

## 基于方向性模型的红外焦平面阵列混叠效应研究

郑博<sup>1,2</sup>, 王健<sup>1</sup>, 许文斌<sup>1</sup>, 王晓东<sup>1</sup>, 孙强<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 提出一种定量评价红外焦平面阵列混叠效应的方法, 这种方法基于采样传递函数和混叠效应的方向性, 建立了焦平面阵列设计参数与混叠效应间的定量关系。利用此方法定量分析了矩形阵列和六边形阵列的混叠情况, 结果表明: 六边形阵列的混叠值较矩形高 4%。完成了混叠效应对焦平面阵列任意方向上等效带宽的修正, 进而分析混叠对其成像质量的影响, 结果表明: 当考虑混叠时, 矩形阵列的成像质量较六边形高 11%。

**关键词:** 混叠效应; 方向性; 红外焦平面阵列; 成像质量

**中图分类号:** TN216 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201645.1104001

## Aliasing effect of the IR focal plane arrays based on angular-dependence model

Zheng Bo<sup>1,2</sup>, Wang Jian<sup>1</sup>, Xu Wenbin<sup>1</sup>, Wang Xiaodong<sup>1</sup>, Sun Qiang<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A method to determine the aliasing effects of infrared focal plane arrays was proposed, and specifically the aliasing value in each direction was determined based on the angular dependence of both sample transfer function and aliasing equation. The mean value as the aliasing value of the array was defined. Further, this model was used to calculate the aliasing value of the rectangular and hexagonal lattices of the same pixel, showing that the hexagonal lattice's aliasing value is higher by 4%. The equivalent bandwidth in each direction of the staring array was corrected allowing for the degradation caused by the aliasing effects. The image quality of rectangular and hexagonal lattices with aliasing effects was quantified, showing that the rectangular lattice in the sense of image-quality is superior to the hexagonal lattice by 11%.

**Key words:** aliasing effects; angular-dependence; infrared focal plane array; image quality

收稿日期: 2016-03-05; 修订日期: 2016-04-10

基金项目: 吉林省重点科技攻关项目(20140204030GX, 20140204058GX)

作者简介: 郑博(1988-), 男, 博士生, 主要从事红外成像系统性能评价方面的研究。Email: 2629164931@qq.com

导师简介: 王晓东(1965-), 男, 博士生导师, 博士, 主要从事红外成像系统性能评价、光电探测与检测及信息处理方面的研究。

Email: Wangxd@ciomp.ac.cn

## 0 引言

红外焦平面阵列是具有典型空间抽样特征的离散成像系统,混叠效应对其成像质量具有重要影响,它将污染红外图像的高频信息进而降低其空间分辨率。如何定量评价红外焦平面阵列的混叠效应一直是红外成像系统性能评价的重要内容,其评价的结果也对混叠抑制算法的提出和探测器性能的改进具有指导意义。

传统的香农采样理论<sup>[1]</sup>用像元间隔的倒数表征混叠量,这种方法能对传统的矩形阵列混叠做出简便的评价,但它无法对其做出解释也不适用于非矩形阵列及各向异性传递函数所引入的混叠<sup>[2]</sup>。为此,国内外许多学者都给出了新的混叠效应评价方法,并试图建立其与成像质量的定量的关系。Vollmerhausen 通过感知实验<sup>[3]</sup>确定混叠效应对焦平面阵列探测性能的影响,利用压缩系数度量了其混叠效应。张海涛<sup>[3]</sup>等人提出基于矢量傅里叶变换的混叠效应分析方法,给出了余弦图像基元的混叠表达式。崔建平等人<sup>[4]</sup>基于 ANN 法和信息理论把混叠看作系统的噪声并对其进行评价。沈同圣<sup>[5]</sup>引入结构相似度评价混叠效应对成像质量的影响。以上这些方法都基于采样图像的空间频谱信息,在建模过程中没有考虑离散阵列的空间移变性对混叠的影响,也未能建立探测器的设计参数与混叠的定量关系,难以在实际评价工作中使用。

文中建立了焦平面阵列任意方向上采样传递函数和混叠方程,进而提出一种混叠效应定量评价方法。利用此方法定量的评价矩形和六边形阵列的混叠效应,并分析混叠对其成像质量的影响,建立焦平面阵列结构参数和成像质量的定量关系。其结果将指导红外焦平面阵列的设计和优化,以及红外图像处理过程中抑制混叠和重建算法的提出。

## 1 混叠效应定量评价模型

图 1 矩形阵列在水平和垂直方向上采样间隔相同,为  $\Delta$ ,像元形状为边长为  $p$  的正方形。

在矩形阵列的  $\theta$  方向上,像素的大小为  $p_\theta$ ,采样间隔为  $\Delta_\theta$ ,其中  $\theta$  定义为该方向与水平方向的夹角,定义最左下角处的采样点为原点,则  $\theta$  的取值范围

为  $0 \sim \pi/2$ 。矩形阵列任意方向上的采样都可以看成是一维的离散采样过程,Kai M.Hock 等人<sup>[6-7]</sup>实验表明,其采样过程具有线性移变性,采样图像与像元的相对位置将影响采样结果。设  $\zeta'$  为正弦函数与像元中心的偏移量, $\zeta'$  在采样间隔范围内均匀取值,其对应的采样结果为均匀分布的随机变量。 $\theta$  方向上离散采样的期望值由如下公式给出:

$$E(A) = \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \int_{-pe/2}^{pe/2} A \cos(2\pi f \zeta') d\zeta' d\zeta' \quad (1)$$

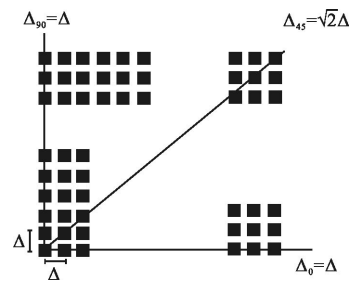


图 1 矩形阵列的示意图

Fig.1 Rectangular lattices

因此  $\theta$  方向上的采样传递函数为:

$$PTF_{\theta} = \frac{E(A)}{A} = \text{sinc}(p f_\theta) \text{sinc}(\Delta_\theta f_\theta) \quad (2)$$

式中  $f_\theta$  为该方向上的空间频率。对公式(2)的分析可见,尽管在矩形阵列的不同方向上离散采样的传递函数具有相同形状,但在不同方向上其带宽不同,由于  $p_\theta \leq \Delta_\theta$ ,故带宽由该方向上的采样间隔确定,由图 1 可见在水平和垂直方向上其采样间隔最小,带宽最宽,在最靠近水平和垂直的方向上采样间隔最大,带宽最窄。

图 2 为六边形阵列,其像元排列为等边六边形形状,边长为  $\Delta$ ,在水平方向同一行像元间隔为  $\Delta$ ,相邻两行像元间隔为  $1/2\Delta$ ,垂直方向上相邻两行像

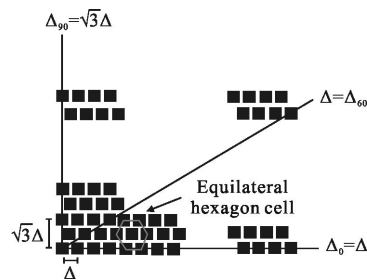


图 2 六边形阵列示意图

Fig.2 Hexagonal lattices

元间隔为  $\sqrt{3}/2\Delta$ , 像元尺寸和形状为边长为  $p$  的正方形。

用同样的方法计算其任意方向上的采样传递函数<sup>[8]</sup>, 得到  $\theta$  方向的采样传递函数与公式(2)具有相同的形式, 由于六边形阵列在  $0^\circ$  和  $60^\circ$  方向上采样间隔最小故其带宽最宽, 在最靠近水平的方向上采样间隔最大, 其带宽最窄。

由香农采样定理的矢量表达式<sup>[8]</sup>, 采样阵列在  $\theta$  方向上的输出结果为:

$$f(r_\theta) = m(r_\theta) \sum_{n=0}^{N_\theta} w(r_\theta - n\Delta_\theta) \quad (3)$$

式中:  $m(r_\theta)$  为成像在探测器上的点扩散函数;  $N_\theta$  为  $\theta$  方向上的采样点数。对公式(3)进行傅里叶变换得:

$$F(f_\theta) = \text{PTF}_\theta(f_\theta) + \sum_{n=1}^{N_\theta} \text{PTF}_\theta(f_\theta + n\zeta_\theta) \quad (4)$$

式中:  $\zeta_\theta$  为  $\theta$  方向上奈奎斯特频率  $\zeta_\theta = \frac{1}{\Delta_\theta}$ 。由公式(4)

可见, 像元间隔的变化对混叠将产生两方面的影响, 且这两方面的影响相互抑制。比如, 较小的像元间隔对应较大的奈奎斯特频率, 这使得混叠值较小, 但同时小的像元间隔对应的采样传递函数带宽较宽, 这将使混叠值变大。对公式(4)的第一项和第二项分别进行傅里叶逆变换, 得到输出图像的空间域描述<sup>[9]</sup>:

$$f'(r_\theta) = m_\theta(r_\theta) + n_\theta(r_\theta) \quad (5)$$

对比公式(3),  $n_\theta(r_\theta)$  可以看成是因混叠效应而产生的加性噪声<sup>[10]</sup>。因此, 采样阵列  $\theta$  方向上奈奎斯特频带内的信噪比的倒数为:

$$A_{\theta} = \frac{\left| \sum_{n=1}^{N_\theta} \int_{-\frac{1}{2\Delta_\theta}}^{\frac{1}{2\Delta_\theta}} \text{PTF}_\theta(f_\theta - n\zeta_\theta) df_\theta \right|}{\left| \int_{-\frac{1}{2\Delta_\theta}}^{\frac{1}{2\Delta_\theta}} \text{PTF}_\theta(f_\theta) df_\theta \right|} \quad (6)$$

该式可以定量描述焦平面阵列  $\theta$  方向上的混叠量, 由任意方向上的采样传递函数分析可知  $\text{PTF}_\theta$  与方向有关, 由此,  $A_\theta$  与方向有关, 即混叠效应具有方向性。整个采样阵列的混叠值定义为奈奎斯特频带内的信噪比对于方向的平均值:

$$A = \frac{\sum_{0^\circ}^{90^\circ} A_\theta}{N} \quad (7)$$

式中:  $N$  为采样阵列的方向数。至此, 可以利用公式(7)对采样阵列的频谱混叠进行定量的评价。

## 2 混叠值定量评价实验

利用公式(7)可以通过红外焦平面阵列的设计参数, 定量评价其混叠。图3为矩形阵列和六边形阵列混叠值的评价结果。实验中两种阵列的像元形状和尺寸相同, 不改变像元间隔, 得到混叠值随采样点数变化的情况。

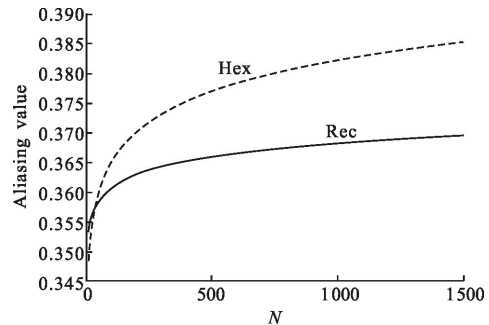


图 3 混叠值随采样点数的变化(阵列的大小为  $N \times N$ )

Fig. 3 Aliasing value as function of  $N$  (lattice size equals  $N$  by  $N$  points)

可以看出:(1) 两种阵列的混叠值随采样点数而升高, 其升高的速度不断放缓, 这是因为随着采样点数增加, 阵列中采样方向的数量升高, 采样方向的数量对应频域中混叠至基带的高阶谱的个数, 这造成了混叠值的不断升高, 同时新增加的方向上采样距离的变化不大, 这对应高阶谱混叠至基带部分不大, 最终导致随采样点数的升高混叠值变化的速度放缓。这与 NVTherm 评价模型结果相吻合: 随着采样点数的增加高阶谱数量增多, 其混叠至基带的高频部分也相应增加, 但由于频域中高阶谱与基带的距离变远, 这使得新增加的高阶谱对应的混叠量不大, 最终导致混叠值升高的速度放缓。(2) 六边形阵列的混叠值较矩形高。参考文献[11-12]指出六边形阵列各方向上像元间隔都较矩形阵列小 15.4%, 由公式(4)的分析表明: 较小的像元间隔虽然会使奈奎斯特频率变大, 抑制频谱混叠, 但同时较小的像元间隔对应采样传递函数带宽较宽, 这又增加了频谱混叠。实验结果表明: 对于六边形阵列, 较小的采样间隔最终使其混叠值较高。

通过对实验数据的拟合, 得到阵列混叠值与像元个数的函数关系, 六边形阵列为  $0.3329N^{0.02}$ , 矩形为  $0.346N^{0.009}$ , 六边形阵列的混叠值较矩形高 4%。

### 3 混叠效应对焦平面阵列成像质量的影响

#### 3.1 混叠效应对焦平面阵列等效带宽的修正

混叠将污染图像的高频信息降低其空间分辨率, Vollmerhausen 通过感知实验表明这种影响可以用虚假响应因子来表征, 并通过压缩系数对调制传递函数进行修正<sup>[12]</sup>。利用这种方法, 定义  $\theta$  方向的虚假响应因子为:

$$SR_{\theta} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{N_{\theta}} PTF_{\theta}(f_{\theta}-n\zeta_{\theta}) df_{\theta}}{\int_{-\infty}^{\infty} PTF_{\theta}(f_{\theta}) df_{\theta}} \quad (8)$$

带内的虚假响应因子限制在奈奎斯特频率以内, 定义为:

$$SR_{\theta, out-band} = \frac{\int_{-\frac{1}{2\Delta_{\theta}}}^{\frac{1}{2\Delta_{\theta}}} \sum_{n=1}^{N_{\theta}} PTF_{\theta}(f_{\theta}-n\zeta_{\theta}) df_{\theta}}{\int_{-\infty}^{\infty} PTF_{\theta}(f_{\theta}) df_{\theta}} \quad (9)$$

带外虚假响应因子则为:

$$SR_{\theta, out-band} = SR_{\theta} - SR_{\theta, in-band} \quad (10)$$

对于目标辨认任务, 探测器阵列因混叠而引起的性能退化通过压缩因子修正<sup>[14]</sup>:

$$f_{\theta, squeeze} = 1 - 0.58 SR_{\theta, out-band} \quad (11)$$

则混叠效应对阵列  $\theta$  方向上的采样传递函数的修正结果为:

$$MTF_{\theta, modification} = PTF_{\theta} f_{\theta, squeeze} \quad (12)$$

凝视阵列  $\theta$  方向上的成像质量用该方向上的等效带宽定量描述<sup>[10]</sup>, 将修正的阵列采样传递函数代入到等效带宽公式中:

$$BW_{\theta, modification} = \int_0^{\infty} PTF_{\theta, modification}(f_{\theta}) df_{\theta} \quad (13)$$

将混叠效应压缩因子代入得:

$$BW_{\theta, modification} = BW_{\theta} - 0.58 \int_0^{\infty} SR_{\theta, out-band} PTF_{\theta} df_{\theta} \quad (14)$$

式中:  $BW_{\theta}$  为未考虑混叠效应时采样阵列的等效带宽; 第二项为阵列的  $\theta$  方向上混叠效应引起的成像质量的退化, 由于混叠效应的方向性, 不同方向上成像质量退化的程度不同。

整个阵列等效带宽的混叠效应修正结果为:

$$BW_{total, modification} = \sum_{\theta=0}^{90^{\circ}} BW_{\theta} - 0.58 \sum_{\theta=0}^{90^{\circ}} \int_0^{\infty} SR_{\theta, out-band} PTF_{\theta} df_{\theta} \quad (15)$$

至此, 可以利用公式(15)对带有混叠效应的焦

平面阵列的成像质量进行评价, 分析混叠效应对阵列成像质量的影响。

#### 3.2 矩形阵列和六边形阵列的成像质量

利用公式(15)可以对带有混叠的矩形和六边形阵列的成像质量做出评价。图 4 为矩形和六边形阵列成像质量的修正结果, 实验中两种阵列的像元形状和尺寸相同, 不改变像元间隔, 得到等效带宽随采样点数变化的情况。

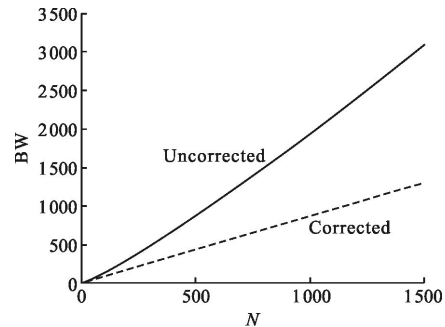


图 4 矩形阵列混叠修正前后的成像质量曲线  
Fig.4 Corrected and uncorrected image quality curves of rectangular lattices

图 4 为矩形阵列修正前后的成像质量曲线, 通过实验数据的拟合, 得到成像质量与阵列像元数量的函数关系, 修正前为  $0.6198N^{1.164}$ , 修正后为  $0.7927N^{1.012}$ , 混叠使矩形阵列的成像质量降低了 58%。图 5 为六边形阵列修正前后的成像质量曲线, 通过实验数据拟合, 得到成像质量与阵列像元数量的函数关系, 修正前为  $0.7485N^{1.153}$ , 修正后为  $1.35N^{0.9223}$ , 混叠使六边形阵列的成像质量降低了 65%。由以上函数计算可知, 当不考虑混叠效应时, 六边形阵列的成像质量较矩形高 12%, 这与参考文献[11-12]的实验结果吻合。图 6 为矩形阵列和六边形阵列混叠修正的成像

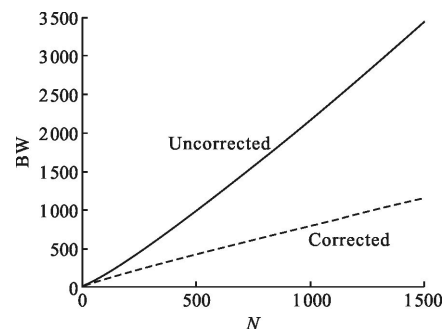


图 5 六边形阵列混叠修正前后的成像质量曲线  
Fig.5 Corrected and uncorrected image quality curves of hexagonal lattices

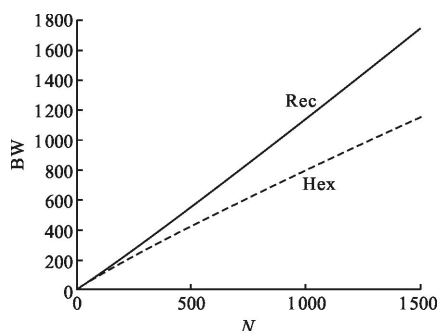


图 6 矩形阵列和六边形阵列混叠修正的成像质量曲线

Fig.6 Corrected image quality curves of rectangular and hexagonal lattices

质量曲线,当考虑焦平面阵列的混叠时,矩形阵列的成像质量较六边形高 11%,这表明尽管修正前六边形阵列的成像质量较高,但由于其较高的混叠值使其成像质量退化的程度也较高,最终导致六边形成像质量较矩形低。

### 3.3 几种典型的红外焦平面探测器的混叠效应和成像质量比较

表 1 中为几种典型的红外焦平面阵列混叠效应和成像质量的分析结果。由表 1 可见,像元数量较低其混叠值较低,但其成像质量也较低,这与之前的分析相符合。

表 1 几种典型的红外焦平面探测器的混叠值和成像质量比较

Tab.1 Aliasing value and image-quality of several presentative FPAs

| FPA                    | Aliasing value | Image-quality |
|------------------------|----------------|---------------|
| 288×4<br>288 μm×43 μm  | 0.357 1        | 28.067 5      |
| 320×256<br>30 μm×30 μm | 0.364 0        | 242.82        |
| 400×300<br>25 μm×25 μm | 0.364 6        | 297.561       |
| 160×120<br>17 μm×17 μm | 0.361 7        | 116.536       |
| 640×520<br>15 μm×15 μm | 0.366 3        | 193.553       |
| 640×480<br>25 μm×25 μm | 0.366 2        | 473.963       |

## 4 结 论

提出一种基于方向性的混叠效应评价方法,并

利用此方法定量评价混叠效应对焦平面阵列成像质量的影响,建立焦平面阵列结构参数(测元间隔、数量和阵列的几何形状)和成像质量的定量关系。利用这种方法评价矩形和六边形阵列的混叠情况,结果表明:在像元尺寸和数量相同情况下,六边形的混叠值较矩形高 4%。完成混叠效应对焦平面阵列等效带宽的修正,进而分析混叠效应对矩形和六边形阵列成像质量的影响,结果表明:当考虑阵列采样传递函数的混叠效应时矩形阵列的成像质量降低了 58%,六边形阵列降低了 65%,矩形阵列的成像质量较六边形高 11%。

### 参 考 文 献:

- [1] Bracewell R N. Two-Dimensional Imaging Signal Processing Series[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [2] Ander's Almansa, Sylvain Durand, Bernard Roug'e. Measuring and improving image resolution by adaptation of the reciprocal cell [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2004, 21: 235-279.
- [3] Richard H Vollmerhausen, Ronald G Driggers, Barbara G Driggers. Influence of sampling on target recognition and identification[J]. *Opt Eng*, 1999, 38(5): 763-772.
- [4] Cui Jianping, Wang Jihui, Jin Weiqi. Performance evaluation method of discrete sampling on the focal plane thermal imaging systems[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(8): 1973-2007. (in Chinese)  
崔建平, 王吉晖, 金伟其. 焦平面热成像系统离散采样性能评价方法[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(8): 1973-2007.
- [5] Shen Tongsheng, Shi Haoran, Lou Shuli. Analysis of the effects of fill factor on image quality of micro-scanning system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44 (8): 2292-2297. (in Chinese)  
沈同圣, 史浩然, 楼树理. 填充因子对微扫描系统成像质量影响分析 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44 (8): 2292-2297.
- [6] Hock Kai M. Effect of oversampling in pixel arrays [J]. *Opt Eng*, 1995, 34(5): 1281-1288.
- [7] Luigi de Luca, Gennaro Cardone. Modulation transfer function cascade model for a sampled IR imaging system [J]. *Applicated Optics*, 1991, 30(13): 1659-1664.
- [8] Barnard Kenneth J, Boreman Glenn D. Modulation transfer function of hexagonal staring focal plane arrays [J]. *Opt Eng*, 1991, 30(12): 1915-1919.

- [9] Zhang Haitao, Zhao Dazun. Quantitative analysis of aliasing effects in opto-electric imaging system [J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, 19(12): 1649–1654. (in Chinese)  
张海涛, 赵达尊. 光电成像系统混淆效应的定量分析[J]. 光学学报, 1999, 19(12): 1649–1654.
- [10] Park S K, Hazra R. Aliasing as noise: a quantitative and qualitative assessment [C]//SPIE, 1999, 1961: 2–13.
- [11] Hadar O, Dogariu A, Boreman G D. Angular dependence of sampling MTF[C]//SPIE, 1997, 3110: 536–547.
- [12] Hadar Ofer, Boreman Glenn D. Oversampling requirements for pixelated-imager systems [J]. *Opt Eng*, 1998, 38(5): 782–785.
- [13] Driggers R G, Vollmerhausen R, Kande B O. Sampled imaging sensor design using the MTF squeeze model to characterize spurious response[C]//SPIE, 1999, 3701: 61–73.
- [14] Wang Xiaorui, Zhang Jianqi. Quantitative characterization of the limiting resolution of a microscanning imager [J]. *Opt Soc Am A*, 2006, 23(8): 1865–1869.