第 44 卷第 9 期 红外与激光工程 2015 年 9 月
Vol.44 No.9 Infrared and Laser Engineering Sep. 2015

基于模板匹配的莫尔条纹倾角计算

何 帆,白 剑,侯西云

(浙江大学 现代光学仪器国家重点实验室,浙江 杭州 310027)

摘 要: 提出了一种基于模板匹配的亚像素处理方法, 可以精确计算出在大口径长焦距测量过程中出现的莫尔条纹的角度。基于泰伯效应和莫尔条纹干涉的长焦距测量方法是一种高精度的焦距测量方法。理论分析表明:这种测量方法的精度很大程度上依赖于莫尔条纹角度的精度。之前是通过迭代算法在亚像素域中寻找莫尔条纹频谱的最大值点来计算莫尔条纹的角度。然而实验过程中得到的莫尔条纹往往会出现不同程度的弯曲和畸形,这会大大影响这种方法的测量精度。从改进测算角度算法这个角度出发,针对傅里叶变换后的频谱图,基于模板匹配的思想,对各种莫尔条纹进行二维正态分布拟合,找出频谱点精确坐标,从而精确测量莫尔条纹角度。理论分析和软件仿真表明:这种方法具有高精度、高稳定等优点,能有效提高长焦距的测量精度。

关键词: 长焦距测量; 莫尔条纹; 亚像素; 模板匹配

中图分类号: TH741 **文献标志码**: A **文章编号**: 1007-2276(2015)09-2825-06

Calibration method for angular measurement of Moiré patterns based on template matching

He Fan, Bai Jian, Hou Xiyun

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: A high-accuracy calibration method for angular measurement of deformed and curved Moiré patterns, based on template matching algorithm, was presented. It was feasible and accurate method, based on Talbot interferometry and Moiré deflectometry, to measure long focal-length lenses. Theoretical analysis indicated that the precision of this method was mainly influenced by the angle of Moiré patterns. However, it was difficult to obtain high-accuracy angle of Moiré patterns, since the Moiré patterns derived from experiment were constantly deformed or curved. A method based on template matching algorithm, was demontrated to calibrate deformed and curved Moiré patterns, thus their angle can be calculated fast and accurately in sub-pixel domain. Numerical analysis and simulation prove that the method mentioned above demonstrates high precision and stability, and experiment results show that the accuracy of the long focal lengths measurement is improved obviously.

Key words: long focal-length measurement; Moiré patterns; sub-pixel; template matching

---

收稿日期:2015-01-11; **修订日期**:2015-02-13

基金项目:国家自然科学基金(61007001)

作者简介:何帆(1990-),男,硕士生,主要从事光学检测方面的研究。Email: sailhf@126.com

导师简介:白剑(1967-),男,教授,博士,主要从事二元光学、微光学、光电检测和全景成像等方面的研究。Email: bai@zju.edu.cn

0 引 言

大口径长焦距透镜在大型高功率激光系统中具有重要作用,如国内惯性约束核聚变(ICF)激光驱动器、美国国家点火装置(NIF)等。焦距是透镜最重要的参数之一,精确测量透镜特别是长焦距透镜的焦距对于整个系统有着特别重要的意义。测量长焦距的方法有很多种,比如菲涅耳全息法[1]、光学整形法[2]、差动共焦聚焦法[3]等。这些方法的测量精度受测量环境的影响特别大,为了克服这个问题,笔者采用了一种基于 Ronchi 光栅和泰伯效应的长焦距测量方法[4-5]。该方法是利用泰伯效应的"自成像"和莫尔条纹图放大特性的一种波前相位信息测量方法,能有效测量长焦距透镜的焦距。通过对 Ronchi 光栅的泰伯像与 Ronchi 光栅所产生的莫尔条纹角度的计量来测量长焦距。理论分析表明:莫尔条纹角度的测量误差引起的焦距误差占整个误差的 90%[6]。目前主要通过迭代算法在亚像素域中寻找莫尔条纹频谱的最大值点来计算条纹角度[7]。然而,一旦实验过程中得到的莫尔条纹出现弯曲或者畸形,这种方法将很难得到精确的条纹倾角。针对以上问题,文中提出了一种基于模板匹配的亚像素处理方法,先分析了该方法的理论基础,接着讨论了该方法在莫尔条纹理论中的运用,最后根据实验结果分析比较了该方法的特点。

1 原 理

泰伯效应是一种近场衍射效应。当一束波长为 λ 的光对一块周期为 p 的光栅进行照射时,在离光栅 $d=kp^2/\lambda$(其中 k 为整数)的距离处可以观测到光栅的自成像,称这个像为泰伯像,距离为泰伯距。

长焦距测量系统的原理图如图 1 所示。He-Ne 激光器发出的激光经过准直扩束,然后通过待测透镜和两块 Ronchi 光栅。光栅 G_2 安装在 G_1 的泰伯像面 G_2 处,通过 CCD 采集到莫尔条纹,再利用计算机计算分析得到焦距值。

Z 轴方向表示光轴方向。准直光束对待测透镜 L 进行照明。$G1'$ 表示光栅 $G1$ 所在的泰伯像位置。光栅 $G2$ 安装在 $G1'$ 处,$G2$ 与 $G1$ 的夹角为 θ。形成的莫尔条纹 $G1'$ 与 $G1$ 有一个 α 的夹角。根据泰伯效应[4]可得:

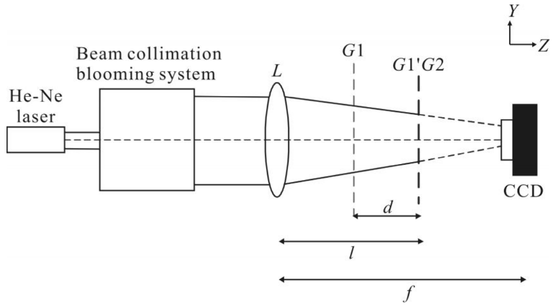

图 1 运用两块 Ronchi 光栅测量长焦距的光路图

Fig.1 Optical configuration for measuring the focal length using two Ronchi gratings

$$f=l+\frac{d}{\sin\theta\tan\alpha+\cos\theta-1} \tag{1}$$

式中:f 为待测透镜的后焦距;l 为透镜的后截面到光栅 $G2$ 的距离;d 为泰伯距;α 为莫尔条纹倾角;θ 为两光栅夹角。理论分析表明:莫尔条纹角度的测量误差引起的焦距误差占整个误差的 90%[6]。所以,提升莫尔条纹角度的测量精度对整个长焦距系统的测量精度尤其重要。

1.1 拟合判定条件的数学理论推导

对于任意一个一元二次方程:

$$F(x)=ax^2+bx+c \tag{2}$$

其极值可以表示为:

$$X_0=-\frac{b}{2a} \tag{3}$$

设 X_1 和 X_2 是在方程中的任意两点,则:

$$F(X_1)-F(X_0)=a(X_1-X_0)^2 \tag{4}$$

$$F(X_2)-F(X_0)=a(X_2-X_0)^2 \tag{5}$$

两式相减可以得到:

$$X_0=\frac{a(X_1^2-X_2^2)-[F(X_1)-F(X_2)]}{2a(X_1-X_2)} \tag{6}$$

上式表明:一元二次方程的极值点可以由该函数上的任意两点以及二次项系数确定。

一维正态分布表达式:

$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{7}$$

式中:$x_0=\mu$ 是一维正态分布函数的极值点坐标。公式(7)整理得:

$$\ln(F(x))=-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2-\ln(\sigma\sqrt{2\pi}) \tag{8}$$

上式可以看作一个一元二次方程,根据公式(6)的结论可以得到:

$$X_0=\frac{a(X_1^2-X_2^2)-[\ln F(X_1)-\ln F(X_2)]}{2a(X_1-X_2)} \tag{9}$$

由此可知，一个极值点能用正态分布函数的系数表示。

当利用一维正态分布图形进行拟合时，可以根据这个性质判断拟合是否符合要求。首先，拟合完成之后根据正态分布函数的性质求出其极值点 $x_0=\mu$，然后任意取图像上的两点并利用公式(9)的性质计算出另一种表示方法的极值点 x_0'。最后将 $x_0'-x_0<m$ (m 是一个限制阀值)作为拟合判定条件，当满足 $x_0'-x_0<m$ 时，可以认为拟合效果达到要求。

同理，对于公式(10)所示的二维正态分布，

$$F(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2}+\frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right]} \tag{10}$$

假设(x_0,y_0)为其极值点坐标，可以得到：

$$\ln(F(x_1,y_1))-\ln(F(x_2,y_2))=-\frac{1}{2}\left[\frac{x_1^2-x_2^2-2x_0(x_1-x_2)}{\sigma_1^2}\right]-\frac{1}{2}\left[\frac{y_1^2-y_2^2-2y_0(y_1-y_2)}{\sigma_2^2}\right] \tag{11}$$

最后将$(x_0-\mu_1)^2+(y_0-\mu_2)^2<m$ 作为拟合判定条件，通过 $(x_0-\mu_1)^2+(y_0-\mu_2)^2<m$ 来判断二维正态分布的拟合效果。

1.2 莫尔条纹频谱分析以及模板匹配算法

对于莫尔条纹形成的原理，有以下几种不同的解释方法：一种是基于遮光阴影原理，这是按照重叠线条交点的轨迹来表示莫尔条纹的亮度分布。另一种是应用衍射干涉原理，认为由条纹构成的新的亮度分布，可按衍射波之间的干涉结果来描述。还有一种就是利用傅里叶变换原理作解释，认为形成莫尔条纹是低于光栅频率的空间频率项所组成[8]。文中主要根据第 3 种形成原理分析如何在频域中处理不规则的莫尔条纹。

根据 TaKeda 的理论[9]，莫尔条纹的数学表达式可以表示为：

$$I(x,y)=A(x,y)+B(x,y)\cos(2\pi f_{0,x}x+2\pi f_{0,y}y+c) \tag{12}$$

式中：$A(x,y)$为背景亮度；$B(x,y)$为莫尔条纹的幅值；$f_{0,x}$ 和 $f_{0,y}$ 表示莫尔条纹在 x 和 y 方向的空间频率；c 为一个常量。标准的莫尔条纹空间分布图形如图 2 所示。

一般情况下，通过分析莫尔条纹的频谱图获取莫尔条纹的信息。对公式(12)进行傅里叶变换可以得到莫尔条纹的二维频谱表达式：

图 2 标准莫尔条纹的空间分布图

Fig.2 Standard Moiré patterns

$$C(f_x,f_y)=\iint I(x,y)e^{-j\pi 2(xf_x+yf_y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{13}$$

再使用欧拉公式将公式(13)展开[10]：

$$C(f_x,f_y)=A^{\exists}(f_x,f_y)+\frac{e^{jc}}{2}B^{\exists}(f_x,f_y)*\delta(f_x-f_{0,x},f_y-f_{0,y})+\frac{e^{-jc}}{2}B^{\exists}(f_x,f_y)*\delta(f_x-f_{0,x},f_y-f_{0,y}) \tag{14}$$

式中：$A^{\exists}(f_x,f_y)$和 $B^{\exists}(f_x,f_y)$为 $A(x,y)$和 $B(x,y)$的二维频谱，由于 $A(x,y)$和 $B(x,y)$的空间频率比 $f_{0,x}$ 和 $f_{0,y}$ 低得多，所以频谱图基本上可以看成一个三峰值图，其中一个峰值位于原点处，另外两个峰值位于关于原点对称的$(f_{0,x},f_{0,y})$和$(-f_{0,x},-f_{0,y})$两个位置。一个标准莫尔条纹的频谱图如图 3 所示。

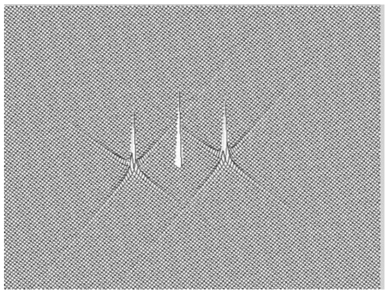

图 3 标准莫尔条纹的频谱图

Fig.3 Spectrum of standard Moiré patterns

在长焦距测量系统中，为了提高测量精度，通常会将对焦距的测量转换为对莫尔条纹倾角的测量。所以，莫尔条纹角度的测量精度将是整个测量系统精度的主要影响因素。莫尔条纹通过傅里叶变换之后形成了两个波峰关于原点对称的频域图，并且在频域中，两个波峰之间的连线与莫尔条纹的倾角垂直。莫尔条纹的倾角可以由下式得到[10]。

$$\theta=\arctan\frac{f_{0,y}}{f_{0,x}} \tag{15}$$

可以看出，如何精确求解 $f_{0,x}$ 和 $f_{0,y}$ 的坐标将是精确测量莫尔条纹倾角的关键。对于图 3 所示的标

准莫尔条纹图像，往往在周期条纹对应的频谱点周围施加一系列的迭代运算[7]来计算寻找出 $f_{0,x}$ 和 $f_{0,y}$ 精确的坐标。但是，由于测量环境以及其他因素的影响，实验过程中采集的莫尔条纹往往会有不同程度的畸变或弯曲，这时使用迭代算法将会引起较大的误差。

基于此，笔者采用了一种新的方法计算莫尔条纹倾角。从莫尔条纹频谱公式和频谱图(图 3)可以看出，莫尔条纹极值点附近的频谱图在一定程度上可以近似看作二维正态分布函数。基于此，可以将莫尔条纹的频谱图拟合成熟悉的二维正态分布函数，再根据二维正态分布函数求解出莫尔条纹频谱的精确极值点。

根据离散傅里叶变换式公式(16)，可以求出频谱面上任意点的频谱值。

$$F(\mu,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{x=0}^{N-1}f(x,y)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\left(\frac{\mu x}{M}+\frac{vy}{N}\right)} \tag{16}$$

式中：$f(x,y)$ 相当于条纹图像；$f(u,v)$ 相当于频谱图像，任意取定一组 (u,v)，就可以求得频谱面上坐标 (u,v) 处的频谱值，将频谱值记作 z。首先采用迭代算法[6]找到像素范围的“极值点”，这个“极值点”并非最终要求解的极值点。接着以其为中心，分别以 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$（$n$ 为一个自定值，可以根据要求精度来进行设定）为单位，通过公式(16)计算出“极值点”周围各个点的频谱值，这样能得到频谱图中“极值点”附近的若干频谱值。

然后再根据这些频谱值，利用最小二乘法拟合二维正态分布函数，最小二乘法拟合的具体做法是[11]：对“极值点”周围的数据 (u_i,v_i,z_i)，在取定的函数类 ϕ 中，求解 $F(u,v)\in\phi$，使误差 $R_i=F(u_i,v_i)-z_i$ 的平方和最小，即

$$\sum_{i=1}^{m}R_i=\sum_{i=1}^{m}(F(u_i,v_i)-z_i)^2=\min \tag{17}$$

公式中的函数类型式为二维正态分布函数，接下来求解拟合二维正态分布函数的各项系数，使求解的二维正态分布函数满足取点与函数值的误差平方和最小，需要指出的是：最终的拟合结果并不是唯一的。接着再利用公式(9)与公式(11)来计算出不同情况下的极值点坐标，最后利用拟合限定条件判断拟合函数是否符合要求。如果符合要求则说明莫尔条纹的频谱图可以使用拟合的二维正态分布函数表示，就将拟合函数的极值点作为莫尔条纹频域中的极值点，再进行莫尔条纹角度的计算。否则，就修改拟合系数重新拟合直到满足限定条件为止。通过上述步骤就可以计算出莫尔条纹的倾角。算法的流程图如图 4 所示。

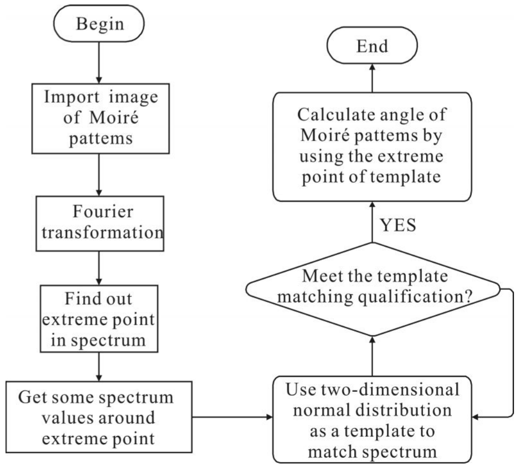

图 4 模板匹配算法流程图

Fig.4 Flowchart of template matching algorithm

2 实 验

在具体的实验过程中，由于空间有限，在图 1 所示的原理图中加入了反光镜进行光路折返，以节省空间。加入反光镜后的实验装配图如图 5 所示，实验中 He-Ne 激光器的波长是 632.8 nm (CVI Melles Griot，型号 25-LHP-111-230，输出功率 1.0 mW)；CCD 相机分辨率为 1 628×1 236 (Basler Vision Technologies，型号 SCA 1600-14gm)；输出信号通过一个千兆以太网接口卡传输到计算机中进行分析处理。

接下来利用这套实验设备进行相关实验，采集了 3 组实验过程中比较常见的莫尔条纹，这 3 组莫

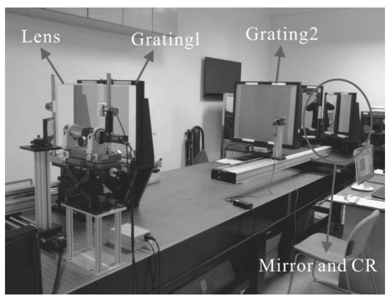

图 5 加入放光镜后的实际光路图

Fig.5 Schematic of experimental equipment after joining mirrors

尔条纹的空间分布图案如图 6 所示。

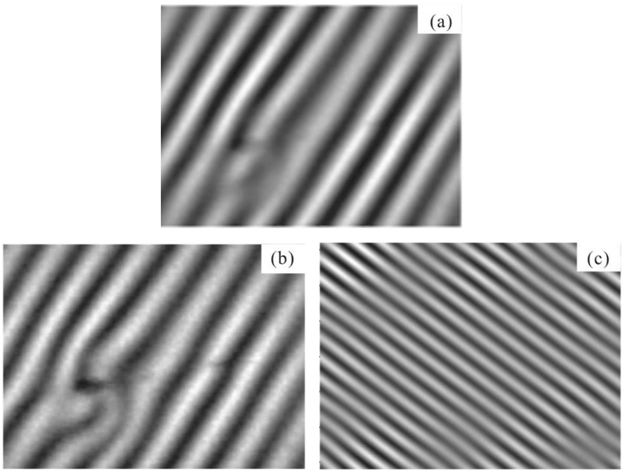

图 6 3 组莫尔条纹的空间分布图

Fig.6 Three spatial distribution maps of Moiré patterns

接着对这 3 组莫尔条纹图样进行傅里叶变换,得到对应的频谱图,如图 7(a)~(c)。最后分别采用迭代算法和模板匹配算法计算莫尔条纹的倾角，记录结果,再分析比较两种算法的特点和优劣。

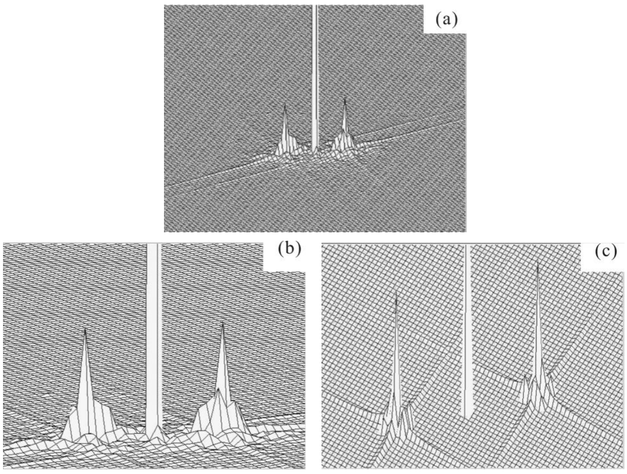

图 7 3 组莫尔条纹的频谱图

Fig.7 Three different spectrums of Moiré patterns

3　结果分析

对实验过程中产生的这些莫尔条纹图像，笔者先对它们进行傅里叶变换得到频谱图，然后再分别使用迭代算法和模板匹配算法进行计算，最后对计算的结果进行分析比较。

共有 3 组莫尔条纹,为了分析比较不同算法的重复性和稳定性,对于每一组莫尔条纹,分别使用两种算法计算 5 次莫尔条纹角度,并将结果记录到表中。

表 1 两种算法的莫尔条纹角度计算结果

Tab.1 Moiré patterns angles calculated by two different algorithms

No.	Times	Iterative algorithm	Template matching algorithm
a	1	39.644°	39.522°
	2	38.521°	39.526°
	3	39.924°	39.519°
	4	38.632°	39.521°
	5	39.154°	39.525°
b	1	67.058°	66.231°
	2	68.219°	66.227°
	3	62.193°	66.239°
	4	63.254°	66.233°
	5	65.528°	66.235°
c	1	46.038°	45.012°
	2	45.321°	45.017°
	3	48.526°	45.006°
	4	45.698°	45.011°
	5	47.013°	45.015°

对于 a 组莫尔条纹，当使用迭代算法进行计算时，表中记录的角度数据值在 38.5°~39.6°之间浮动,5 次计算结果的平均值是 39.175°，标准偏差是 0.613°;对于同一组莫尔条纹,使用模板匹配算法计算时,表中记录的角度数据值基本上稳定在 39.5°左右,5 次计算结果的平均值为 39.522°，标准偏差是 0.002°。

对于 b 组莫尔条纹，当使用迭代算法进行计算时，表中记录的角度数据值在 62.1°~68.2°之间浮动,5 次计算结果的平均值是 65.250°，标准偏差是 2.524°;对于同一组莫尔条纹,使用模板匹配算法计算时,表中记录的角度数据值基本上稳定在 66.2°左右,5 次计算结果的平均值为 66.233°，标准偏差是 0.005°。

对于 c 组莫尔条纹，当使用迭代算法进行计算时,表中记录的角度数据值在 45.3°~48.5°之间浮动,5 次计算结果的平均值是 46.519°，标准偏差是 1.286°;对于同一组莫尔条纹，使用模板匹配算法计算时,表中记录的角度数据值基本上稳定在 45.0°左右,5 次计

算结果的平均值为 45.012°,标准偏差是 0.004°。

将表格中的数据绘制成图形,如图 8 所示。

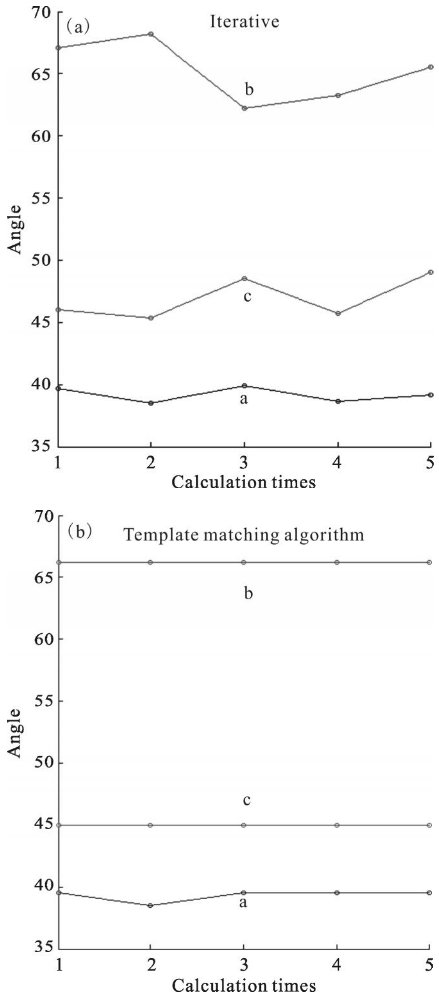

图 8 两种算法的结果分析图

Fig.8 Figure of results by template matching algorithm

从图中能更加直观地看出：随着实验次数的增加,迭代算法计算出的莫尔条纹角度值波动较大,实验数据的标准差随着角度的增大而增大，当莫尔条纹角度达到 60°以上时，标准差一度达到了 2.524°,这将大大影响长焦距透镜的焦距值精度。

而相对于迭代算法，模板匹配算法计算出的数据重复性和稳定性都有很大的提升,3 组数据的标准差一直维持在 0.002°~0.005°之间，处于一个比较高的水平。

根据以上数据分析表明：模板匹配算法计算莫尔条纹角度时,有高精度、高稳定性和高重复性的优点。这也能保证最终测量的长焦距有很好的重复性和高精度。

4 结 论

文中提出了一种模板匹配算法，能对实验过程出现的各种莫尔条纹进行角度的精确计算。通过实验结果分析比较可以看出：模板匹配算法在计算莫尔条纹倾角时,其稳定性以及数据重复性较高。这种算法可以有效改进由于环境、硬件等因素对莫尔条纹角度测量的影响,降低测量装备对环境的依赖性,提高长焦距透镜的测量稳定性精度和重复性精度。

参考文献:

[1] Brian Deboo, Jose Sasian. Precision focal-length measurement technique with a relative fresnel-zone hologram [J]. ***Applied Optics***, 2003, 42(19): 3903-3909.

[2] Meshcheryakov V I, Sinel'nikov M I, Filippov O K. Measuring the focal lengths of long-focus optical systems[J]. ***Journal of Optical Technology***, 1999, 66(5): 458-459.

[3] Zhao Weiqian, Sun Ruoduan, Qiu Lirong, et al. Laser differential confocal radius measurement[J]. ***Optical Exprecess***, 2010, 18(3): 2345-2360.

[4] Yoshiaki Nakano, Kazumi Murata. Measurements of phase objects using the talbot effect and Moiré techniques [J]. ***Applied Optics***, 1984, 23(14): 2296-2299.

[5] Yoshiaki Nakano, Kazumi Murata. Talbot interferometry for measuring the focal length of a lens[J]. ***Applied Optics***, 1985, 24(19): 3162-3166.

[6] Sun Chen, Shen Yibin, Bai Jian, et al. Precision limit analysis of long focal length testing based on Talbot effect of Ronchi grating [J]. ***Photonica Sinica***, 2004, 33 (10): 1214-1217.

[7] Hou Changlun, Bai Jian, Hou Xiyun. Measurement of long focal length based on Talbot effect of Ronchi grating [J]. ***Optica Sinica***, 2002(11): 332-335.

[8] Sun Tao, Song Yizhong. Analyzing Moiré pattern spectra based on the mutual transform between signals' waveform in time domain and their spectra in frequency space [J]. ***Spectroscopy and Spectral Analysis***, 2013, 33(11): 1134-1137.

[9] Takeda M, Ina Hideki, Kobayashi Seji. Moiré Stereomicroscope [J]. ***Opt Soc Am***, 1982, 13: 72-156.

[10] De Nicola S, Ferraro P. A two-dimensional fast fourier transform method for measuring the inclination angle of parallel fringe patterns[J]. ***Optics & Laser Technology***, 1998, 30(3): 167-173.

[11] Zhu Yanhua. Analysis of solving least squares fitting parameters[J]. ***Time Education***, 2012(19): 61-64.