

基于奇相干叠加态的超分辨率量子激光雷达

王 强^{1,2}, 张 勇¹, 郝利丽², 靳辰飞¹, 杨 旭¹, 徐 璐¹, 杨成华¹, 赵 远¹

(1. 哈尔滨工业大学 物理系, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 东北石油大学 物理系, 黑龙江 大庆 163318)

摘 要: 研究了基于奇相干叠加态的超分辨率量子激光雷达方案。根据量子光学理论, 分别推导了基于传统的强度差探测, 量子信息中的投影测量和奇偶光子数分辨探测方式的输出信号的表达式并进行了分析和讨论。通过以上的分析和讨论, 重点研究了奇偶光子数分辨探测方法。同时借助数值计算展示了基于奇相干态联合奇偶光子数分辨探测的超分辨率激光雷达的两种超分辨率特征, 即窄峰型和多重窄峰型的干涉条纹。最后, 从模型本身出发解释了多重窄峰型超分辨的物理机理。

关键词: 激光雷达; 超分辨率; 量子光学; 瑞利衍射极限

中图分类号: O43; TN249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)09-2569-06

Super-resolving quantum LADAR with odd coherent superposition states sources at shot noise limit

Wang Qiang^{1,2}, Zhang Yong¹, Hao Lili², Jin Chenfei¹, Yang Xu¹, Xu Lu¹, Yang Chenghua¹, Zhao Yuan¹

(1. Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Department of Physics, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: A super-resolving quantum LADAR scheme based on odd coherent superposition states of light was studied. According to the theory of quantum optics, the output signal of traditional intensity detection, projection measurement and parity detection schemes were widely investigated and analyzed. Based on above analysis, the parity photon number resolved scheme was especially investigated. Meanwhile, the numerical results show two super-resolving features, i.e., multiple narrow peaks and well-define narrow peaks. Finally, the lowdown of the first super-resolving power of the odd coherent superposition states were analyzed and discussed in detail.

Key words: LADAR; super-resolution; quantum optics; Rayleigh diffraction limit

收稿日期: 2015-07-13; 修订日期: 2015-08-14

作者简介: 王强(1980-), 男, 博士生, 主要从事激光雷达、量子度量和量子干涉等方面的研究。Email: wangqiang8035@163.com

导师简介: 赵远(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事激光雷达和光电信号检测等方面的研究。Email: zhaoyuan@hit.edu.cn

0 引言

由于 Boto 等在 2000 年的工作^[1], 某些具有超分辨率和超灵敏度的量子态及相应的量子探测方式被广泛地应用于量子干涉传感^[2]和遥感领域, 例如量子雷达^[3]和量子激光雷达^[4]。利用量子现象提高经典激光雷达的性能是一种新体制的激光雷达, 即量子激光雷达。目前, 人们发现了两种这种工作体制的量子激光雷达方案。一种是基于最大纠缠双光子态的超分辨率和超灵敏度的量子激光雷达^[3]。然而, 这种激光雷达对损耗敏感且大粒子数纠缠的产生非常困难^[5]。另一种是利用经典的相干态光源配合适当的量子探测方式实现突破瑞利衍射极限的超分辨率探测的量子激光雷达^[6-7]。相对于第一种方案, 这种量子激光雷达分辨率相对较差, 但是其系统容易实现。这两种激光雷达各有优缺点, 因此人们开始寻找其他量子态光源, 这种光源既能提高激光雷达系统的性能又能较容易实现系统化。

笔者提出了利用奇相干叠加态光源配合奇偶光子数分辨探测的超分辨率量子激光雷达方案。这种激光雷达的探测灵敏度为散弹噪声极限, 其距离分辨率远低于瑞利衍射极限。作为对比, 笔者也研究了经典的强度差探测和量子信息中的投影测量方法。通过理论推导和数值计算, 笔者发现强度差探测不会产生超分辨率现象, 投影测量方案具有最好的分辨率, 但是其可见度极低, 奇偶光子数分辨探测的分辨率介于上面两种探测方式之间。此外, 奇偶光子数分辨探测信号的可见度几乎接近 100%。最后, 奇相干叠加态的超分辨的物理本质制备方式得到了详细阐述。

1 强度差探测和投影测量

双模干涉型量子激光雷达的原理如图 1 所示, 相当于一套标准的马赫-曾德尔干涉仪(MZI)。图 1 中左侧光源产生奇相干叠加态 (odd coherent superposition states, OCSS) 并入射到 MZI 的输入端 a , 另一输入端 b 处于真空态 $|0\rangle_b$ 。OCSS 的表达式为 $|z_0\rangle = N_0(|\alpha_0\rangle - |-\alpha_0\rangle)$, 其中 $|\alpha_0\rangle$ ($\alpha_0 = \sqrt{n_c} e^{-i\varphi_c}$, $|\alpha_0|^2 = n_c$) 是平均光子数为 n_c 的相干态, $N_0 = [2(1 - e^{-2|\alpha_0|^2})]^{-1/2}$

是归一化因子。根据光束分束器的分束原理^[8], 可以得到经过第一个光束分束器(BS1)后的输出态为:

$$|\psi_1\rangle = N_0 \left(\left| \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}, -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} \right\rangle - \left| -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}, \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} \right\rangle \right) \quad (1)$$

式中: $|x, y\rangle \equiv |x\rangle_A |y\rangle_B$ 。之后状态 $|\psi_1\rangle$ 的 b 模经历了一个相移 φ , 这样状态 $|\psi_1\rangle$ 变为:

$$|\psi_2\rangle = N_0 \left(\left| \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}, -\frac{\alpha_0 e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \right\rangle - \left| -\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}, \frac{\alpha_0 e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \right\rangle \right) \quad (2)$$

其中被测量的相移为 $\varphi = kL$ ($k = 2\pi/\lambda$ 是光的波数, λ 是光的波长, L 是 MZI 两个臂的路径长度差)。如果将上面的参考臂的长度设为零, 下面的探测臂长度设为 R , 则路径长度差 $L = R$ 就是被测目标的距离。

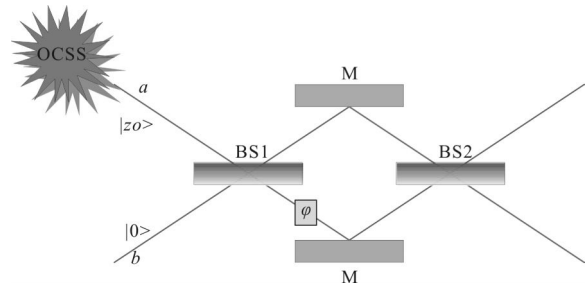


图 1 双模干涉型量子激光雷达原理图

Fig. 1 Scheme of two-mode interferometric quantum LADAR

第二个光束分束器(BS2)将状态 $|\psi_2\rangle$ 转换成 MZI 的输出态 $|\psi_3\rangle$, 即

$$|\psi_3\rangle = N_0(|\beta, -\gamma\rangle - |-\beta, \gamma\rangle) \quad (3)$$

式中: $\beta = \alpha_0 \sin(\varphi/2) e^{i\varphi/2}$; $\gamma = \alpha_0 \cos(\varphi/2) e^{i\varphi/2}$ 。

笔者利用传统的强度差探测可以得到强度差信号的表达式为:

$$\langle \hat{J} \rangle = n_c \tanh(n_c) \cos \varphi \quad (4)$$

式中: $n_c \tanh(n_c)$ 为 OCSS 态的平均光子数, 当 $n_c \geq 2$ 时, $\bar{n} = n_c \tanh(n_c) \approx n_c$ 。

从公式 (4) 可以看出强度差信号的分辨率为 λ , 即为经典的分辨率极限, 并没有参考文献[1]描述的多重窄峰型超分辨率现象。

根据高斯误差传递公式和公式(4)可以得到相位探测灵敏度为:

$$(\Delta\varphi)^2 = \frac{(n_c \operatorname{sech} n_c \cos \varphi)^2 + n_c \tanh n_c}{(n_c \tanh n_c \sin \varphi)^2} \quad (5)$$

笔者发现 $\Delta\varphi \geq 1/\sqrt{n_c \tanh n_c}$, 这表明相位灵敏度并没有被提高, 仍然为散弹噪声极限(SNL)。因此,

对于奇相干叠加态而言,强度差探测并不是最优的探测方案。如果以双模压缩真空态为输入态,则强度差探测方案就能实现超分辨和超灵敏现象^[9-10]。作为比较,考虑利用投影测量方案进行相位估计。LUS 小组首先提出来 N00N 态的投影测量方法^[1],之后这种方法被广泛应用于量子度量和干涉领域。为了实施这种测量方案,将公式(2)转换到粒子数表象,即

$$|\psi_2\rangle = -2iN_0 e^{-\frac{n_c}{2}} \sum_{L,m=1}^{\infty} B_{lk} \left(\frac{n_c}{2}\right)^{l+k-1} \times (-1)^l e^{i(2k-1)\varphi} |2l-1, 2k-1\rangle \quad (6)$$

其中的系数 $B_{lk} = [(2l-1)!(2k-1)!]^{-1/2}$ 。显而易见, N00N 态和 $m-m'$ 态已经包含在公式(6)中了,而这两种量子态都能实现多重窄峰型超分辨率相位探测。因此可以根据投影算符 $\hat{N} = |N, 0\rangle\langle 0, N| + |0, N\rangle\langle N, 0|$ 将状态 $|\psi_2\rangle$ 投影到 N00N 态,这样就可以得到 $|\psi_2\rangle$ 态上 \hat{N} 的平均值为:

$$\langle \psi_2 | \hat{N} | \psi_2 \rangle = B_N \cos[(2N-1)\varphi] \quad (7)$$

其中, $B_N = (-1)^N 8N_0^2 e^{-n_c} (n_c/2)^{2N} / (2N-1)!$ 。这个信号具有 $2N-1$ 重的超分辨率特征。于是在投影测量方式下,相位测量的分辨率由原来的 $\delta\varphi'$ 变成了 $\delta\varphi = \delta\varphi' / (2N-1)$ 。同时可以得到相应的距离分辨率 $\delta R = \delta\varphi' \lambda / [2\pi(2N-1)]$ 。因此,这种超分辨率的相位测量就等价于激光雷达系统的超分辨率距离测量。

下面研究相位测量的标准差,这种相位测量的标准差决定了激光雷达系统的测距精度,即 $\Delta R = \Delta\varphi \lambda / (2\pi)$ 。同样,根据常用的高斯误差传递公式^[5]可以得到相位测量的标准差为:

$$\Delta\varphi_N = \left\{ \frac{(2N-1)! e^{-n_c} 2^{2N}}{8N_0^2 n_c^N \sin^2[(2N-1)\varphi]} - \frac{\cos^2[(2N-1)\varphi]}{\sin^2[(2N-1)\varphi]} \right\}^{1/2} \frac{1}{2N-1} \quad (8)$$

其中的因子 $1/2N-1$ 体现了海森堡极限(HL)灵敏度。

笔者利用计算机画出了投影测量信号的平均值和灵敏度随着相位角的变化曲线如图 2 所示,其中的回波光子数为 $\bar{n}=3$ 。从图 2(a)中可以看出投影测量信号(实线)的分辨率是强度差信号的 3 倍(虚线)。然而,投影测量信号的可见度远小于强度差探测。例如,当 $\bar{n}=2N-1=9$ 时,可以得到 9 重超分辨率,但是

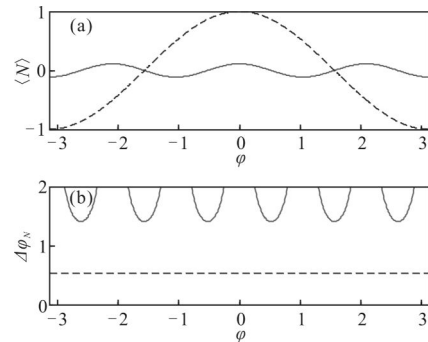


图 2 投影测量信号的平均值和灵敏度随相位角的变化曲线
Fig.2 Curves of average value of measurement signal and sensitivity changed with phase angle

它的可见度仅为 0.1%, 并且随着 \bar{n} 的进一步增加,可见度将会快速减低。此外,信号的灵敏度如图 2(b)实线所示,远远高于 SNL(虚线),而且对于所有的 \bar{n} , $\Delta\varphi_N$ 都无法达到 SNL,这和参考文献[11]报道的结果是一致的。

如此小的可见度的根本原因是投影测量方式只保留了 OCSS 态中的 $|N, 0\rangle$ 和 $|0, N\rangle$ 成分,其余的成分都被抛弃了。引入一个对应于双模密度矩阵反对角项算符 $\hat{v} = \sum_{N=0}^{\infty} \hat{N}^{[12]}$, 这个算符是将状态 $|\psi_2\rangle$ 投影到所有的最大超分辨率项上。但是通过计算发现信号 $\langle \hat{v} \rangle$ 的可见度还是很低。除此之外,信号 $\langle \hat{v} \rangle$ 的相位灵敏度不仅达不到 SNL,而且随着的增加而远离 SNL。

最后,考虑非对角项算符 $\hat{\mu} = \sum_{M, M'=0}^{\infty} |m', m\rangle\langle m, m' |$ 。这个算符的平均值 $\langle \hat{\mu} \rangle$ 具有较好的可见度,但是 $\hat{\mu}$ 是 BS2 前的算符,必须利用所谓的奇偶算符(参考文献[7]中的公式(10))对信号 $\langle \hat{\mu} \rangle$ 进行变换才可以得到 BS2 后信号的平均值。

2 奇偶光子数分辨探测

1996 年, Bollinger 等人在研究囚禁离子时提出了奇偶探测方法^[13],之后 Gerry 利用奇偶探测实现了超灵敏度和超分辨率的相位估计^[14]。对于大多数的非经典态来说,奇偶探测是相位估计的最优测量方法。奇偶算符 $\hat{\Pi}_n = (-1)^{n_c} = e^{imn_c}$ 与魏格纳函数密切相关,而魏格纳函数可以表示为位移奇偶算符的平均值^[8]。笔者通过计算 MZI 输出态的魏格纳函数来获得奇偶

算符的平均值 $\langle \hat{\Pi}_a \rangle$ 。对于输入态 $|z_0\rangle_a \langle z_0| \otimes |0\rangle_b \langle 0|$ ，魏格纳函数为：

$$W_{in}(\alpha, \beta) = W_{|z_0\rangle_a}(\alpha) W_{|0\rangle_b}(\beta) \quad (9)$$

其中的 $W_{|z_0\rangle_a}(\alpha)$ 和 $W_{|0\rangle_b}(\beta)$ 分别是 OCSS 态和真空态的魏格纳函数，它们是^[8, 15]

$$W_{|0\rangle_b}(\beta) = 2e^{-2|\beta|^2} / \pi \quad (10a)$$

$$W_{|z_0\rangle_a}(\alpha) = 2e^{-2|\alpha|^2} \left[e^{-2\alpha_0^2 + 4\alpha_0\alpha} + e^{-2\alpha_0^2 - 4\alpha_0\alpha} - 2\cos(4\alpha_0\alpha_0) \right] / \pi(1 + e^{-2\alpha_0^2}) \quad (10b)$$

其中的 α_r 和 α_i 分别是 α 的实部和虚部。通过下面的变换

$$\alpha \rightarrow \tilde{\alpha} = \alpha \cos(\varphi/2) + \beta \sin(\varphi/2) \quad (11a)$$

$$\beta \rightarrow \tilde{\beta} = -\alpha \sin(\varphi/2) + \beta \cos(\varphi/2) \quad (11b)$$

可以得到输出态的魏格纳函数为^[8]：

$$W_{out}(\alpha, \beta) = W_{in}(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) \quad (12)$$

于是奇偶信号 $\langle \hat{\Pi}_a \rangle$ 就可以写成下列形式

$$\langle \hat{\Pi}_a \rangle = \frac{\pi}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{out}(0, \beta) d^2\beta \quad (13)$$

利用公式(9)-(13)，可以导出 $\langle \hat{\Pi}_a \rangle$ 的具体表达式为：

$$\langle \hat{\Pi}_a \rangle = \frac{1}{1 - e^{-2\alpha_0^2}} \left[e^{-2\alpha_0^2 \cos^2(\varphi/2)} - e^{-2\alpha_0^2 \sin^2(\varphi/2)} \right] \quad (14)$$

根据公式(14)和参考文献[7]中的公式(6)，在图3中画出了他们的平均值。虚线是公式(14)的信号，实线是参考文献[7]中公式(6)的信号，同时也画出了相干态强度差信号^[5]的平均值如点划线所示，其中的回波光子数为 $\bar{n}=99$ 。很明显奇偶信号的平均值 $\langle \hat{\Pi}_a \rangle$ 的可见度为 100%，其周期为 π ，并且最大峰值位于坐标原点 $\varphi=0$ 处。方案中的信号不仅具有 N00N 态的多重(这里是两重)窄峰型超分辨率现象，而且也有亚瑞利衍射极限的窄峰型超分辨率特征。这些特征对于小回波光子数的激光雷达测距和激光多普勒测速系统是非常有用的。人们可以在激光测距和测速系统中锁定这种特征，然后利用干涉仪中的实时负反馈系统观察这一特征如何随时间变化，从而确定目标的移动速度等被探测信息。

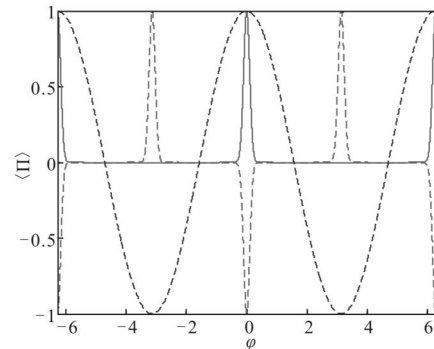


图3 奇偶探测信号的平均值 $\langle \hat{\Pi} \rangle$ ，回波信号功率为 $\bar{n}=99$ 。点划线和实线分别表示相干态强度差探测和奇偶探测信号，虚线是 OCSS 态的奇偶探测信号

Fig.3 Expectation value $\langle \hat{\Pi} \rangle$ is plotted as a function of the phase shift φ for a return power of $\bar{n}=99$. The dot-dashed and solid lines show the classical intensity difference signal and the parity signals of coherent states, respectively, the dashed curves is the parity signals of OCSS

为了评估所得到的信号的分辨率，利用小角度近似将公式(14)近似改写为：

$$\langle \hat{\Pi}_a \rangle = \frac{1}{1 - e^{-2\alpha_0^2}} \left[e^{-2\alpha_0^2} - e^{-\alpha_0^2 \varphi^2/2} \right] \quad (15)$$

可以看出此时的信号具有高斯分布特征，信号的宽度为 $\delta\varphi = 1/\sqrt{\alpha_0^2} = 1/\sqrt{\bar{n}}$ 。如果回波光子数为 $\bar{n}=81$ ，则信号具有 9 重超分辨率特征。同时信号的振荡频率是相干态方案所得信号的 2 倍，就这一点而言，信号峰与峰间的距离由原来的 λ 变为现在的 $\lambda' = \lambda/2$ ，这是一种典型的多重窄峰型超分辨率现象，即量子光刻效应^[1]。将这个角度的分辨率转换成距离分辨率，可得

$$\delta R_Q = \frac{\lambda'}{2\pi} \delta\varphi = \frac{\lambda/2}{2\pi\sqrt{\bar{n}}} \quad (16)$$

众所周知经典的瑞利衍射分辨率为 $\delta R = \lambda$ ，则文中方案的距离分辨率是瑞利衍射极限的 $4\pi\sqrt{\bar{n}}$ 倍。如果令回波光子数仍为 $\bar{n}=99$ ，则 OCSS 态的条纹分辨率是经典衍射极限的 125 倍，是用同样测量方式相干态方案信号分辨率的 2 倍。

根据所得到的回波信号 $\langle \hat{\Pi}_a \rangle$ ，可得到奇偶算符的波动表达式 $\Delta\Pi = \sqrt{\langle \hat{\Pi}_a^2 \rangle - \langle \hat{\Pi}_a \rangle^2} = \sqrt{1 - \langle \hat{\Pi}_a \rangle^2}$ ，之后再利用高斯误差传递公式就可以得到信号的灵敏度为：

$$\Delta\varphi_{\Pi} = \frac{\Delta\hat{\Pi}_a}{|d\langle\hat{\Pi}_a\rangle/d\varphi|} \quad (17)$$

利用数值方法描绘了相位 $\varphi=\pi$ 附近的信号灵敏度(实线)如图 4 所示,其中的回波光光子数为 $\bar{n}=99$ 。虚线是回波光光子数为 99 的信号的散弹噪声极限。可以看出信号的灵敏度在相角 $\varphi=\pi$ 处达到了散弹噪声极限,这和参考文献[7]报道的结果是一致的。综上所述,文中的方案是以散弹噪声极限灵敏度为基础的新型超分辨率探测方案。

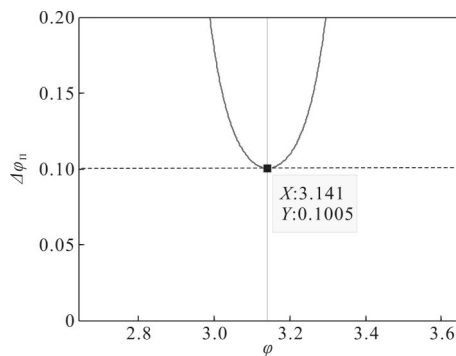


图4 探测信号的灵敏度,回波信号的平均光子数为 $\bar{n}=99$,虚线是散弹噪声极限

Fig.4 Phase sensitivity is plotted as a function of the phase shift for return power of $\bar{n}=99$ (solid curve). The shot noise limit is depicted as the horizontal dashed line

通过上面的分析可知 OCSS 光源联合所谓的奇偶探测方案能够实现突破衍射极限的分辨率探测,灵敏度可以达到散弹噪声极限。然而,OCSS 的分辨率是相干态的 2 倍的物理本质还不清楚。下面就这一问题展开讨论。

可以看出,文中方案所采用的干涉仪和相干态方案^[7]的干涉仪是一样的。因此,系统的探测性能的提高与干涉仪无关,而应该主要取决于系统所选择的光源和探测方式。不同的探测方式会显示出不同的输出结果。就像文中讨论的那样,强度差探测不能实现超分辨率,但是具有较好的可见度;投影测量具有出色的超分辨率特征,但是其可见度极差;唯有奇偶探测不仅具有一定的超分辨率特征,而且其探测灵敏度可以达到散弹噪声极限,同时其信号的可见度为 100%。笔者的探测方案和参考文献[7]的相同,因此方案中这种超分辨主要和光源本身有关。

从 OCSS 态的表达式可以看出 OCSS 态是由一

对相位相反的相干态 $|\alpha\rangle$ 和 $|\alpha\rangle$ 叠加而成。在 MZI 中,如果相干态通过相移器 φ ,此态就会产生 φ 的相位累积。反之,如果入射态不是相干态而是 OCSS 态,则情况就会有所不同。OCSS 态是典型的相干态叠加的非经典态^[16],最近,关于这个量子态的属性被详细讨论了^[17]。当一束单色的 OCSS 态光通过相移器时,相当于相干态 $|\alpha\rangle$ 和 $|\alpha\rangle$ 分别通过此相移器,如公式(2)所示。因此,此态相当于累积了 2φ 的相移,这样 2 重超分辨率的物理机制就十分清楚了。这种解释相当于 NOON 态超分辨率的解释^[5],不同的是相干态取代了福克态。然而更深一层的原因是此量子态的相干叠加性,相干叠加是量子信息优于经典信息的主要因素。

3 结论

笔者提出了超分辨率干涉型量子激光雷达方案,其光源为奇相干叠加态光源,探测灵敏度可以达到散弹噪声极限。超分辨率的关键因素是与光源和探测方式密切相关的。与相干态策略^[7]相比较,OCSS 态既能实现窄峰型超分辨又能实现多重窄峰型超分辨信号探测。奇偶探测可以通过目前的光子数分辨技术得以实现^[18]。除了奇偶探测能够实现超分辨率外,其他探测方式的超分辨率,如二值输出零差探测和 Z 探测,已经在实验室中实现了^[19]。因此,大的光子数分辨探测的难题就可以被取代了。最后,讨论 OCSS 态的产生问题。目前,根据实验报道^[20-23], $\alpha=1.5$,即平均光子数近似为 2.25 的 OCSS 态已经被成功地制备了。同时,大光子数的 OCSS 态的制备也在进行之中,人们相信在不远的将来就会变为现实。到那时所提出的方案就可以应用到激光雷达领域,尤其是多普勒测速激光雷达。最后,其他形式的增强型激光测距和成像雷达系统也被广泛研究^[24-26]。

参考文献:

- [1] Boto A N, Kok P, Abrams D S, et al. Quantum interferometric optical lithography: exploiting entanglement to beat the diffraction limit[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 2733-2736.
- [2] Didomenico L D, Lee H W, Kok P, et al. Quantum interferometric sensors[C]//SPIE, 2004, 5359: 169-176.

- [3] Lanzagorta M. Quantum Radar[M/OL]. [2014-10-08]. <http://www.morganclaypool.com>.
- [4] Dutton Z, Shapiro J H, Guha S. LADAR resolution improvement using receivers enhanced with squeezed vacuum injection and phase-sensitive amplification[J]. *J Opt Soc Am B*, 2010, 27: A63-A72.
- [5] Dowling J P. Quantum optical metrology—the lowdown on high-N00N states[J]. *Contemp Phys*, 2008, 49: 125-143.
- [6] Jiang K B, Lee H W, Gerry C C, et al. Super-resolving quantum radar: coherent-state sources with homodyne detection suffice to beat the diffraction limit[J]. *J App Phys*, 2013, 114: 193102.
- [7] Gao Y, Anisimov P M, Wildfeuer C F, et al. Super-resolution at the shot-noise limit with coherent states and photon-number-resolving detectors [J]. *J Opt Soc Am B*, 2010, 27: A170-174.
- [8] Gerry C C, Mimih J. The parity operator in quantum optical metrology[J]. *Contemporary Physics*, 2010, 51(6): 497-511.
- [9] Anisimov P M, Raterman G M, Chiruvelli A, et al. Quantum metrology with two-mode squeezed vacuum: parity detection beats the Heisenberg limit[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(10): 103602.
- [10] Kim T, Pfister O, Holland M J, et al. Influence of decorrelation on Heisenberg-limited interferometry with quantum correlated photons[J]. *Physical Review A*, 1998, 57(5): 4004.
- [11] Resch K J, Pagnani K L, Prevedel R, et al. Time-reversal and super-resolving phase measurements[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(22): 223601.
- [12] Huver S D, Wildfeuer C F, Dowling J P. Entangled fock states for robust quantum optical metrology, imaging, and sensing[J]. *Physical Review A*, 2008, 78(6): 063828.
- [13] Gerry C C. Heisenberg-limit interferometry with four-wave mixers operating in a nonlinear regime [J]. *Physical Review A*, 2000, 61(4): 043811.
- [14] Bollinger J J, Itano W M, Wineland D J, et al. Optimal frequency measurements with maximally correlated states[J]. *Physical Review A*, 1996, 54(6): R4649.
- [15] Tan Q S, Liao J Q, Wang X, et al. Enhanced interferometry using squeezed thermal states and even or odd states [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(5): 053822.
- [16] Gerry C C. Non-classical properties of even and odd coherent states [J]. *Journal of Modern Optics*, 1993, 40(6): 1053-1071.
- [17] Schleich W, Pernigo M, Le Kien F. Nonclassical state from two pseudoclassical states [J]. *Physical Review A*, 1991, 44(3): 2172.
- [18] Cohen L, Istrati D, Dovrat L, et al. Super-resolved phase measurements at the shot noise limit by parity measurement [J]. *Optics Express*, 2014, 22(10): 11945-11953.
- [19] Conforti M, Baronio F, Trillo S. Resonant radiation shed by dispersive shock waves[J]. *Physical Review A*, 2014, 89(1): 013807.
- [20] Ourjoumtsev A, Tualle-Brouiri R, Laurat J, et al. Generating optical Schrödinger kittens for quantum information processing[J]. *Science*, 2006, 312(5770): 83-86.
- [21] Ourjoumtsev A, Jeong H, Tualle-Brouiri R, et al. Generation of optical ‘Schrödinger cats’ from photon number states[J]. *Nature*, 2007, 448(7155): 784-786.
- [22] Takahashi H, Wakui K, Suzuki S, et al. Generation of large-amplitude coherent-state superposition via ancilla-assisted photon subtraction [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(23): 233605.
- [23] Gerrits T, Glancy S, Clement T S, et al. Generation of optical coherent-state superpositions by number-resolved photon subtraction from the squeezed vacuum [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(3): 031802.
- [24] Xu Zhengping, Shen Honghai, Xu Yongsen. Review of the development of laser active imaging system with direct ranging[J]. *Chinese Optics*, 2014, 8(1): 28-38. (in Chinese) 徐正平, 沈宏海, 许永森. 直接测距型激光主动成像系统发展现状[J]. *中国光学*, 2014, 8(1): 28-38.
- [25] Wang Weibing, Wang Tingfeng, Guo Jin. Orbit determination for space target based on opto-electrical imaging, tracking and ranging on satellite[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(2): 528-539. (in Chinese) 王卫兵, 王挺峰, 郭劲. 基于星载光电成像跟踪测距的空间目标定轨[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(2): 528-539.
- [26] Wang Q, Zhang Y, Xu Y, et al. Pseudorandom modulation quantum secured lidar [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2015, DOI:10.1016/j.ijleo.2015.07.048 (In Press).