出射,其波矢量可以表示为:

$$\hat{k}_{(\pm m, \pm n; \pm m, \pm n)} = k_0 \hat{z}_g \quad (16)$$

结合多普勒频移理论,二维光栅运动所引起的 $(\pm m, \pm n; \pm m, \pm n)$ 级衍射光相位变化为:

$$\Delta\phi_{(\pm m, \pm n; \pm m, \pm n)} = 2 \cdot (\hat{k}_{(\pm m, \pm n)} - \hat{k}_{in}) \cdot \hat{d} \quad (17)$$

对于采用投影于坐标轴上的 $(\pm m, 0; \pm m, 0)$ 和 $(0, \pm n; 0, \pm n)$ 级衍射级次进行位移测量的系统,其干涉信号测量相位与二维位移的关系为:

$$\Delta\phi_x^3 = \frac{8m\pi}{p_x} (A_m d_x + B_m d_y) \quad (18)$$

$$\Delta\phi_y^3 = \frac{8n\pi}{p_y} (C_m d_x + D_m d_y) \quad (19)$$

与此类似,对于利用投影于四象限内的 $(\pm m, \pm n; \pm m, \pm n)$ 级衍射光进行位移测量的系统,二次衍射光路结构下测量相位与被测位移的关系为:

$$\Delta\phi_x^4 = \frac{16m\pi}{p_x} (A_m d_x + B_m d_y) \quad (20)$$

$$\Delta\phi_y^4 = \frac{16n\pi}{p_y} (C_m d_x + D_m d_y) \quad (21)$$

1.3 通用几何误差模型

对比一次和二次衍射下测量相位与被测位移的相互关系,可以发现无论采用哪一衍射级次,衍射次数的不同都将引起系统光学细分倍数的不同,二次衍射结构具有比一次衍射结构高一倍的光学细分倍数。与此同时,对比投影于坐标轴上和四象限内测量系统的推导结果,可以发现在本课题组所提出的相位解耦算法下,投影于四象限内的光学系统具有比投影于坐标轴上系统高一倍的光学细分倍数。通过仔细对比以上采用不同衍射级次和衍射次数光学系统的测量相位和被测位移关系式,可以发现其可统一为如下一般形式:

$$\Delta\phi_x^i = \frac{2\pi}{p_x} \cdot mk_x^i \cdot (A_m d_x + B_m d_y) \quad (22)$$

$$\Delta\phi_y^i = \frac{2\pi}{p_y} \cdot nk_y^i \cdot (C_m d_x + D_m d_y) \quad (23)$$

式中: mk_x^i 与 nk_y^i ($i=1,2,3,4$) 分别为 X 与 Y 方向的光学细分倍数。光学细分倍数一方面由衍射级次和衍射次数决定,另一方面由光学系统对衍射光束的后期处理方式决定。文中分析过程中假设各衍射级次直接进行相互干涉进而产生测量信号,如果采用更为复杂的处理结构,则可能产生不同的光学细分倍数^[11]。当二维位移测量系统的光学结构确定之后,其光学细分倍数也随之确定下来,结合已知的光栅栅距和测量得到的信号相移,即可得到最终的二维位移测量值:

$$d_{mx} = \frac{p_x}{2\pi \cdot mk_x^i} \Delta\phi_x^i = A_m d_x + B_m d_y \quad (24)$$

$$d_{my} = \frac{p_y}{2\pi \cdot nk_y^i} \Delta\phi_y^i = C_m d_x + D_m d_y \quad (25)$$

由计算结果可知,测量得到的二维位移值主要由真实位移值和误差角决定,而与系统所用衍射级次、衍射次数和光学细分倍数无关,即与系统所采用的光学结构无关。通过仔细分析以上两表达式,发现测量位移值实际恰好为真实位移值在两个光栅矢量方向上的投影。为了减小光栅制作与装配非理想所引起的测量误差,最直接有效的方式是减小各误差角的大小,即通过精密制作与装配来降低系统的几何误差。

定义测量误差为测量位移值与真实位移值之间的偏差,根据公式(23)和(24)的计算结果,即可得到 X 与 Y 方向的余弦误差表达式:

$$\Delta d_{x,\text{cosine}} = (A_m - 1)d_x \quad (26)$$

$$\Delta d_{y,\text{cosine}} = (D_m - 1)d_y \quad (27)$$

以及耦合误差表达式:

$$\Delta d_{x,\text{cross}} = B_m d_y \quad (28)$$

$$\Delta d_{y,\text{cross}} = C_m d_x \quad (29)$$

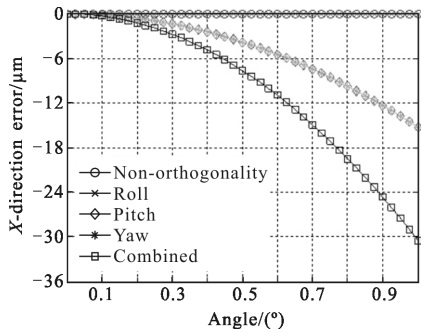
由此即建立了二维光栅制作与装配非理想所引起几何误差的通用模型,其同样与系统衍射级次、衍射次数和光学细分倍数无关,而只与误差角和真实位移值有关,且误差大小与真实位移值成正比。根据所构建的几何误差通用模型,即可对几何误差与各误差角的关系以及其自身规律进行研究,从而便于整个测量系统的误差评估与补偿。

2 误差分析与数值仿真

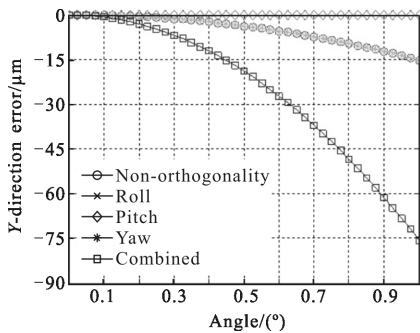
由于文中所建立的通用几何误差模型同时与二维光栅非正交角、横滚角、俯仰角和偏航角有关,因此有必要定量分析每一误差角所引起测量误差的大小,从而确定影响系统整体性能的主要误差因素^[12-13]。与此同时,对于一定误差角下的余弦误差与耦合误差,二者通常具有不同的误差幅值和变化规律,因此有必要研究其随误差角变化的规律特点,以及二者各自对系统性能的影响程度。

对于目前常用的二维光栅位移测量系统,受制于制作工艺的局限,二维光栅的有效图形面积通常小于 $100\text{ mm} \times 100\text{ mm}$,非正交角通常小于 1° 。在二维光栅装配过程中,借助于辅助设备,其三个装配误差角一般可以控制在 1° 以内。为方便起见,下文仿真过程中 X 和 Y 方向的测量量程设定为 100 mm ,四个误差角的变化范围设定为 0° 到 1° 。首先,基于所建立的几何误差模型,对 X 和 Y 方向余弦误差随各误差角的变化规律进行了分析。由于系统中通常包含全部的制作与装配误差角,因此同时也对各误差角综合作用下的余弦误差进行了研究。图 4 所示为 X 和 Y 方向余弦误差随误差角的变化规律。从图中可以看出,二维光栅俯仰角与偏航角是引起 X 方向余弦误差的主要原因,而横滚角、偏航角和非正交角是导致 Y 方向余弦误差的主要因素。与此同时,无论是

X 还是 Y 方向余弦误差，其随各误差角的变化规律近似为二次函数。在测量量程为 100 mm 和误差角为 1°下，各误差角综合作用下的 X 与 Y 方向余弦误差分别为 -30.46 μm 与 -75.61 μm。



(a) X 方向余弦误差
(a) Cosine errors of X-direction

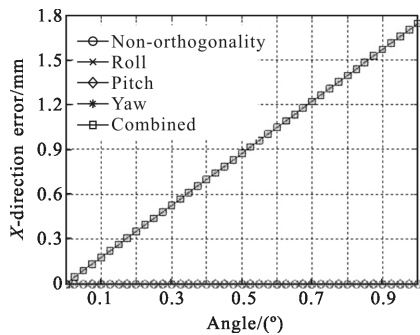


(b) Y 方向余弦误差
(b) Cosine errors of Y-direction

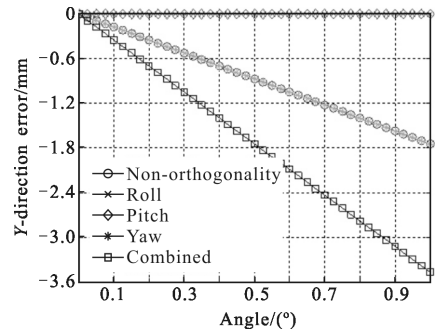
图 4 余弦误差与各误差角的关系

Fig.4 Relationships between the cosine errors and the error angles

对于 X 与 Y 方向的耦合误差，图 5 给出了二者随各误差角的变化规律。从图中可以看出，X 方向的耦合误差主要受光栅偏航角的影响，而 Y 方向的耦



(a) X 方向耦合误差
(a) Cross-talk errors of X-direction



(b) Y 方向耦合误差
(b) Cross-talk errors of Y-direction

图 5 耦合误差与各误差角的关系

Fig.5 Relationships between the cross-talk errors and the error angles

合误差则同时受光栅偏航角与非正交角的影响。从 X 与 Y 方向的误差曲线上可以看出，耦合误差与各误差角近似成一次函数关系。同样在测量量程为 100 mm 和误差角为 1°下，各误差角综合作用下的 X 与 Y 方向耦合误差分别为 1.74 mm 与 -3.46 mm。

对比余弦误差与耦合误差，可以发现无论是 X 还是 Y 方向，在一定的测量量程与误差角下，耦合误差都要明显严重于余弦误差。图 6 所示为耦合误差与余弦误差比值随误差角的变化规律。从图中可以

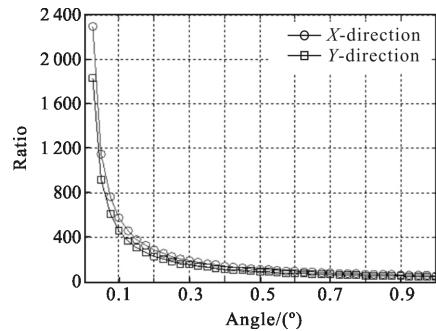


图 6 耦合误差与余弦误差比值

Fig.6 Ratios between the cross-talk errors and the cosine errors

看出，在 0°~1°误差角变化范围内，耦合误差始终高于余弦误差，即无论是在普通还是高精度制作与装配水平下，耦合误差都会对系统性能带来更为不利的影 响。与此同时，随着误差角的不断减小，二者的比值逐渐从 50 倍扩大到 1000 倍以上，即余弦误差相比于耦合误差具有更快的下降速度。分析此种现象产生的原因，主要是源于二者对各误差角所呈现的不同函数关系。耦合误差与各误差角所呈现的近似一次函数关系使得其具有线性变化的特点，而余

弦误差所具有的近似二次函数关系则使其具有二次加速的特性。在具有高精度装配特点的位移测量系统中, 较小的装配误差角将会使得耦合误差占据更大的误差份额, 从而成为限制系统测量精度的主要几何误差源。

3 实验验证与结果分析

为了验证以上理论分析与数值仿真的正确性, 基于课题组所提出的二维光栅位移测量系统, 通过平面位移实验对其进行了实验验证。图 7 所示为所搭建的二维光栅位移测量系统实物图, 其所用光源为 Agilent 公司生产的 5519 A 双频 He-Ne 激光器, 二维光栅为课题组与中国科技大学国家同步辐射实验室合作制作的二维双层交叉光栅, 其 X 与 Y 方向的光栅栅距均为 $2\ \mu\text{m}$, 有效图形面积为 $60\ \text{mm}\times 60\ \text{mm}$, 其他光学元件则全部来自于 Thorlabs 公司。电子学部分则主要采用自行研制的低噪声前端电子学模块和高精度相位测量模块, 其相位测量分辨率为 0.18° 。平面位移主要由 Zolix 公司生产的两台 KSA150-12-X 电控位移台搭建而成, 利用线性与圆弧插补可以实现任意轨迹的平面位移运动, 其 X 与 Y 方向的测量分辨率均为 $1\ \mu\text{m}$, 重复定位精度优于 $3\ \mu\text{m}$ 。整个实验系统搭建于负一楼超净间中, 同时受到地基隔振与平台隔振双重减振防护, 实验过程中利用屏蔽罩对光学系统进行屏蔽, 从而减小周围环境对系统性能的影响。

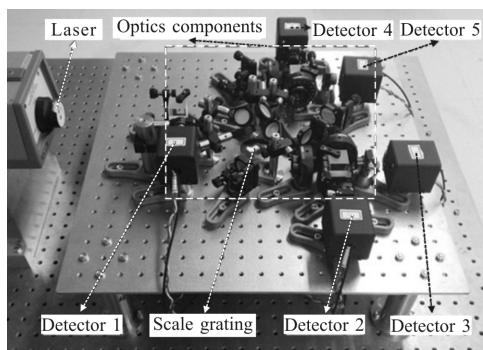


图 7 二维光栅位移测量系统实物图

Fig.7 Experimental setup of the two-dimensional grating displacement measurement system

由上文推导得到的测量相位与被测位移一般关系式可知, 系统所用衍射级次、衍射次数以及后端处

理光路的不同, 最终都将转化为系统光学细分倍数的不同。基于图 7 所搭建的二维光栅位移测量系统, 如果采用一路参考信号与两路测量信号进行位移测量, 则可以实现四倍的光学细分, 而如果采用一路参考信号与四路测量信号进行位移测量, 则可以实现八倍的光学细分。根据前文所建立的几何误差通用模型, 在只改变系统光学细分倍数的情况下, 系统前后应当具有完全相同的几何误差。为了验证该误差模型的正确性, 文中分别在四倍和八倍光学细分下对边长为 $10\ \text{mm}$ 的正方形运动轨迹进行了测试, 测量结果如图 8 所示。为便于对系统测量结果进行评价, 电控平移台自身集成的光栅编码器测量结果同样作为参考值绘制在图中。

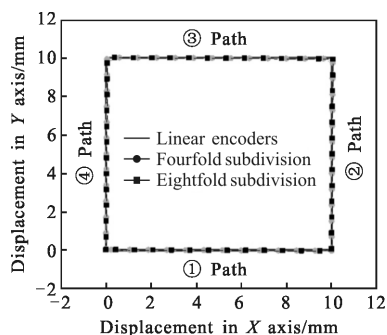
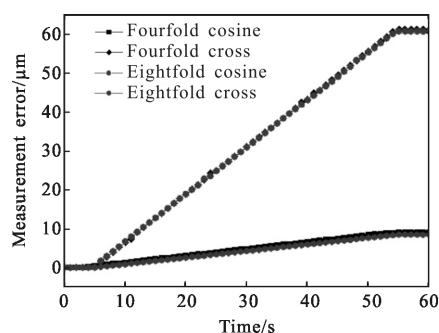


图 8 正方形运动轨迹测量结果

Fig.8 Experimental results for quadrangular motion

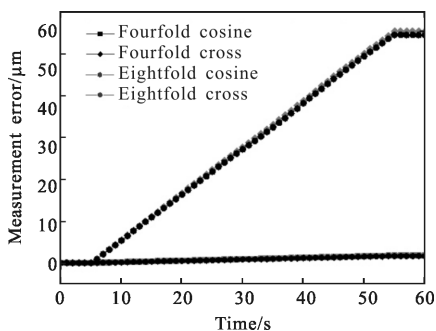
从图 8 中可以看出, 系统在四倍和八倍光学细分下的测量结果都与参考值具有较好的一致性, 说明系统在两种光学细分下都可以实现对被测位移的精确测量。为了更加清晰的了解几何误差在整个测量过程中的变化规律, 图 9 所示为系统在不同光学细分下对路径 1 和路径 2 的测量误差。在路径 1 测量过程中, 系统在四倍光学细分下 X 与 Y 方向的余弦误差和耦合误差分别为 $8.97\ \mu\text{m}$ 和 $60.74\ \mu\text{m}$, 八倍光学细分下分别为 $8.47\ \mu\text{m}$ 和 $60.23\ \mu\text{m}$ 。在路径 2 测量过程中, 系统在四倍和八倍光学细分下 X 与 Y 方向的余弦误差和耦合误差则分别为 $1.80\ \mu\text{m}$ 和 $55.40\ \mu\text{m}$, $1.66\ \mu\text{m}$ 和 $54.47\ \mu\text{m}$ 。由于两次测量实验仅改变了系统的光学细分倍数, 对系统其他部分未作任何改动, 而无论是在路径 1 还是路径 2 测量过程中, 综合考虑电控位移台重复定位精度与周围随机干扰的影响, 两种不同光学细分倍数下的测量结果具有合理的一致性, 由此证明了二维光栅位移系

统几何误差与系统所用光学细分倍数无关。与此同时,对比不同光学细分下每一运动路径中 X 与 Y 方向几何误差各构成成分的大小,可以发现路径 1 中四倍与八倍光学细分下耦合误差与余弦误差的比值分别为 6.77 与 7.11, 路径 2 中二者的比值则分别为 30.78 与 32.81。虽然由于实际系统中各误差角的幅值与符号特点导致路径 1 和路径 2 中耦合误差与余弦误差的比值相差较大,但耦合误差在两种运动路径下始终明显严重于余弦误差,是系统几何误差的主要构成成分。以上实验结果与误差建模和数值仿真预测结果相一致,由此证明了前文理论分析的正确性。



(a) 路径 1 测量误差

(a) Measurement errors of path 1



(b) 路径 2 测量误差

(b) Measurement errors of path 2

图 9 测量误差实验结果

Fig.9 Experimental results of the measurement errors

对于系统几何误差的抑制与补偿,结合文中系统的搭建和测试过程可以发现:一方面,各误差角同时存在使得准确测量每一误差角较为不易;另一方面,各误差因素综合作用使得单独甄别每一误差成分十分困难。此外,对各误差角的测量一般需要借助高精度的外部标定设备,但标定设备的未对准误差通常无法区分于系统自身的装配误差^[4],使得利用

直接测量误差角来补偿系统几何误差变得极为困难,且实际效果也具有较大的不确定性。因此,对于二维光栅制作与装配非理想所引起几何误差的处理,一方面是在二维光栅制作与装配环节中尽量减小各误差角的大小,另一方面是考虑采用自补偿,或是自补偿与外部补偿相结合的方式对其进行修正。

4 结论

文中针对平面光栅编码器中普遍存在的由二维光栅制作与装配非理想所引起的几何误差,通过对研究不同结构光学系统,建立了适用于垂直对称光路结构的通用几何误差模型。基于所构建的误差模型,详细研究了各几何误差成分的规律特点,以及各误差因素对整体性能的影响程度。最后通过搭建基于二维交叉光栅的平面位移测量系统,利用 10 mm 方形运动轨迹对其进行了实验验证,结果显示测量系统几何误差不受所采用光学细分倍数的影响,且耦合误差在不同运动路径与光学细分下始终明显大于余弦误差。该结果与理论预测很好的一致,由此证明了前文理论分析与数值仿真的正确性。文中的研究结论对平面光栅编码器的误差评估与补偿具有一定的指导意义,下一阶段的主要研究工作将集中于对平面光栅编码器几何误差的补偿。

参考文献:

[1] Wu Jian, Yuan Bo, Wang Liqiang. New displacement measurement method based on digital Moiré fringes formed by a single grating [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(10): 3404-3409. (in Chinese)
伍剑,袁波,王立强. 单光栅数字莫尔位移测量法 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(10): 3404-3409.

[2] Lin Cunbao, Yan Shuhua, Du Zhiguang, et al. Symmetrical short-period and high signal-to-noise ratio heterodyne grating interferometer [J]. *Chinese Optics Letters*, 2015, 13 (10): 100501.

[3] Hsieh H, Pan S. Development of a grating-based interferometer for six-degree-of-freedom displacement and angle measurements [J]. *Optics Express*, 2015, 23(3): 2451-2465.

[4] Mi Xiaotao, Yu Hongzhu, Yu Haili, et al. Analysis and improvement of rod structures for large diffraction grating ruling engines [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015,

- 23(3): 745–752. (in Chinese)
- 糜小涛, 于宏柱, 于海利, 等. 大型衍射光栅刻划机拉杆结构的分析与改进 [J]. 光学 精密工程, 2015, 23(3): 745–752.
- [5] Jiang Yanxiu, Bayan Heshig, Zhao Xulong, et al. Plane holographic varied-line-space grating for DCLS in EUV region [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(8): 2117–2124. (in Chinese)
- 姜岩秀, 巴音贺希格, 赵旭龙, 等. 自由电子激光器用极紫外波段平面变栅距光栅 [J]. 光学 精密工程, 2015, 23(8): 2117–2124.
- [6] Liu Yongmeng, Yuan Maoqiang, Cao Jieru, et al. Use of two planar gratings to measure 3-DOF displacements of planar moving stage [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2015, 64(1): 163–169.
- [7] Wang Xuanze, Dong Xiaohua, Guo Jun, et al. Two-dimensional displacement sensing using a cross diffraction grating scheme [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2004, 6(1): 106–111.
- [8] Hsieh H, Chen J, Leronde G, et al. Two-dimensional displacement measurement by quasi-common-optical path heterodyne grating interferometer [J]. *Optics Express*, 2011, 19(10): 9770–9782.
- [9] Xian Guang, Yan Changxiang. Analysis of attitude change impact on aerial push-broom imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(8): 2178–2183. (in Chinese)
- 贤光, 颜昌翔. 姿态变化对航空推扫式成像的影响分析 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(8): 2178–2183.
- [10] Lin Cunbao, Yan Shuhua, Du Zhiguang, et al. High-efficiency gold-coated cross-grating for heterodyne grating interferometer with improved signal contrast and optical subdivision [J]. *Optics Communications*, 2015, 339(15): 86–93.
- [11] Yang Dongxing, Yan Shuhua, Du Liebo, et al. Design of a miniature single-grating displacement measuring system with nanometer resolution [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(4): 1020–1025. (in Chinese)
- 杨东兴, 颜树华, 杜列波, 等. 一种小型化纳米级单光栅位移测量系统的研制 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(4): 1020–1025.
- [12] Peng Lirong, Ma Zhanlong, Wang Gaowen, et al. Key technology of ultra-thin optical element precision manufacture [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(6): 964–970. (in Chinese)
- 彭利荣, 马占龙, 王高文, 等. 超薄光学元件精密加工关键技术 [J]. 中国光学, 2015, 8(6): 964–970.
- [13] Tao Xiaoping. Precise alignment method of online optical testing for large-aperture mirror fabrication [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(6): 1027–1034. (in Chinese)
- 陶小平. 大口径反射镜加工机床在线检测高精度对准方法 [J]. 中国光学, 2015, 8(6): 1027–1034.
- [14] Awtar S, Slocum A. Target block alignment error in XY stage metrology [J]. *Precision Engineering*, 2007, 31(3): 185–187.