

## 星敏感器安装误差的三位置法地面标定方法

王宏力,何贻洋,陆敬辉,杨 阳,陈俊宇

(火箭军工程大学 控制工程系,陕西 西安 710025)

**摘 要:** 针对目前星敏感器安装误差标定过程中存在的标定模型复杂标定测试流程繁琐等问题,提出了一种星敏感器安装误差的三位置法地面标定方法。该方法根据坐标系的欧拉变换,构建了星敏感器安装误差的数学模型;根据误差模型,提出了基于三轴精密转台的安装误差三位置法地面标定策略。采用最小二乘法和三位置法进行仿真对比实验,结果表明,安装误差的三位置法标定结果比最小二乘法标定结果的稳定性提高了近 10 倍。三位置法还具有标定测试流程简单等优点,对提高星敏感器的使用精度具有重要参考价值。

**关键词:** 三位置法; 星敏感器; 安装误差; 三轴精密转台

**中图分类号:** V249.32\*3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.1113003

## Ground calibration method of installation error for star sensor based on three positions method

Wang Hongli, He Yiyang, Lu Jinghui, Yang Yang, Chen Junyu

(Department of Control Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** Aiming at problems such as complicated calibration models and trivial test progress, which are occurred during the calibration of installation error for star sensors, a novel ground calibration method of installation error based on three positions was introduced. Firstly, a mathematical model of installation error was established according to Euler transformation of coordinate systems. Secondly, a new ground calibration strategy of installation error based on three typically-selected positions on a triaxial precise turntable was put forward. The least square method and three positions method were adopted to conduct simulation contrast experiments. Simulation results demonstrate that calibration result stability of three positions method increases by nearly 10 times than calibration result stability of least square method. Furthermore, three positions method has simplified the calibration test procedure, which has important practical reference value to improve the operational accuracy of star sensor.

**Key words:** three positions method; star sensor; installation error; triaxial precise turntable

收稿日期:2016-03-22; 修订日期:2016-04-26

基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划(2014JM2-6107)

作者简介:王宏力(1965-),男,教授,博士,主要从事组合导航、星敏感器等方面的研究。Email:wanghongli\_1965@163.com

## 0 引言

近年来,以星敏感器为核心器件的星光制导系统以其精度高、自主性强、隐蔽性好、无姿态积累误差等特点,在航空航天领域得到了广泛应用<sup>[1-3]</sup>。星敏感器本身测量精度可达角秒级,但在实际应用中,星敏感器安装误差却可达角分级,带来的测量误差远远高于星敏感器本身的测量误差,严重影响了星敏感器的量测信息。因此,安装误差是影响星敏感器在实际应用中测量精度的主要因素之一<sup>[4-5]</sup>。

目前,对星敏感器安装误差标定的研究相对较少,王融、熊智、刘建业等人提出了一种以星敏感器量测信息为依据的安装误差标定模型及方法。该方法通过分析星敏感器输出的姿态信息与安装误差之间的耦合关系,建立了在四位置下星敏感器与安装误差的观测模型,在此基础上推导了安装误差标定及补偿算法<sup>[5]</sup>。夏家和、秦永元、王岩研究了在 SINS/星敏感器组合系统中如何利用星敏感器来校正惯导系统,同时利用惯导信息对星敏感器安装误差进行标定的方法。该方法基于惯导信息、地球自转角速度和时间基准构造了等效的相对惯性空间的姿态变换矩阵,给出了 SINS/星敏感器组合的卡尔曼滤波模型<sup>[6]</sup>。王岩提出了一种基于误差四元数与角速度测量值的安装误差标定方法,建立星敏感器和捷联惯性组合的安装误差模型和系统观测模型,采用“粗校准+精校准”的两次估计滤波方法,提高姿态确定精度<sup>[7]</sup>。上述几种方法基于不同的应用背景提出了相应的安装误差标定方法,但存在着安装误差标定模型过于复杂、标定测试流程较为繁琐、不利于快速标定和通用性不强等缺点。

针对上述问题,文中利用坐标系欧拉变换建立安装误差标定的数学模型,提出一种基于三轴精密转台的星敏感器安装误差地面标定方法。仿真实验表明,该方法能够一定程度上改善在安装误差标定研究中存在的上述不足,对提高星敏感器的使用精度具有重要的理论意义和实际参考价值。

## 1 安装误差模型的构建

由于星敏感器捷联安装于基座上时不可避免地存在误差,使得星敏感器像坐标系相对于载体(即星敏感

器基座)坐标系的理想方位与实际方位不能完全重合,两个坐标系之间的欧拉角  $\alpha_{x_s}, \alpha_{y_s}, \alpha_{z_s}$  为安装误差角<sup>[8-9]</sup>。安装误差角实际表现为星敏感器像坐标系  $O-x_c y_c z_c$  与载体坐标系  $O-x_b y_b z_b$  之间的夹角,如图 1 所示。

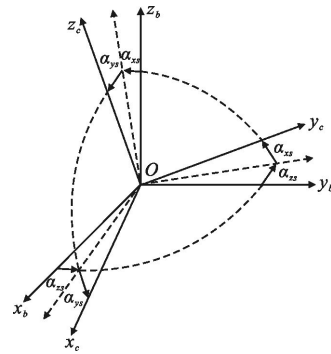


图 1 星敏感器安装误差角示意图

Fig.1 Installation error of star sensor diagram

由于安装误差角均为小量,而且其坐标转换矩阵与转序没有关系,因此安装误差矩阵可以近似的表示为:

$$C_b^s = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{z_s} & -\alpha_{y_s} \\ -\alpha_{z_s} & 1 & \alpha_{x_s} \\ \alpha_{y_s} & -\alpha_{x_s} & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

将星敏感器组件放置在光学平台上,三轴转台坐标系严格与当地地理坐标系重合。在三轴转台的配合下,通过调整三轴转台转过的方位角和高低角,使与转台固连的星光模拟器发出的星光成像于星敏感器像平面的中心位置(原点),此时,星敏感器载体坐标系  $O-x_b y_b z_b$  与当地地理坐标系  $O-x_e y_e z_e$  之间的欧拉变换关系通过以下步骤近似得到:将当地地平坐标系  $O_e-x_e y_e z_e$  绕  $z_e$  轴顺时针旋转角度  $\left(\frac{\pi}{2} - \sigma_0\right)$  至中间过渡坐标系  $O_e-x' y' z'$ ,再将  $O_e-x' y' z'$  坐标系绕  $x'$  轴旋转角度  $\left(\frac{\pi}{2} + e_0\right)$  至  $O_e-x_b' y_b' z_b'$ ,  $O-x_b' y_b' z_b'$  坐标系通过星敏感器载体坐标系  $O-x_b y_b z_b$  平行变换得到,因此可认为二者等价。载体坐标系与当地地平坐标系的欧拉变换关系如图 2 所示。

该欧拉转换矩阵如下:

$$C_E^b = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sigma_0\right) & -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \sigma_0\right) & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \sigma_0\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sigma_0\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2}+e_0\right) & \sin\left(\frac{\pi}{2}+e_0\right) \\ 0 & -\sin\left(\frac{\pi}{2}+e_0\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2}+e_0\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\sigma_0 & \cos\sigma_0\sin e_0 & -\cos\sigma_0\cos e_0 \\ \cos\sigma_0 & -\sin\sigma_0\sin e_0 & \sin\sigma_0\cos e_0 \\ 0 & -\cos e_0 & -\sin e_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

调整三轴精密转台的高低角和方位角,使星敏感器与星模拟器对准,将星模拟器的光源在星敏感器坐标系中表示出来,记此时星敏感器的方位角为 $\sigma$ ,高低角为 $e$ ,启动星敏感器进行测星,记录星敏感器的输出为 $(x_s, y_s)$ ,则有:

$$X_s = C_b^s C_E^b X \quad (3)$$

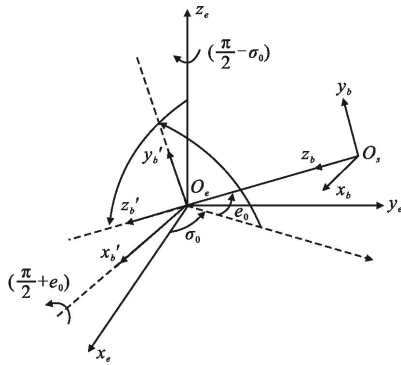


图 2 载体坐标系与当地地平坐标系的欧拉变换

Fig.2 Euler transformation between body coordinate system and horizontal coordinate system

其中

$$X_s = \frac{1}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2 + f^2}} \begin{bmatrix} -x_s \\ -y_s \\ f \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} \cos e \cos \sigma \\ \cos e \sin \sigma \\ \sin e \end{bmatrix}$$

在公式(3)中: $X_s$ 为由星敏感器测得的模拟星点的坐标得到的星矢量; $X$ 为模拟星光在转台坐标系中的矢量方向; $C_b^s$ 为安装误差转换矩阵; $C_E^b$ 为星敏感器载体坐标系与转台坐标系(即当地地平坐标系)之间的欧拉转换矩阵。若通过地面标定测试,获得星点坐标的测试数据以及相对应的三轴精密转台高低角和方位角数据,而 $C_E^b$ 在星敏感器的初始调平时可以计算得到。因此,通过解算公式(3)可以得到星敏感器的安装误差角,公式(3)是文中星敏感器安装误差模型的核心公式。

## 2 安装误差模型最小二乘法求解

根据上节中建立的星敏感器安装误差数学模型,令 $X' = C_E^b \cdot X$ ,则公式(3)可改写为:

$$X_s = C_b^s C_E^b X = C_b^s X' = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{ys} & -\alpha_{zs} \\ -\alpha_{ys} & 1 & \alpha_{zs} \\ \alpha_{ys} & -\alpha_{zs} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'(1) \\ X'(2) \\ X'(3) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中

$$X'(1) = \sin\sigma_0 \cos e \cos\sigma + \cos\sigma_0 \sin e \cos\sigma \sin\sigma - \cos\sigma_0 \cos e \sin\sigma;$$

$$X'(2) = \cos\sigma_0 \cos e \cos\sigma - \sin\sigma_0 \sin e \cos\sigma \sin\sigma + \sin\sigma_0 \cos e \sin\sigma;$$

$$X'(3) = -\cos e \cos\sigma \sin\sigma - \sin e \sin\sigma$$

将上式改写为线性方程组的形式:

$$\begin{cases} X_s(1) = X'(1) + \alpha_{ys} X'(2) - \alpha_{zs} X'(3) \\ X_s(2) = X'(2) - \alpha_{ys} X'(1) + \alpha_{zs} X'(3) \\ X_s(3) = \alpha_{ys} X'(1) - \alpha_{zs} X'(2) + X'(3) \end{cases} \quad (5)$$

在标定测试中共获得 $n$ 组高低角和方位角的测试数据 $\{e_i, \sigma_i\}$ 和模拟星点测试数据 $\{(x_{si}, y_{si})\}$ , $(i=1, 2, \dots, n)$ ,那么对于第 $i$ 组测试数据,将公式(5)相加得到:

$$B_i = A_{i1} \alpha_{ys} + A_{i2} \alpha_{zs} + A_{i3} \alpha_{zs} \quad (6)$$

其中

$$B_i = X_{si}(1) + X_{si}(2) + X_{si}(3), A_{i1} = (X'_i(3) - X'_i(2))$$

$$A_{i2} = (X'_i(1) - X'_i(3)), A_{i3} = (X'_i(2) - X'_i(1))$$

则有:

$$B = A [\alpha_{ys} \quad \alpha_{zs} \quad \alpha_{zs}]^T \quad (7)$$

其中

$$B = [B_1 \quad \dots \quad B_n]^T, A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} \end{bmatrix}$$

由最小二乘法可得到:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{ys} \\ \alpha_{zs} \\ \alpha_{zs} \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B \quad (8)$$

在三轴精密转台的配合下,获得每次测量时星光模拟器相对地理坐标系的方位角 $\sigma$ 和高低角 $e$ ,记录每次星敏感器的输出数据 $(x_s, y_s)$ ,代入上式即可求解得到星敏感器的安装误差角。

## 3 三位置法安装误差标定方法

### 3.1 标定原理分析

利用最小二乘法标定安装误差需要得到多组星

点测试数据, 考虑到每次测量时需要调整三轴精密转台的方位角和高低角, 这个过程耗时长、操作要求高, 增加了标定测试的复杂度。为使标定流程更简单, 缩短标定时间, 同时保证标定精度, 文中考虑通过调整三轴精密转台测试某些特殊的星点位置, 得到测试数据后, 由公式(5)求解星敏感器的安装误差角。具体标定原理分析如下:

(1) 星敏感器水平校准, 得到校准的高低角  $e_0$  和方位角  $\sigma_0$ , 此时星敏感器输出的星点坐标均为 0, 公式(5)的前两式相加, 则有:

$$\alpha_{xs}(X_1'(2)+X_1'(1))-\alpha_{ys}X_1'(3)-\alpha_{zs}X_1'(3)+X_1'(1)-X_1'(2) \quad (9)$$

(2) 调整三轴转台的高低角  $e_1$  和方位角  $\sigma_1$ , 使得此时星敏感器的输出星点坐标为  $(0, y_{s1})$ , 根据公式(5)的第一式有:

$$X_2'(1)+\alpha_{zs}X_2'(2)-\alpha_{ys}X_2'(3)=0 \quad (10)$$

(3) 调整三轴转台的高低角  $e_2$  和方位角  $\sigma_2$ , 使得此时星敏感器的输出星点坐标为  $(x_{s2}, 0)$ , 根据公式(5)的第二式则有:

$$-\alpha_{xs}X_3'(1)+X_3'(2)+\alpha_{zs}X_3'(3)=0 \quad (11)$$

联立公式(9)~(11), 整理成矩阵形式:

$$S[\alpha_{xs} \quad \alpha_{ys} \quad \alpha_{zs}]^T=R \quad (12)$$

$$\text{记 } S=\begin{bmatrix} -X_1'(3) & -X_1'(3) & X_1'(2)+X_1'(1) \\ 0 & -X_2'(3) & X_2'(2) \\ X_3'(3) & 0 & X_3'(1) \end{bmatrix}, R=\begin{bmatrix} X_1'(2)-X_1'(1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

得到测试数据后, 对  $S$  矩阵进行奇异值分解, 若  $S$  满秩, 则可得:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{xs} \\ \alpha_{ys} \\ \alpha_{zs} \end{bmatrix}=S^{-1}R \quad (13)$$

### 3.2 三位置法标定流程设计

根据 3.1 节的分析推导, 可归纳设计出三位置法标定流程, 具体操作步骤如下:

(1) 调整三轴精密转台, 使星光模拟器产生的模拟星光在星敏感器成像平面上的像点位置处于原点, 记录此时转台的高低角  $e_0$  和方位角  $\sigma_0$ ;

(2) 调整三轴精密转台, 使星光模拟器产生的模拟星光在星敏感器成像平面上的像点横轴坐标为 0, 记录此时转台的高低角  $e_1$ 、方位角  $\sigma_1$  和像点坐标  $(0, y_{s1})$ ;

(3) 调整三轴精密转台, 使星光模拟器产生的模拟星光在星敏感器成像平面上的像点纵轴坐标为

0, 记录此时转台的高低角  $e_2$ 、方位角  $\sigma_2$  和像点坐标  $(x_{s2}, 0)$ ;

(4) 将测得的数据代入公式(13)中, 解算出星敏感器相对与载体的安装误差角  $\alpha_{xs}, \alpha_{ys}, \alpha_{zs}$ 。

## 4 仿真实验验证

为了验证星敏感器安装误差地面标定模型的有效性, 对最小二乘法求解和三位置法标定方法进行比较。在仿真实验中, 采用的星敏感器的主要参数指标如表 1 所示。

表 1 星敏感器主要参数指标

Tab.1 Star sensor parameter index

Parameters	Index
FOV/(°)	20×20
Focal length/mm	43.56
Pixel array/pixel	1 024×1 024
Pixel size/mm	0.015

为减小其他误差因素对仿真实验的影响, 假设星敏感器光学系统误差已经得到有效补偿。星敏感器安装误差达到角分级, 在 1' 左右。在仿真实验中, 设置转台初始对准的高低角和方位角分别为  $7.7^\circ, 142.0^\circ$ 。

(1) 在采用最小二乘法求解时, 以  $7.7^\circ$  和  $142.0^\circ$  为参考中心, 在  $20^\circ \times 20^\circ$  视场范围内分别沿成像平面的两个坐标轴方向每隔  $1^\circ$  选取一个测量位置, 得到一个密度均匀、分布均匀的星像点点阵, 并记录此时转台的高低角  $e_i$  和方位角  $\sigma_i$ 。据此思路, 仿真得到星点测试数据  $\{(x_{si}, y_{si})\}$  和转台的高低角及方位角  $\{e_i, \sigma_i\}$ 。

(2) 在采用三位置法求解时, 调整转台分别使星点成像于  $x$  坐标轴上和  $y$  坐标轴上, 并记录此时转台转过的方位角  $e_i$  和高低角  $\sigma_i$ 。据此思路, 仿真得到三位置法的测试数据。

考虑到随机测量噪声对安装误差计算结果稳定性的影响, 在仿真实验中加入适当大小的随机白噪声, 对同一位置反复测试多次, 得到 100 组测试数据。文中的仿真实验包括最小二乘法求解和三位置法, 将两种方法得到的结果进行对比分析。将(1)中得到的 100 组仿真测试数据代入公式(11)中, 利用最小二乘法可以求解得到安装误差角的大小; 将(2)中得到的 100 组仿真测试数据代入公式(16)中, 解得星敏感器安装误差角大小。结果如表 2 所示。

表 2 安装误差标定结果对比

Tab.2 Comparison of installation error calibration result

Method		Installation error angle on X axis /(')	Installation error angle on Y axis /(')	Installation error angle on Z axis /(')
Least square method	Error mean	2.284 2	3.350 0	0.637 6
	Error mean square	0.130 8	0.167 0	0.033 1
Three position method	Error mean	1.714 6	0.647 9	0.400 7
	Error mean square	0.037 1	0.019 2	0.012 0

仿真得到的结果如图 3~图 5 所示。

由表 2 可以看出, 使用最小二乘法和三位置法对安装误差进行标定的结果均值分别为 2.284 2、3.350 0、0.637 6 和 1.714 6、0.647 9、0.400 7, 标定结果的均方差分别为 0.130 8、0.167 0、0.033 1 和 0.037 1、0.019 2、0.012 0。可知, 这两种方法的标定结果均值在同一数量级上, 三位置法没有显著提高标定精度, 但在标定结果均方差的比较上, 采用三位置法明显优于最小二乘法, 其结果稳定性提高了一个数量级。由图 3~图 5 也可以得出更加直观的结论。

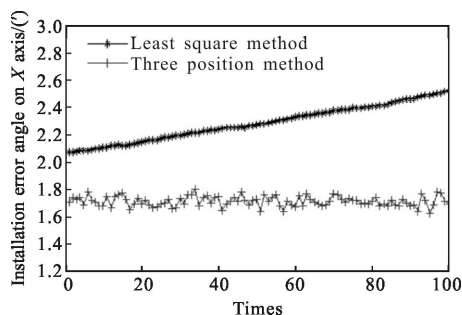


图 3 X 轴安装误差角  $\alpha_x$  标定结果

Fig.3 Calibration result of X axis installation error  $\alpha_x$

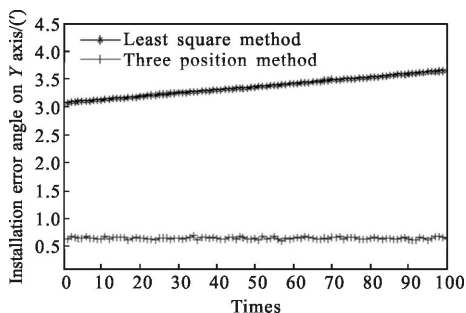


图 4 Y 轴安装误差角  $\alpha_y$  标定结果

Fig.4 Calibration result of Y axis installation error  $\alpha_y$

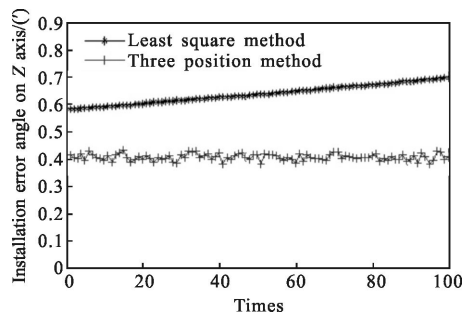


图 5 Z 轴安装误差角  $\alpha_z$  标定结果

Fig.5 Calibration result of Z axis installation error  $\alpha_z$

在星传感器地面误差标定实验中, 三位置法具有以下几个优点:

- (1) 标定测试流程简单, 所需测试数据较少, 只需测出三个特殊位置的数据即可完成安装误差角的解算;
- (2) 通过仿真实验对比可以发现, 使用该方法的鲁棒性较好, 标定安装误差角的结果稳定性好, 解算速度更快。

## 5 结论

文中根据坐标系的欧拉变换建立了星传感器安装误差的标定数学模型, 提出了一种基于三轴精密转台的星传感器安装误差三位置法地面标定方法。根据安装误差模型, 采用三位置法地面标定方法和最小二乘法进行仿真对比实验, 结果表明, 两种方法的标定精度相近, 在标定结果稳定性上, 三位置法标定方法明显优于最小二乘法, 且三位置法标定方法大大简化了标定流程, 具有一定的工程应用价值。

## 参考文献:

- [1] Chen Qimeng, Zhang Guoyu, Wang Lingyun, et al. Test equipment design of high precision star sensor [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(7): 2234-2239. (in Chinese) 陈启梦, 张国玉, 王凌云, 等. 高精度星传感器测试设备的设计[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(7): 2234-2239.
- [2] Tang Jun, Li Wei, Xu Xuanbin. New method of star sensor's calibration and leading building [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(5): 1610-1615. 唐君, 李伟, 徐轩彬. 一种星传感器光学系统标定与引建的新方法[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(5): 1610-1615.
- [3] Sun Gaofei, Zhang Guoyu, Gao Yujun, et al. Design of star

- sensor ground calibration equipment [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(10): 2822–2827. (in Chinese)
- 孙高飞, 张国玉, 高玉军, 等. 星敏传感器地面标定设备的设计 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(10): 2822–2827.
- [4] Zhang Hui, Tian Hong, Yuan Jiahu, et al. Parameter calibration and error compensation of star sensor [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2005, 32(9): 5–8. (in Chinese)
- 张辉, 田宏, 袁家虎, 等. 星敏传感器参数标定与误差补偿 [J]. 光电工程, 2005, 32(9): 5–8.
- [5] Wang Rong, Xiong Zhi, Liu Jianye, et al. Study on installation error calibration model simulation of star sensor [J]. *System Simulation Technology*, 2013, 9(4): 287–291. (in Chinese)
- 王融, 熊智, 刘建业, 等. 一种星敏传感器安装误差标定模型仿真研究 [J]. 系统仿真技术, 2013, 9(4): 287–291.
- [6] Xia Jiahe, Qin Yongyuan, Wang Yan. Study on calibration method of installation error for star sensor based on SINS[C]//CSAA Annual Academic Conference, 2007: 1–6. (in Chinese)
- 夏家和, 秦永元, 王岩. SINS 辅助星敏传感器安装误差标定方法研究 [C]//中国航空学会学术年会, 2007: 1–6.
- [7] Wang Rong, Xiong Zhi, Liu Jianye, et al. Study on installation error calibration model simulation of star sensor [J]. *System Simulation Technology*, 2013, 9 (4): 287–291. (in Chinese)
- 王融, 熊智, 刘建业, 等. 一种星敏传感器安装误差标定模型仿真研究 [J]. 系统仿真技术, 2013, 9(4): 287–291.
- [8] Liu Lei, Zhang Lu, Zheng Xin, et al. Current situation and development trends of star sensor technology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(S): 529–533. (in Chinese)
- 刘垒, 张路, 郑辛, 等. 星敏传感器技术研究现状及发展趋势 [J]. 红外与激光工程, 2007, 36(S): 529–533.
- [9] Lam Q M, Crassidis J L. Precision attitude determination using a multiple model adaptive estimation scheme [C]//IEEE Aerospace Conference, 2007: 1–20.