

激光陀螺捷联惯导系统多位置系统级标定方法

石文峰¹, 王省书¹, 郑佳兴¹, 战德军¹, 王以忠²

(1. 国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 71345 部队, 湖南 长沙 410073)

摘要: 捷联惯导系统的精度受到自身各种误差因素的影响, 需在使用之前进行精确地标定和补偿。为了更加有效地标定误差, 设计了一种 10 位置系统级标定的方法。利用简化的误差模型和速度误差变化率方程, 建立了所有误差参数与导航误差之间的线性关系。通过设计的 10 位置连续旋转方案对由各项误差参数引起的速度误差进行充分激励, 利用所得数据进行卡尔曼滤波, 计算出包括陀螺仪和加速度计的零偏、标度因数误差、安装误差以及加速度计二次项误差等 24 个误差参数。仿真得到陀螺零偏误差优于 $0.000\ 75(^{\circ})/h$, 加速度计零偏误差优于 $5\ \mu g$, 陀螺和加速度计的安装角误差优于 $1.5''$, 标度因数误差优于 $2\ \text{ppm}$ ($1\ \text{ppm}=10^{-6}$) 系统, 加速度计二次项误差优于 $0.15\times 10^{-6}\ \text{s}^2/\text{m}$ 。另通过 3 组实验验证了重复性, 证明了该方法确实有效。

关键词: 系统级标定; 激光陀螺捷联惯导系统; 误差参数; 卡尔曼滤波

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.1106004

Multi-position systematic calibration method for RLG-SINS

Shi Wenfeng¹, Wang Xingshu¹, Zheng Jiaying¹, Zhan Dejun¹, Wang Yizhong²

(1. College of Opto-electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Unit 71345 of PLA, Changsha 410073, China)

Abstract: The accuracy of strapdown inertial navigation system (SINS) is affected by many error parameters. So it should be calibrated and compensated before put into service. For calibrating error parameters more efficiently, a ten-position systematic calibration method was designed. Firstly, through a simplified error parameter model and the equation of velocity error gradient, linear relationships between navigation errors and all error parameters were established. Secondly, because of the velocity error through designed ten-position consecutive rotation plan, the data of gyros and accelerometers were used to calculate all twenty-four error parameters using Kalman filtering method. In addition, this method was simple and feasible. Through the simulation, gyro bias errors are lower than $0.000\ 75 (^{\circ})/h$; accelerometer bias errors are within $5\ \mu g$; installation angle errors of gyros and accelerometers are better than $1.5''$, scale errors are better than $2\ \text{ppm}$, accelerometer quadratic term is better than $0.15\times 10^{-6}\ \text{s}^2/\text{m}$. Through three groups of experiments, the repeatability of the method is verified, and the method is proved useful.

Key words: systematic calibration; RLG-SINS; error parameter; Kalman filter

收稿日期: 2016-03-07; 修订日期: 2016-04-10

基金项目: 国家自然科学基金(61275002)

作者简介: 石文峰(1988-), 男, 硕士生, 主要从事光电仪器与测控技术方面的研究。Email: swf_moses@163.com

导师简介: 王省书(1963-), 女, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光电仪器与测控技术方面的研究。Email: gfkdwxs@163.com

0 引言

捷联惯导系统(SINS)因其定位精确、体积小、功耗低、操作简便、无需外部信息即可完成自主导航等优点,广泛应用于各种民用、军用领域。但捷联惯导系统是通过其中陀螺和加速度计获取的数据进行自主解算来获得自身的位置和姿态的,所以系统自身的误差会对导航的精度产生很大的影响,并且其误差会随时间累积。在将系统付诸使用之前,需要对这些误差进行标定与补偿,以此来提高捷联惯导系统的使用精度。激光陀螺捷联惯导系统的误差参数主要包括陀螺仪和加速度计的零偏、标度因数误差、非正交安装误差和加速度计二次项误差等。到目前为止,已经有很多种方法来进行误差项标定,如:Savage^[1]给出了一种 21 位置的旋转编排来估计惯性测量单元(IMU)的各项误差;杨晓霞^[2]推导出了捷联惯导系统的一种新的误差参数标定模型,并提出了一套 14 位置转动编排方式的系统级标定方法;谢波^[3]设计了一套 19 位置连续转动标定方案,以最小二乘法对 21 个误差参数进行辨识;吴赛成^[4]设计了一种 27 维卡尔曼滤波器的误差参数标定模型,仅以速度误差为观测量,设计了一套标定路径进行实验研究。江奇渊^[5]额外考虑了加速度计的二次项误差和内杆臂的误差,设计了一种 25 位置转动编排方式,并验证了其可行性。张红良^[6]建立了系统级标定滤波法的滤波器模型,以速度误差和位置误差为观测量,进行系统级标定的方法研究;魏国^[7]在其论文中讨论了位置编排设计的标定误差分离原理,对如何设计编排给出了指导。贾继超^[8]设计了一种 9 位置系统级标定方法,可以快速标定出 15 个误差参数。许多相关学者^[9-12]在误差模型的建立和误差影响的物理机理等方面也进行了深入的研究。

文中在上述研究的基础上,希望找到一种更为简便的标定方法,并且保证其标定精度。利用捷联惯导系统短时间内标度因数变化小的特点,建立了合适的系统误差参数模型,并设计了一套 10 位置连续旋转编排方案。先通过理论推导其对系统 24 个误差项进行标定的可行性,并采用卡尔曼滤波的方法进行仿真,最后通过多组实验,验证了该系统级标定方法可较好地标定出系统的误差参数。

1 系统模型的建立

1.1 误差模型

捷联惯导系统由 3 个激光陀螺和 3 个加速度计组成,其所包含的主要误差包括陀螺和加速度计的零偏、标度因数、安装误差以及加速度计二次项误差。在载体坐标系下定义了这些量的影响:

$$\begin{bmatrix} \delta f_x^b \\ \delta f_y^b \\ \delta f_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{ax} & M_{axy} & M_{axz} \\ M_{ayx} & S_{ay} & M_{ayz} \\ M_{azx} & M_{azy} & S_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{ax} \\ D_{ay} \\ D_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^{b2} \\ f_y^{b2} \\ f_z^{b2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{gx} \\ B_{gy} \\ B_{gz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{gx} & M_{gxy} & M_{gzx} \\ M_{gyx} & S_{gy} & M_{gyz} \\ M_{gzx} & M_{gzy} & S_{gz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ilb_x}^b \\ \omega_{ilb_y}^b \\ \omega_{ilb_z}^b \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: B_{gx} 、 B_{gy} 、 B_{gz} 分别表示 x 、 y 、 z 轴的陀螺零偏; B_{ax} 、 B_{ay} 、 B_{az} 表示 x 、 y 、 z 轴的加表零偏; S_{gx} 、 S_{gy} 、 S_{gz} 表示 x 、 y 、 z 轴陀螺的标度因数误差; S_{ax} 、 S_{ay} 、 S_{az} 表示 x 、 y 、 z 轴加表的标度因数误差; M_{gxy} 、 M_{gzy} 、 M_{gzx} 、 M_{gxx} 、 M_{gyy} 表示陀螺的 6 个非正交安装角; M_{axy} 、 M_{axz} 、 M_{ayz} 、 M_{ayx} 、 M_{azx} 、 M_{azy} 表示加表的 6 个非正交安装角, D_{ax} 、 D_{ay} 、 D_{az} 为加速度计 3 个轴的二次项误差系数。

记 IMU 的非正交坐标系为 $ox_gy_gz_g$, 与 $ox_gy_gz_g$ 对应的理想正交坐标系(参考坐标系)为 $ox_r y_r z_r$ 。 $ox_gy_gz_g$ 、 $ox_r y_r z_r$ 之间的角度关系可用 θ_{xz} 、 θ_{xy} 、 θ_{yx} 、 θ_{yz} 、 θ_{zy} 、 θ_{zx} 6 个参数表示,如图 1 所示。

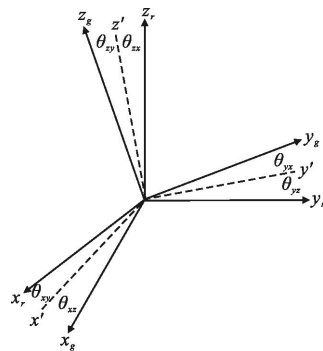


图 1 非正交安装误差示意图

Fig.1 Error of nonorthogonal installation

选取陀螺敏感轴定义载体系如下: oz_r 与 oz_g 重合, oy_r 在 oy_gz_g 平面内, ox_r 与 oy_gz_g 平面垂直,且 $ox_r y_r z_r$ 符合右手系。就有 $\theta_{yx}=\theta_{zx}=\theta_{zy}=0$, 即 $M_{gyx}=M_{gcz}$

$M_{gy}=0$ 。

1.2 系统误差方程

选取东北天坐标系为导航坐标系，捷联惯导系统的姿态角和速度误差为：

$$\begin{cases} \dot{\psi}_y = \omega_{ie} \sin(L) \psi_y - \omega_{ie} \cos(L) \psi_z \delta v_{en}^{ny} / R_M - \varepsilon_x^n \\ \dot{\psi}_x = -\omega_{ie} \sin(L) \psi_x + \delta v_{en}^{nx} / R_N - \omega_{ie} \sin(L) \delta L - \varepsilon_y^n \\ \dot{\psi}_z = \omega_{ie} \cos(L) \psi_x + \tan(L) \delta v_{en}^{nx} / R_N + \omega_{ie} \sin(L) \delta L - \varepsilon_z^n \\ \delta \dot{v}_{en}^{nx} = -g \psi_y + 2\omega_{ie} \sin(L) \delta v_{en}^{ny} - 2\omega_{ie} \cos(L) \delta v_{en}^{nz} + \delta f_x^n \\ \delta \dot{v}_{en}^{ny} = g \psi_x - 2\omega_{ie} \sin(L) \delta v_{en}^{nx} + \delta f_y^n \\ \delta \dot{v}_{en}^{nz} = 2\omega_{ie} \cos(L) \delta v_{en}^{nx} + \delta f_z^n \end{cases} \quad (3)$$

1.3 卡尔曼滤波

将所得到的陀螺、加表数据进行卡尔曼滤波解算。捷联惯导系统误差微分方程为：

$$\dot{X} = FX + GW(t) \quad (4)$$

以速度误差和位置误差为观测量的观测方程为：

$$Z_{v,p} = H_{v,p} X + v_{v,p} \quad (5)$$

上两式中的状态变量为：

$$\begin{aligned} X = & [\psi_x \quad \psi_y \quad \psi_z \quad \delta v_{en}^{nx} \quad \delta v_{en}^{ny} \quad \delta v_{en}^{nz} \quad \delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \\ & B_{gx} \quad B_{gy} \quad B_{gz} \quad B_{ax} \quad B_{ay} \quad B_{az} \quad S_{gx} \quad M_{gyx} \quad M_{gzx} \quad S_{gy} \\ & M_{gyz} \quad S_{gz} \quad S_{ax} \quad M_{ayx} \quad M_{axx} \quad M_{axy} \quad S_{ay} \quad M_{ayz} \quad M_{axz} \\ & M_{ayz} \quad S_{az} \quad D_{ax} \quad D_{ay} \quad D_{az}]^T \end{aligned} \quad (6)$$

2 多位置标定方案设计可行性分析

转动方案如图 2 所示。IMU 初始位置为东北

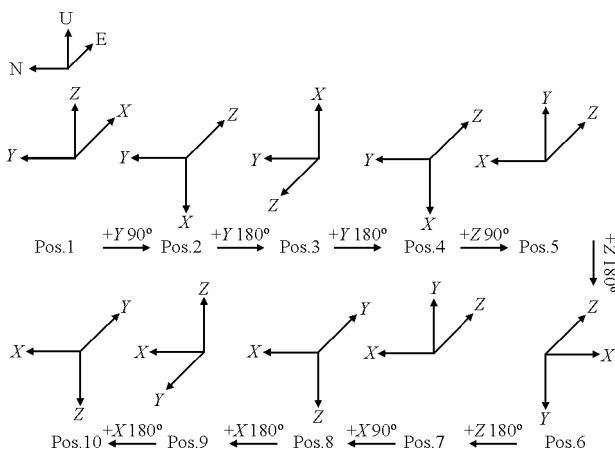


图 2 10 位置转动方案

Fig.2 Ten-position rotation method

天方向，在第 1 个位置上静止 15 min 后按照编排转动到第 2 个位置；然后静止 15 min，再转到第 3 个位置；根据图示中的方案依次转动至第 10 个位置后停止 15 min。利用所得到的陀螺和加表数据对误差参数进行标定。

将公式(3)做适当简化， L 为当地地理纬度， R_M 为地球子午面内半径， R_N 为地球子午面垂直的平面内的半径。去掉高度通道产生的误差，并设标定过程中纬度变化量 $\delta L=0$ ，忽略速度分量 δv_{en}^{nx} 、 δv_{en}^{ny} 和 δv_{en}^{nz} 的影响，可得：

$$\begin{cases} \dot{\psi}_x = \omega_{ie} \sin(L) \psi_y - \omega_{ie} \cos(L) \psi_z - \varepsilon_x^n \\ \dot{\psi}_y = -\omega_{ie} \sin(L) \psi_x - \varepsilon_y^n \\ \dot{\psi}_z = \omega_{ie} \cos(L) \psi_x - \varepsilon_z^n \\ \delta \dot{v}_{en}^{nx} = -g \psi_y + \delta f_x^n \\ \delta \dot{v}_{en}^{ny} = g \psi_x + \delta f_y^n \\ \delta \dot{v}_{en}^{nz} = \delta f_z^n \end{cases} \quad (7)$$

式中： $\delta f^n = C_b^n \delta f^b$ ， $\varepsilon^n = C_b^n \varepsilon^b$ 。这些方程表明：重力加速度 g 和地球速率 ω_{ie} ，作为外部输入量，可使惯性元件的输出发生变化，从而来确定加速度计的误差 δf 和陀螺的误差 ε 。在旋转的开始和结束，速度误差变化率的变化量可以计算需要标定的陀螺和加速度计的误差项。

当 IMU 绕某一个轴完成一次旋转时，由公式(7)可以得到初始时刻 $t=0$ 和最终时刻 $t=T$ 的旋转前后的速度变化率之差：

$$\begin{cases} \delta \dot{v}_x(T) - \delta \dot{v}_x(0) = \Delta \delta f_x - g \Delta \psi_y \\ \delta \dot{v}_y(T) - \delta \dot{v}_y(0) = g \Delta \psi_x + \Delta \delta f_y \\ \delta \dot{v}_z(T) - \delta \dot{v}_z(0) = \Delta \delta f_z \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta \delta f = & C_b^n(T) \left(\begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{ax} & M_{axy} & M_{axz} \\ M_{ayx} & S_{ay} & M_{ayz} \\ M_{axx} & M_{axy} & S_{az} \end{bmatrix} \right) \\ & \left(\begin{bmatrix} f_x^b(T) \\ f_y^b(T) \\ f_z^b(T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{ax} \\ D_{ay} \\ D_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^{b2}(T) \\ f_y^{b2}(T) \\ f_z^{b2}(T) \end{bmatrix} \right) - \end{aligned}$$

$$C_b^n(0) \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{ax} & M_{axy} & M_{axz} \\ M_{ayx} & S_{ay} & M_{ayz} \\ M_{axx} & M_{axy} & S_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^b(0) \\ f_y^b(0) \\ f_z^b(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{ax} \\ D_{ay} \\ D_{az} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x^{b2}(0) \\ f_y^{b2}(0) \\ f_z^{b2}(0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\Delta\psi = - \int_0^T C_b^n(t) \begin{bmatrix} S_{gx} & M_{gxy} & M_{gzx} \\ 0 & S_{gy} & M_{gyz} \\ 0 & 0 & S_{gz} \end{bmatrix} \omega^b dt \quad (10)$$

由于陀螺的零偏误差对姿态的影响是长时间才能够体现的,故在此次编排旋转的短时间内,将其影响忽略不计。将旋转前后的 C_b^n 和 f^b 代入后,可以得到转动的观测方程组。定义:

$$\begin{cases} a_i = \delta\dot{v}_x(T) - \delta\dot{v}_x(0) \\ b_i = \delta\dot{v}_y(T) - \delta\dot{v}_y(0) \\ c_i = \delta\dot{v}_z(T) - \delta\dot{v}_z(0) \\ d_i = \delta\dot{v}_z(T) + \delta\dot{v}_z(0) \end{cases} \quad (11)$$

首先绕 Y 轴正转 90° , 旋转前后有 $C_b^n(0) = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$,

$$C_b^n(T) = \begin{bmatrix} -1 & & \\ & 1 & \\ 1 & & \end{bmatrix}, f^b(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, f^b(T) = \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}。代入公$$

式(9)、(10):

$$\Delta\delta f_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} - g \begin{bmatrix} S_{ax} \\ M_{ayx} \\ M_{axx} \end{bmatrix} + g^2 \begin{bmatrix} D_{ax} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} M_{axz} \\ M_{ayz} \\ S_{az} \end{bmatrix} + g^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ D_{az} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -B_{az} + gM_{axx} - B_{ax} - gM_{axz} \\ B_{ay} - gM_{ayx} - B_{ay} - gM_{ayz} \\ -B_{ax} + gS_{ax} - B_{az} - gS_{az} - g^2D_{ax} - g^2D_{az} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Delta\varphi_1 = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & \\ & 1 & \\ -\sin\theta & \cos\theta & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{gxy} \\ S_{gy} \\ M_{gyy} \end{bmatrix} \omega_y^b dt - \begin{bmatrix} -M_{gxy} + M_{gxy} \frac{\pi}{2} S_{gy} & -M_{gxy} + M_{gxy} \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\begin{cases} a_1 = -B_{az} + gM_{axx} - B_{ax} - gM_{axz} + g \frac{\pi}{2} S_{gy} \\ b_1 = -gM_{gxy} - gM_{gxy} - gM_{ayx} - gM_{ayz} \\ c_1 = -B_{ax} + gS_{ax} - B_{az} - gS_{az} - g^2D_{ax} - g^2D_{az} \\ d_1 = -B_{ax} + gS_{ax} + B_{az} + gS_{az} - g^2D_{ax} + g^2D_{az} \end{cases} \quad (14)$$

接下来的 8 次转动:绕 Y 轴正转 180° 、绕 Y 轴正转 180° 、绕 Z 轴正转 90° 、绕 Z 轴正转 180° 、绕 Z 轴正转 180° 、绕 X 轴正转 90° 、绕 X 轴正转 180° 、绕 X 轴正转 180° 。同理,可得到各次转动的观测方程组。

将 9 次旋转得到的观测方程组综合如下:

$$\begin{cases} a_1 = -B_{az} + gM_{axx} - B_{ax} - gM_{axz} + g \frac{\pi}{2} S_{gy} \\ b_1 = -gM_{gxy} - gM_{gxy} - gM_{ayx} - gM_{ayz} \\ c_1 = -B_{ax} + gS_{ax} - B_{az} - gS_{az} - g^2D_{ax} - g^2D_{az} \\ d_1 = -B_{ax} + gS_{ax} + B_{az} + gS_{az} - g^2D_{ax} + g^2D_{az} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} a_2 = -2B_{az} + g\pi S_{gy} \\ b_2 = 2gM_{gxy} + 2gM_{ayx} \\ c_2 = 2B_{ax} + 2g^2D_{ax} \\ d_2 = 2gS_{ax} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} a_3 = 2B_{az} + g\pi S_{gy} \\ b_3 = -2gM_{gxy} - 2gM_{ayx} \\ c_3 = -2B_{ax} - 2g^2D_{ax} \\ d_3 = 2gS_{ax} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} a_4 = gM_{ayy} + gM_{axx} + gM_{axz} + gM_{ayz} \\ b_4 = -g \frac{\pi}{2} S_{gz} + B_{ax} + gM_{ayy} - B_{ay} + gM_{ayx} \\ c_4 = B_{ay} + gS_{ay} + B_{ax} - gS_{ax} + g^2D_{ay} + g^2D_{ax} \\ d_4 = B_{ay} + gS_{ay} - B_{ax} + gS_{ax} + g^2D_{ay} - g^2D_{ax} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} a_5 = -2gM_{ayy} - 2gM_{gzy} \\ b_5 = -g\pi S_{gz} - 2B_{ax} \\ c_5 = -2B_{ay} - 2g^2D_{ay} \\ d_5 = 2gS_{ay} \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} a_6 = 2gM_{ayy} + 2gM_{gzy} \\ b_6 = -g\pi S_{gz} + 2B_{ax} \\ c_6 = 2B_{ay} + 2g^2D_{ay} \\ d_6 = 2gS_{ay} \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} a_7 = B_{ay} - gM_{ayz} - B_{az} - gM_{axz} + g \frac{\pi}{2} S_{gy} \\ b_7 = -gM_{gxy} - gM_{gxy} - gM_{axz} - gM_{ayy} \\ c_7 = -B_{az} + gS_{az} - B_{ay} - gS_{ay} - g^2D_{az} - g^2D_{ay} \\ d_7 = -B_{az} + gS_{az} + B_{ay} + gS_{ay} - g^2D_{az} + g^2D_{ay} \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} a_8 = -2B_{ay} + g\pi S_{gx} \\ b_8 = 2gM_{gxy} + 2gM_{axz} \\ c_8 = 2B_{ax} + 2g^2D_{ax} \\ d_8 = 2gS_{ax} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} a_9 = 2B_{ay} + g\pi S_{gx} \\ b_9 = -2gM_{gxy} - 2gM_{axz} \\ c_9 = -2B_{ax} - 2g^2D_{ax} \\ d_9 = 2gS_{ax} \end{cases} \quad (23)$$

由上公式(9)可计算得到以陀螺敏感轴为约束方式的标定误差项计算公式,如下所示:

$$\begin{cases} S_{gx} = (a_8 + 2B_{ay})/g\pi \\ S_{gy} = (a_2 + 2B_{ax})/g\pi \\ S_{gz} = -(b_6 - 2B_{ax})/g\pi \\ M_{gxy} = b_2/2g - M_{ayx} \\ M_{gxz} = a_4/g - M_{axy} - M_{axz} - M_{gyz} \\ M_{gzy} = -a_5/2g + M_{axy} \\ B_{ax} + g^2D_{ax} = C_2/2 \\ B_{ay} + g^2D_{ay} = -C_3/2 \\ B_{az} + g^2D_{az} = C_8/2 \\ S_{ax} = d_2/2g \\ S_{ay} = d_5/2g \\ S_{az} = d_8/2g \\ M_{axy} = -b_7/g - M_{axz} \\ M_{axz} = b_8/2g \\ M_{ayy} = -b_1/g - M_{gxy} - M_{ayx} \\ M_{ayx} = -(b_4 - B_{ax} + B_{ay})/g + \pi S_{gz}/2 - M_{axy} \\ M_{axz} = (a_1 + B_{ax} + B_{ay})/g - \pi S_{gy}/2 + M_{axz} \\ M_{ayz} = -(a_7 - B_{ay} + B_{az})/g + \pi S_{gx}/2 - M_{ayz} \end{cases} \quad (24)$$

由此可见,按照设计的 10 位置旋转方案进行运动,能够建立起运动前后速度误差变化率的差值与各项标定误差参数之间的线性运算关系,通过观测系统速度变化率的信息对各个误差参数进行标定。其中加表零偏和加表二次项误差互相耦合,但是在 2 次转动之间静止时对加速度计输出进行时间上的积分,零偏项为常量积分,而二次项系数是对 g^2 的积分,故经过计算可将这两者进行分离。标定陀螺零偏的时候,可以绕 1 个轴转动 180° ,取经过相同长时间的静止的陀螺数据,并利用上述已经解出的误差项来解算该轴上的陀螺零偏。

3 仿真实验验证

3.1 仿真验证

为验证结论的正确性,首先利用 Matlab 软件编

写程序模拟 IMU 按照设计的标定路径进行 9 次转动,并额外再加上绕 X 轴正向旋转 90° 3 次、绕 Y 轴正向旋转 90° 3 次、绕 Z 轴正向旋转 90° 3 次,一共 9 次的运动,以观察各项误差的曲线是否已在 10 位置方案结束的时候收敛完成。设定:初始姿态为 $[0 \ 0 \ 0]$,初始位置为 $[28.221 \ 5^\circ \ 112.992 \ 4^\circ \ 50 \text{ m}]$,初始速度为 $[0 \ 0 \ 0]$,IMU 转动速度为 $10^\circ/\text{s}$,转动间隙静止 10 min,系统采样频率 100 Hz,仿真时长 3 h,完成前 9 次转动所需时间为 1.6 h。真值设置与参数估计结果对比如表 1 所示。

表 1 参数真值设置与仿真估计结果对比

Tab.1 Comparison of true parameters and simulation results

Error parameters	Parameters settings	Simulation results	Estimation errors
Gyro bias error $/(\circ) \cdot \text{h}^{-1}$	0.05/0.05/0.05	0.049 43/	-0.000 57/
		0.050 03/	0.000 03/
		0.049 36	-0.000 74
Gyro scale error/ppm	500/500/500	501.32/	1.32/
		499.68/	-0.32/
Gyro installation error/ $''$	200/200/200	198.98/	-1.02/
		200.74/	0.75/
Accelerometer bias error/ μg	200/200/200	199.52	-0.48
		196.16/	-3.84/
Accelerometer scale error/ppm	500/500/500	196.58/	-3.42/
		195.23	-4.77
Accelerometer installation error/ $''$	200/200/200	499.84/	-0.16/
		499.67/	-0.33/
Accelerometer quadratic term error $/10^{-6} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$	50/50/50	499.44	-0.56
		201.36/199.25/	1.36/-0.75/
		199.89/200.68/	-0.11/0.68/
		200.42/199.36	0.42/-0.64

由表可知,陀螺零偏的估计误差在 $0.000 \ 75^\circ/\text{h}$ 以内,陀螺标度因数误差在 2ppm 以内,陀螺安装误差在 $1''$ 以内,加速度计零偏在 $5 \mu\text{g}$ 以内,加速度计标度因数误差在 0.6ppm 以内,加速度计安装误差在 $1.5''$ 以内,加速度计二次项误差在 $0.15 \times 10^{-6} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ 以内。

3.2 实验验证

实验采用某型激光陀螺捷联惯导系统,由 3 个激光陀螺和 3 个加速度计组成,输出为脉冲数。实验过程中不采用转台,直接人工在平板上完成翻转。按

照仿真时的“9+9”旋转方案进行实验,转动间隔为 15 min,每次耗时约 5 h。图 3 为各项误差参数的卡尔曼滤波收敛图。可以观察到,在 2.5 h 以后,曲线基本能够完成收敛,继续翻转系统验证误差是否已经稳定时,曲线略有波动但是幅度不大,这可能是由于人工操作时无法精确的满足速度为零、位置不变这一

前提条件而造成的误差。可以说明,10 位置系统级标定方法对陀螺和加速度计零偏、标度因数、安装误差和加表二次项误差是完全可观测,能够完成基本完成标定任务。为了对标定的重复性进行验证,进行 3 组实验,开机预热 12 h 后,连续进行实验,每组实验间隔 1 h。重复性效果分析如表 2 所示。

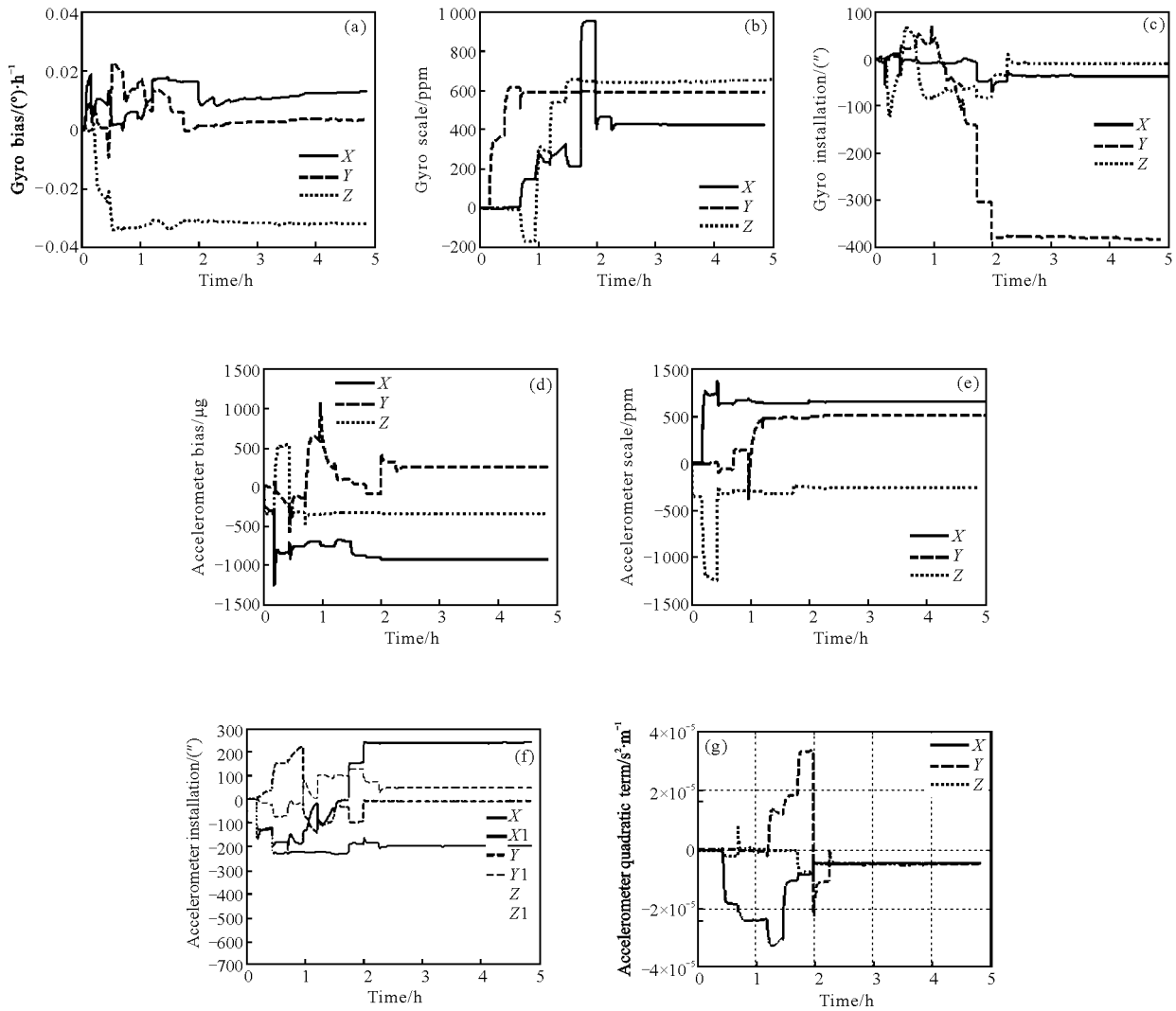


图 3 误差参数的卡尔曼滤波收敛图

Fig.3 Kalman filter convergence graphs of error-parameters

从表中可以观察到,第 2 组数据与第 3 组数据的重复性是很好的。陀螺零偏误差在 $0.0003\text{ (}^\circ\text{)/h}$ 以内,陀螺标度因数误差在 2 ppm 以内,陀螺安装误差在 $1'$ 以内,加表零偏误差在 $2\text{ }\mu\text{g}$ 以内,加表标度因

数误差在 1 ppm 以内,加表安装误差在 $1'$ 以内,加表二次项误差在 10^{-5} 以内。而第 1 组实验中的加表零偏和加表比例因子误差相比于第 2 组和第 3 组的重复性稍差,其中加表零偏在 $5\text{ }\mu\text{g}$ 以内,加表比例因子误

差在 8 ppm 以内。

表 2 重复性效果分析

Tab.2 Analysis of repeatability

Error parameter	First group	Second group	Third group
Gyro bias error/ (°)·h ⁻¹	0.015 1/	0.015 5/	0.015 8/
	0.003 1/	0.003 4/	0.003 2/
	-0.033 1	-0.033 5	-0.033 3
Gyro scale error/ppm	422.6/593.7/	422.7/594.7/	422.7/593.1/
	650.3	649.5	650.4
Gyro installation error/(")	-35.8/-384.3/	-35.2/-383.1/	-35.3/-383.1/
	-5.5	-5.1	-4.8
Accelerometer bias error/μg	-925.7/238.8/	-920.1/242.9/	-921.9/242.5/
	-340.2	-341.9	-342.8
Accelerometer scale error/ppm	659.9/500.7/	651.9/503.4/	651.9/502.7/
	-265.8	-263.5	-263.8
Accelerometer installation error /(")	-198.0/236.7/	-198.1/236.5/	-197.9/235.8/
	-9.4/43.3-	-9.3/43.1/	-9.4/43.1/
Accelerometer quadratic term error /10 ⁻⁶ ·s ² ·m ⁻¹	617.4/-2.2	-617.2/-1.9	-617.6/-2.1
	-4.629/-6.422	-4.539/-6.480	-4.218/-6.553
	/-3.691	/-3.545	/-3.255

从整体上看,3 组实验中陀螺的误差参数重复性都非常好,加表的安装误差的重复性也非常好,加表零偏和加表标度因数误差的重复性稍差,但是也能够满足实际标定的需求。因此可以说文中的标定重复性是很好的。

4 结 论

针对捷联惯导系统中存在的各种误差,文中建立了一种合适的系统误差参数模型,设计了 1 套 10 位置旋转编排方案。理论分析了其对系统 24 个误差项进行标定的可行性,并利用仿真、实验对该方案进行了验证。仿真得到陀螺零偏误差优于 0.000 75(°)/h,加速度计零偏误差优于 5 μg,陀螺和加速度计的安装角误差优于 1.5",标度因数误差优于 2 ppm,加速度计二次项误差在 以内。通过 3 组实验验证了该方法的重复性是较好的,陀螺零偏误差在 0.000 3(°)/h 以内,陀螺标度因数误差在 2 ppm 以内,陀螺安装误差在 1'以内,加表零偏误差在 2 μg 以内,加表标度因数误差在 1 ppm 以内,加表安装误差在 1'以内,加

表二次项误差在 0.4×10⁻⁶ s²/m 以内。相较以前的方案,文中所提出的新的转动编排具有所需时间较短、精度较高等特点,并且由于采用卡尔曼滤波法进行标定,所以无需高精度转台就能够完成标定,实用性较强。另外,其理论推导方法也为论证旋转编排方案的可行性提供了 1 种新思路。该系统级标定方法具有较好的工程应用参考价值。

参考文献:

- [1] Savage P G. Strapdown Analytics [M]. Maple Plain, Minnesota: Strapdown Associates, Inc, 2007.
- [2] Yang Xiaoxia, Huang Yi. Observability analysis for error states of SINS under outer field conditions [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(6): 657-664. (in Chinese) 杨晓霞, 黄一. 外场标定条件下捷联惯导系统误差状态可观测性分析[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(6): 657-664.
- [3] Xie Bo, Qin Yongyuan, Wan Yanhui. Multiposition calibration method of laser gyro SINS [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2011, 19(2): 157-162, 169. (in Chinese) 谢波, 秦永元, 万彦辉. 激光陀螺捷联惯导系统多位置标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(2): 157-162, 169.
- [4] Wu Saicheng. Research on key technology of high-precision attitude measurement system with ring laser gyroscope [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese) 吴赛成. 船用高精度激光陀螺姿态测量系统关键技术研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
- [5] Jiang Qiyuan, Tang Jianxun, Han Songlai, et al. Systematic calibration method based on 36-dimension Kalman filter for laser gyro SINS [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(5): 1579-1586. (in Chinese) 江奇渊, 汤建勋, 韩松来, 等. 36 维 Kalman 滤波的激光陀螺捷联惯导系统级标定方法 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(5): 1579-1586.
- [6] Zhang Hongliang. Research on error parameters estimation for High-precision RLG -SINS [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese) 张红良. 陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- [7] Wei Guo. Research on some key technologies for double-axis rotation inertial navigation system with mechanically dithered ring laser gyroscope [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013. (in Chinese)

- 魏国. 二频机抖激光陀螺双轴旋转惯性导航系统若干关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.
- [8] Jia Jichao, Qin Yongyuan, Zhang Bo, et al. New fast systematic calibration method for RLG-SINS [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2014, 22(1): 23-25. (in Chinese)
贾继超, 秦永元, 张波, 等. 激光陀螺捷联惯导系统外场快速标定新方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(1): 23-25.
- [9] Yu Hailong, Lv Xinming, Tang Jianxun, et al. Establishment and analysis of high-order error model of laser gyro SINS[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42 (9): 2375-2379. (in Chinese)
于海龙, 吕信明, 汤建勋, 等. 激光捷联惯导系统高阶误差模型的建立与分析 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(9): 2375-2379.
- [10] Chu Hairong, Duan Zhen, Jia Hongguang, et al. Error model and simulation of strapdown inertial navigation system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, 17 (11): 2779-2785. (in Chinese)
储海荣, 段镇, 贾宏光, 等. 捷联惯导系统的误差模型与仿真[J]. 光学 精密工程, 2009, 17(11): 2779-2785.
- [11] Du Hailong, Zhang Ronghui, Liu Ping, et al. Realization of attitude algorithm module in strapdown inertial guidance system[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2008, 16(10): 1956-1962. (in Chinese)
杜海龙, 张荣辉, 刘平, 等. 捷联惯导系统姿态解算模块的实现[J]. 光学 精密工程, 2008, 16(10): 1956-1962.
- [12] Zhang H, Wu Y, Wu M. A multi-position calibration algorithm for inertial measurement units [Z]. Honolulu, Hawaii: 2008.