## 偏轴反射镜平台视轴稳定技术及建模分析

宋江鹏<sup>1,2</sup>,孙广利<sup>2</sup>,周 获<sup>1</sup>,李 丹<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 控制科学与工程系,黑龙江 哈尔滨 150001;2. 天津津航技术物理研究所,天津 300308)

摘 要:常规反射镜平台采用方位/俯仰型两框架结构形式,探测器视轴平行于外框架旋转轴。区别 于常规反射镜平台,偏轴反射镜平台不再遵循探测器视轴与外框架旋转轴平行的原则,其视轴角速度 具有强耦合和非线性的特点。主要研究了这类偏轴反射镜平台的运动学、动力学建模和视轴稳定机 理。首先,采用虚拟整体稳定平台技术推导平台运动学方程,并确定了虚拟平台框架类型的选取原 则。在此基础上推导了完整的视轴坐标系动力学模型。然后,对载体运动耦合机制进行了分析并给出 了控制框图。最后,对视轴运动特性进行仿真分析。仿真结果表明,该平台在视轴指向、力矩耦合等方 面具有不同于常规反射镜平台的特性,且由视轴运动非线性引起的视轴交叉耦合力矩大于惯量耦合 力矩。

关键词: 偏轴反射镜; 虚拟整体稳定; 运动学模型; 动力学模型 中图分类号: TP275 文献标志码: A 文章编号: 1007-2276(2015)08-2484-07

# Line-of-sight stabilization and modeling analysis of bias shafting mirror platform

Song Jiangpeng<sup>1,2</sup>, Sun Guangli<sup>2</sup>, Zhou Di<sup>1</sup>, Li Dan<sup>2</sup>

Department Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
 Tianjin Jinhang Institute of Technical Physics, Tianjin 300308, China)

**Abstract:** The conventional mirror stabilized platform consists of two-axis azimuth-elevation gimbal axes and the sensor input Line-of-sight (LOS) is always oriented parallel to the outer gimbal axis. Compared with conventional mirror platform, the bias shafting mirror gimbal axis can have an arbitrary orientation with respect to the sensor LOS, and the resulting LOS kinematics are both axis-coupled and non-linear. The primary purpose of this paper is to study LOS kinematics and dynamic modeling of this bias shafting mirror. Firstly, the artificial mass stabilization platform method was proposed to derive LOS kinematics. Meanwhile, the artificial platform gimbal type was determined to derive equations of dynamics. And a complete dynamics model was presented based on LOS coordinate system. Then, the carrier motion coupling was analyzed and system control block diagrams were developed. Lastly, simulation results show that the characteristics of LOS pointing and torque coupling is different between the bias shafting and conventional mirror platform. **Key words:** bias shafting mirror; artificial mass stabilization; kinematics model; dynamics model

收稿日期:2014-12-05; 修订日期:2015-01-09

作者简介:宋江鹏(1980-),男,工程师,博士生,主要从事光电稳定平台控制系统设计方面的研究。Email:jjh\_sjp@163.com 导师简介:周荻(1969-),男,博士生导师,主要从事非线性控制理论及其在飞行器制导和控制方面的研究。Email:zhoudi@hit.edu.cn

## 0 引 言

光电稳定平台以光电探测器为载荷,能够有效隔 离载体姿态运动或其他干扰力矩所造成的光电探测器 视轴在惯性空间内的抖动,有效补偿由视轴抖动引起 的探测器成像模糊,在现代武器系统中得到了非常广 泛的应用<sup>[1-2]</sup>。同时,光电稳定平台是一个存在参数摄动 以及非线性干扰的复杂控制系统<sup>[3]</sup>,建立完整、准确的 运动学、动力学模型和进行全面的耦合特性分析设计 是稳定平台控制系统设计的基础,研究这些问题对进 一步提高稳定平台控制性能具有重要意义。

国内外学者在整体稳定平台建模与分析方面做 了大量工作,参考文献[4]分别采用方向余弦矩阵和 拉格朗日方程建立了两轴框架的刚体动力学模型, 较为全面地分析了框架间耦合关系。参考文献[5]建 立了包含质量不平衡力矩的动力学模型,分析了载 体与外框架、外框架与内框架之间的相互耦合关系。 参考文献[6]在前人研究的基础上,利用刚体绕动点 转动的动量矩定理建立了具有更普遍意义的动力学 模型,并针对质量不平衡力矩进行了仿真分析。参考 文献[7-8]分别对极坐标稳定平台和捷联式稳定平 台的动力学模型进行了推导和分析。

区别于整体稳定平台,反射镜平台将反射镜安 装在光学传感器入射光路中,光轴的方向由受控反 射镜的姿态变化来改变。其中,偏轴反射镜平台探测 器输入视轴不再平行于反射镜外框架旋转轴,这类 反射镜平台视轴运动呈现了耦合、非线性关系<sup>[9]</sup>。目 前尚未查到关于此类反射镜平台的运动学、动力学 建模以及视轴稳定机理分析的文献。

基于以上背景,文中以一类偏轴反射镜平台为研 究对象。首先,采用虚拟整体稳定平台技术推导反射镜 平台的运动学模型;同时,按照虚拟整体平台与反射镜 平台框架惯性角速度符合线性关系的选取原则确定了 虚拟平台的框架类型;然后,在反射镜平台运动学模型 的基础上完成了视轴坐标系动力学建模;最后,完成了 载体运动耦合机制分析并给出了控制框图。从而为偏 轴反射镜平台的控制系统设计提供了理论依据。

## 1 坐标系定义及光学反射矢量基本理论

以一类偏轴反射镜平台为例,如图1所示。坐标

系定义如下。

载体坐标系 o<sub>B</sub>x<sub>B</sub>y<sub>B</sub>Z<sub>B</sub>:原点位于载体质心。o<sub>B</sub>x<sub>B</sub>轴 沿载体纵轴,向前为正,o<sub>B</sub>y<sub>B</sub>轴在载体纵对称面内向 上为正,o<sub>B</sub>Z<sub>B</sub>轴按右手系定义方向。

外框坐标系 o<sub>a</sub>x<sub>a</sub>y<sub>a</sub>z<sub>a</sub>:原点为载体上与反射镜平 台内、外框转轴交点。o<sub>a</sub>y<sub>a</sub> 轴为外框架方位轴,与载 体 o<sub>a</sub>y<sub>b</sub> 夹角为 45°,向上为正,其余两轴符合右手定 则。o 系相对 m 系绕 o<sub>a</sub>y<sub>a</sub> 轴旋转,产生方位角 α。

内框坐标系 *o<sub>i</sub>x<sub>i</sub>y<sub>i</sub>z<sub>i</sub>*:原点位于内、外框转轴交点。 *o<sub>i</sub>z<sub>i</sub>* 轴为内框架俯仰轴,其余两轴符合右手定则。*i* 系 相对 *o* 系绕 *o<sub>i</sub>z<sub>i</sub>* 轴旋转,产生俯仰角 β。

视轴坐标系 o<sub>t</sub>x<sub>t</sub>y<sub>t</sub>z<sub>t</sub>: 初始位置与载体坐标系重合, ox<sub>t</sub> 轴与反射镜出射视轴方向一致。



图 1 偏轴反射镜视轴运动示意图

Fig.1 Scheme diagram of bias shafting mirror LOS kinematics

同时,在反射镜视轴运动学分析中大量运用了 光学反射矢量基本理论,如图2所示。其中, *A*代表入 射矢量; *N*代表镜面法线矢量; *A*<sup>7</sup>代表出射矢量<sup>[10]</sup>。



图 2 光学反射示意图 Fig.2 Scheme diagram of light reflection

基于矢量形式的斯涅尔定律,出射视轴单位矢 量在选定参考坐标系中投影<sup>7</sup>可以表示为:

$$\vec{A'} = \vec{A} - 2(\vec{A} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N} \tag{1}$$

式中: $\vec{N}=[N_x N_y N_z]^T$ ,为镜面法线单位矢量在参考 坐标系内投影; $\vec{A}=[A_x A_y A_z]^T$ ,为反射镜入射矢量在 参考坐标系内投影; $\vec{A}^{\dagger}=[A_{x'} A_{y'} A_{z'}]^T$ ,为反射镜出 射矢量在参考坐标系内投影。

### 2 偏轴反射镜平台运动学

## 2.1 光学反射理论分析

选定外框坐标系初始位置为光学反射矢量公式 中的参考坐标系。按照光路可逆原理,设定探测器入 射视轴单位矢量A逆着原来方向反射出去,其在参考 坐标系投影可以表示为:

$$\vec{A} = [-\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2 \ 0]^{\mathrm{T}}$$
 (2)

镜面法线单位矢量在参考坐标系下投影了,为:

 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} s(\cdot) & 0 & c(\cdot) \end{bmatrix}$ 

式中:c 表示 cos,s 表示 sin,下同。

当外方位框架绕 oy。旋转 α角、内俯仰框架绕 ozi 旋转 β角时,根据公式(1)求得出射视轴单位矢量在参 考坐标系投影A,并求解在载体坐标系中投影A;

 $\overrightarrow{A_B} = T_z(45^\circ) \cdot \overrightarrow{A'} = [c^2 \alpha \cdot c^2 \beta - s^2 \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta + c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta + c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta \cdot (c^2 \alpha \cdot c \beta + 2c \alpha \cdot s \beta - c \beta + c \beta +$ 

 $c\beta)\sqrt{2} \cdot s\alpha \cdot c\beta(s\beta + c\alpha \cdot c\beta)]^{\mathrm{T}}$ (5)

#### 2.2 平台运动学方程推导

该节通过虚拟整体稳定平台运动等效上节推导 的反射镜平台出射视轴运动,然后采用整体稳定平 台视轴稳定技术推导视轴运动学方程。

虚拟整体平台框架类型并不唯一,当选取两轴 整体稳定平台外方位框架转动  $\lambda_1$  角、内俯仰框架转 动  $\lambda_0$  角时, $\lambda_1$ 、 $\lambda_0$  与  $\alpha$ 、 $\beta$ 之间存在严重非线性,难以 通过整体稳定平台技术推导偏轴反射镜平台的视轴 运动学方程。

文中选取的虚拟稳定平台为外方位框架 y 旋转  $\alpha$ 角、绕中俯仰框架 z 旋转 2 $\beta$ 角、绕内方位框 y 旋 转  $\alpha$ 角的三框架整体稳定平台,推导虚拟整体稳定 平台视轴运动在载体坐标系内投影 $\overline{A_{\beta}}$ ;

 $\overrightarrow{A_B}'' = T_y(-\alpha) \cdot T_z(-2\beta) \cdot T_y(-\alpha) \cdot [1 \quad 0 \quad 0]^{\mathsf{T}} =$ 

 $[c^{2}\alpha \cdot c^{2}\beta - s^{2}\beta - c\beta \cdot (c^{2}\alpha \cdot c\beta + 2c\alpha \cdot s\beta - c\beta) \cdot$ 

$$/2 \cdot s\alpha \cdot c\beta(s\beta + c\alpha \cdot c\beta)]^{\mathrm{T}}$$
(6)

由公式(5)、(6)可知, $\overrightarrow{A_B}$ 与 $\overrightarrow{A_B}$ 完全一致。因此,可 以将这类偏轴反射镜平台等效为虚拟三框架整体稳 定平台。

下面推导反射镜平台的视轴运动学方程,定义 载体惯性角速度矢量为↔ 、反射镜外框惯性角速度 矢量为↔ 、反射镜内框惯性角速度矢量为↔ ,视轴 惯性角速度矢量为↔ 。

(1)根据载体和稳定平台的空间关系以及复合运动原理可知反射镜外框架惯性角速度为:

$$\overrightarrow{\omega_o} = T_y(\alpha) \cdot \overrightarrow{\omega_B} + \overrightarrow{\omega_{bo}}$$
(7)

式中: ω<sub>bo</sub> = [0 α 0]为反射镜方位框架相对角速度。 (2) 反射镜内框架惯性角速度为:

$$\overrightarrow{\omega_i} = T_z(\beta) \cdot \overrightarrow{\omega_o} + \overrightarrow{\omega_{oi}}$$
(8)

式中: $\vec{\omega}_{ai}$ =[0 0  $\beta$ ],为反射镜俯仰框架相对角速度。

(3) 按照虚拟稳定平台的视轴运动特性,将反射 镜内框架惯性空间角速度传递至视轴为:

$$\overrightarrow{\omega_L} = T_y(\alpha) \cdot (T_z(\beta) \cdot \overrightarrow{\omega_i} + \overrightarrow{\omega_{oi}}) + \overrightarrow{\omega_{bo}}$$
(9)

根据公式(7)~(9)推导视轴惯性角速度  $\omega_{L_x}, \omega_{L_z}$ 与框架惯性角速度  $\omega_{v_x}, \omega_{v_z}$ 的关系:

 $\omega_{Lz} = s\alpha \cdot (c2\beta \cdot \omega_{\alpha x} + s2\beta \cdot \omega_{\alpha y}) + c\alpha \cdot \omega_{iz} + c\alpha \cdot \dot{\beta}$ 

综上所述,采用虚拟整体稳定平台方法可以推导偏轴反射镜平台的视轴运动学方程。其中,公式(10) 中 ω<sub>Ly</sub>、ω<sub>Lz</sub> 为视轴在方位、俯仰方向的惯性角速度, 用于视轴稳定控制。

## 3 偏轴反射镜平台动力学

#### 3.1 平台框架动力学方程推导

文中采用第二类拉格朗日方程,在考虑质量不 平衡力矩和轴承摩擦力矩条件下推导完整的平台框 架动力学模型<sup>(4)</sup>。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \tag{11}$$

式中:T为系统动能;D为系统瑞利耗散函数;q<sub>k</sub>为 系统广义坐标;k为系统独立的自由度个数;Q<sub>k</sub>为系 统的广义力。 刚体旋转运动的动能计算公式为*w*·*H*/2<sup>[4]</sup>,刚体平移运动的动能计算公式为*m*·*v*<sup>2</sup>/2。

根据动能的计算公式和公式(7)、(8),可得平台 两个框架的总动能 T为:

$$T = \frac{1}{2} \overrightarrow{\omega_o} \cdot \overrightarrow{H_o} + \frac{1}{2} \overrightarrow{\omega_i} \cdot \overrightarrow{H_i} + \frac{1}{2} m_o \cdot (\overrightarrow{v_o})^{\mathrm{T}} \cdot \overrightarrow{v_o} + \frac{1}{2} m_i \cdot (\overrightarrow{v_i})^{\mathrm{T}} \cdot \overrightarrow{v_i}$$
(12)

式中: $\vec{\omega_o}$ 为外框架旋转角速度矢量; $\vec{\omega_i}$ 为内框架旋转角速度矢量; $\vec{H_o}$ 、 $\vec{H_i}$ 分别为外、内框架动量矩,且

$$\vec{H} = \vec{J} \cdot \vec{\omega} = \begin{bmatrix} J_x & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_y & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$
(13)

 $m_{o}$ 、 $m_{i}$ 分别为外、内框架质量; $\vec{v_{o}}$ 为外框架平移速度 矢量,且

$$\overrightarrow{v_o} = \begin{bmatrix} \dot{\rho}_{ox} & \dot{\rho}_{oy} & \rho_{oz} \end{bmatrix}$$
(14)

→ *v<sub>i</sub>*为内框架平移速度矢量,且

$$\overrightarrow{v_i} = \begin{bmatrix} \rho_{ix} & \rho_{iy} & \rho_{iz} \end{bmatrix}$$
(15)

同时,系统的能量耗散主要来源于框架轴上的 摩擦<sup>[11]</sup>。文中选择库仑+粘滞摩擦模型,则系统的能 量耗散函数为:

$$D = T_{\alpha} \cdot |\alpha| + \frac{1}{2} K_{\alpha} \cdot (\alpha)^2 + T_{ic} \cdot |\alpha| + \frac{1}{2} K_{iv} \cdot (\alpha)^2 \quad (16)$$

式中:*T<sub>ac</sub>、T<sub>ic</sub>*为外框、内框库仑摩擦力矩;*K<sub>ov</sub>、K<sub>iv</sub>*为外框、内框粘滞摩擦系数。

由公式(16)可得两框架摩擦力矩为:

$$M_{jz} = \frac{\partial D}{\partial \lambda_z} = T_{ic} \cdot \operatorname{sgn}(\dot{\beta}) + K_{iv} \cdot \dot{\beta}$$
(17)

$$M_{fy} = \frac{\partial D}{\partial \lambda_y} = T_{oc} \cdot \operatorname{sgn}(\alpha) + K_{ov} \cdot \alpha$$
(18)

同时,两框架平移加速度 *a*<sub>o</sub> 和 *a*<sub>i</sub> 受到载体运动 和重力加速度影响。借鉴参考文献[6]的分析方法, 根据刚体动点加速度合成原理以及导弹和位标器的 空间关系,推导了外框架原点 *O* 的平移加速度:

$$\overrightarrow{a_{Bo}} = \frac{dv_B'}{dt} + \frac{d\omega_B'}{dt} \times \overrightarrow{\rho} + \overrightarrow{\omega_B} \times (\overrightarrow{\omega_B} \times \overrightarrow{\rho}) \Longrightarrow$$
$$\overrightarrow{a_{Bo}} = \begin{bmatrix} a_{Bx} \\ a_{By} \\ a_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_{By}^2 \cdot \rho - \omega_{Bz}^2 \cdot \rho + a_{Bx} \\ \vdots \\ \omega_{Bz} \cdot \rho + \omega_{Bx} \cdot \omega_{By} \cdot \rho + a_{By} + g \\ \vdots \\ -\omega_{By} \cdot \rho + \omega_{Bx} \cdot \omega_{Bz} \cdot \rho + a_{Bz} \end{bmatrix}$$
(19)

式中: $[a_{Bx} a_{By} a_{Bz}]$ 为载体平移加速度矢量; $[\omega_{Bx} \omega_{By} \omega_{Bz}]$ 

为载体角速度矢量;  $\vec{v}_B$  为载体平移速度矢量;  $\rho$  为载体质心  $o_m$  到框架质心 o 的矢径。

然后,加速度dbac在外框坐标系投影为:

$$\overrightarrow{a_o} = T_b^o \cdot \overrightarrow{a_{Bo}}$$
(20)

外框架加速度<del>a</del>。在内框架坐标系的投影为:

$$\overrightarrow{a_i} = T_o^i \cdot \overrightarrow{a_o} \tag{21}$$

得到由载体平移运动引起的两框架质量不平衡 力矩:

$$M_{iz} = \rho_{ix} \cdot F_{iy} - \rho_{iy} \cdot F_{iz} = m \cdot (\rho_{ix} \cdot a_{iy} - \rho_{iy} \cdot a_{ix})$$
(22)

$$M_{uy} = \rho_{oz} \cdot F_{ox} - \rho_{ox} \cdot F_{oz} = m \cdot (\rho_{oz} \cdot a_{ox} - \rho_{ox} \cdot a_{oz})$$
(23)

选取两框架相对角度  $\lambda_y$ 、 $\lambda_z$  以及两框架质心位置  $\rho_{\alpha x}$ 、 $\rho_{\alpha}$  和  $\rho_{x x}$ 、 $\rho_{y y}$  为广义坐标,则由公式(11)~(23)可得到平台的动力学方程。

方位轴动力学方程可以表示为:

$$J_s \omega_{cy} = M_{my} - M_{fy} - M_{uy} - M_{cry} - M_{y\_cross}$$
(24)

其中,J。为外框架等效转动惯量,且

 $J_s=J_{oy}+J_{ix}\sin^2\lambda_z+J_{by}\cos^2\lambda_z+J_{ixy}\sin(2\lambda_z)$  (25) 式中: $M_{my}$ 为外框电机驱动力矩; $M_{fy}$ 为外框架摩擦产 生的力矩,可由公式(18)求得; $M_{uy}$ 为外框架质量不 平衡产生的力矩,可由公式(23)求得; $M_{oy}$ 为外框架 线缆产生的柔性干扰力矩,导线干扰力矩很难量化, 设计时留出一定的余量即可; $M_{y,cross}$ 为外框架惯量耦 合力矩,由于外框受到了内框对外框的反作用力矩 的影响,耦合力矩表达式复杂,这里不再详细列出。

同时,俯仰轴动力学方程表示为:

 $J_{k}\omega_{k}=M_{m}-M_{k}-M_{uc}-M_{crc}-M_{zcros}$  (26) 式中: $M_{m}$ 为内框电机驱动力矩; $M_{k}$ 为内框架摩擦产 生的力矩,可由公式(17)求得; $M_{uc}$ 为内框架质量不 平衡力矩,可由公式(22)求得; $M_{crc}$ 为内框架线缆产

生的柔性干扰力矩,导线干扰力矩很难量化,设计时 留出一定的余量即可。

M<sub>z\_cross</sub> 为内框架惯量耦合力矩,且

$$M_{z,\text{cross}} = (J_{ix} - J_{iy}) \omega_{ix} \omega_{iy} - J_{ixy} (\omega_{ix}^2 - \omega_{iy}^2) + J_{ixz} (\omega_{iz} \omega_{iy} - \omega_{ix}) - J_{iyz} (\omega_{ix} \omega_{iz} + \omega_{iy})$$

$$(27)$$

#### 3.2 平台视轴动力学方程推导

上节推导了反射镜平台框架坐标系的动力学方程。由于稳定平台主要完成视轴指向和稳定功能,有 必要将平台视轴运动学模型和框架动力学模型相结 合,建立偏轴反射镜平台的视轴动力学方程。

将公式(10)代入公式(24)和(26),得到关于视轴 坐标系的动力学微分方程:

$$\begin{array}{l}
J_{s}\omega_{Ly}=c2\beta \cdot (M_{my}-M_{\mu y}-M_{fy}-M_{cry}-M_{y\_cross})+M_{Ly\_couple} \\
\vdots \\
J_{lz}\omega_{Lz}=c\alpha \cdot (M_{mz}-M_{\mu z}-M_{fz}-M_{crz}-M_{z\_cross})+M_{Lz\_couple} \\
\ddagger +
\end{array}$$
(28)

$$M_{L_{y_{c}couple}} = J_{s} \cdot (-s2\beta \cdot \dot{\omega}_{\alpha x} - c2\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \omega_{\alpha x}) + J_{s} \cdot (-s2\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \omega_{\sigma y} + \dot{\alpha})$$

$$M_{L_{z_{c}couple}} = J_{iz} \cdot (s\alpha \cdot c2\beta \cdot \dot{\omega}_{\alpha x} + s\alpha \cdot s2\beta \cdot \dot{\omega}_{\sigma y}) + J_{iz} \cdot (c\alpha \cdot c2\beta \cdot \dot{\alpha} - s\alpha \cdot s2\beta \cdot \dot{\beta}) \cdot \omega_{\sigma x} + J_{iz} \cdot (c\alpha \cdot c2\beta \cdot \dot{\alpha} + s\alpha \cdot c2\beta \cdot \dot{\beta}) \cdot \omega_{\sigma y} + J_{iz} \cdot (-s\alpha \cdot \dot{\omega}_{z} + c\alpha \cdot \ddot{\beta} - s\alpha \cdot \dot{\beta}) \quad (29)$$

从公式(28)~(29)可以看出,视轴方位方向受到 内框架角  $\beta$ 的影响,当  $2\beta$ >70°时,稳定平台存在"盲 锥区"。同时,视轴俯仰方向也受到外框架角  $\alpha$ 的影 响,当  $\alpha$ >70°时,也存在"盲锥区"问题。

#### 4 载体运动耦合机制及控制框图

#### 4.1 载体运动耦合机制分析

载体运动主要通过几何约束和摩擦约束向各框架传递,最终影响视轴运动。由于偏轴反射镜平台视轴运动与内框架俯仰运动不再相同,需要根据公式(7)~(9),从载体运动角速度沿反射镜各框架的传递关系入手,分析载体扰动角速度的耦合途径。



由公式(30)可知,载体扰动角速度以摩擦力矩 约束和几何约束两种方式同时影响视轴运动,增加 了系统对载体扰动的敏感度<sup>[12]</sup>。

#### 4.2 控制框图

系统设计时一般将俯仰和方位通道独立控制, 通道间的耦合视为干扰<sup>[13]</sup>。通过稳定平台的运动学 和动力学模型,建立控制框图如图 3、4 所示。



#### 图 3 方位回路控制框图

Fig.3 Block diagram of azimuth loop





图中,G<sub>v</sub>(s)为稳定回路控制器,L为电机电感,R 为电机内阻,K<sub>i</sub>为力矩系数,K<sub>e</sub>为反电势系数,K<sub>f</sub>为 陀螺增益,J<sub>s</sub>为方位框架等效转动惯量,J为俯仰框 架总转动惯量,T<sub>f</sub>为摩擦非线性环节。

## 5 仿真与分析

针对上述偏轴反射镜平台运动学和动力学建模 结果,重点在视轴指向非线性、摩擦干扰力矩对视轴 角速度影响、不同类型耦合干扰力矩对比分析等方 面进行数值仿真。仿真中平台机械参数见表1。

表1 模型参数

Tab.1 Model parameter		
Parameter	Value	Unit
$J_{ox}, J_{oy}, J_{oz}$	0.004 5,0.005,0.004	kg•m <sup>2</sup>
$J_{\alpha xy}, J_{o yz}, J_{\alpha xz}$	0	kg•m <sup>2</sup>
$J_{ix}, J_{iy}, J_{iz}$	0.001,0.001 5,0.002	kg•m <sup>2</sup>
$J_{ixy}, J_{iyz}, J_{ixz}$	0	kg•m <sup>2</sup>
L	0.008	Н
R	6.2	Ω
$K_t$	0.2	N∙m/A
$K_e$	0.2	V/rad

(1) 分析视轴指向角的非线性特性。

设定反射镜外框架角  $\alpha$ 旋转±20°、内框架角  $\beta$ 旋转±10°。根据公式(5)推导反射镜旋转角  $\alpha$ 、 $\beta$ 与光 轴指向角 a、b之间的关系:

$$\tan(a) = \frac{A_{Bz'}}{A_{Bx'}} \quad \tan(b) = \frac{A_{By'}}{A_{Bx'}}$$

图 5 为视轴指向与反射镜框架旋转角度间的关 系示意图。图中相邻两点间隔代表反射镜框架在方 位、俯仰方向旋转 1°。如图 5 所示,在相同框架旋转 角度的条件下,偏轴反射镜平台比常规反射镜平台 的视轴指向角度范围更大,有利于实现较小的反射 镜尺寸和摆角范围,但非线性更严重。



图 5 视轴指向与反射镜框架角度示意图

Fig.5 Relationship between LOS pointing and mirror gimbal angle

因此,反射镜平台绕不同轴系旋转各有其优缺 点,可根据不同轴系的视轴运动学、动力学特性以及 控制系统实现的难易程度进行综合考量<sup>[9]</sup>。

(2) 在载体扰动条件下,分析框架摩擦力矩对视 轴角速度影响。

载体扰动引起的摩擦力矩是影响稳定平台视轴 精度的最重要耦合途径。采用线性分析方法建立载 体扰动角速度 ω<sub>ts</sub>通过摩擦力矩到视轴俯仰角速度 ω<sub>tz</sub>的传递函数:

$$G_{f}(s) = \frac{\omega_{Lz}}{\omega_{dis}} = \frac{\left(\frac{k_{t}k_{e}}{J_{S}(Ls+R)} + \frac{T_{f}(\cdot)}{J_{S}}\right)\cos\alpha}{1 + \frac{k_{t}k_{t}G_{v}(s)}{J_{S}(Ls+R)} + \frac{k_{t}k_{e}}{J_{S}(Ls+R)} + \frac{T_{f}(\cdot)}{J_{S}}}$$
(31)

由公式(31)可知,载体扰动角速度在方位框架 角余弦函数的作用下,以摩擦力矩约束耦合的方式 影响视轴俯仰方向角速度。

图 6 为载体扰动通过框架摩擦力矩影响视轴俯 仰角速度的仿真结果。仿真结果表明:摩擦力矩对视 轴俯仰角速度的影响随着方位框架角度的增加而逐 渐减小。而常规反射镜平台不受方位框架角度的影响。图 6 的仿真结果验证了公式(31)。



图 6 不同方位框架角下摩擦力矩引起的俯仰视轴输出角速度 Fig.6 LOS elevation angle velocity caused by friction torque under azimuth gimbal angle increases

(3) 在偏轴反射镜平台的视轴动力学模型中,由于视轴运动的非线性而引入了新的视轴交叉耦合力 矩项 *M<sub>Ly\_couple</sub>、M<sub>Lz\_couple</sub>、与惯量耦合力矩 <i>M<sub>y\_cros</sub>、M<sub>z\_cros</sub>*进行对比分析。



(a) Azimuth gimbal coupling disturbance torque







图 7 耦合干扰力矩对比分析

Fig.7 Coupling disturbance torque comparative analysis

## 6 结 论

文中结合光学反射矢量理论和虚拟整体稳定平 台技术,建立了偏轴反射镜平台的运动学模型和动 力学模型。同时,对载体运动耦合机制进行了分析并 给出了视轴稳定的控制框图。最后,依据建立的运动 学模型和动力学模型,对偏轴反射镜平台的视轴运 动特性进行仿真分析。可得到以下结论:

(1) 偏轴反射镜平台可以在较小的反射镜尺寸 和摆角范围条件下实现较大的视轴指向范围,为稳 定平台的小型化、轻量化需求提供了新的解决途径。

(2) 偏轴反射镜平台的视轴指向控制存在较严重的非线性和强耦合,需要采用查表法或局部线性算法逆解视轴指向方程<sup>19</sup>。

(3) 偏轴反射镜平台的视轴交叉耦合干扰力矩大 于框架惯量耦合力矩,需要考虑该耦合力矩的影响。

(4)载体扰动角速度以摩擦力矩干扰和几何约 束干扰两种形式同时影响视轴运动,需要在稳定控 制系统设计时重点考虑。

在文中研究的基础上,后续将进一步建立同时 包含方位、俯仰通道的状态空间模型,研究以两个通 道为对象的多变量非线性控制方法以实现高精度视 轴稳定控制。

#### 参考文献:

- Hilkert J. Inertially stabilized platform technology [J]. *IEEE* Control Systems Magazine, 2008, 28(1): 26–46.
- [2] Michael K M. Inertially stabilized platforms for optical imaging systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2008, 28(1): 47-64.
- [3] Zhu Huazheng. Research on several essential problems of

imaging seeker servo mechanism [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)

- [4] Ekstrand B. Equations of motion for a two-axes gimbal system [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(3): 1084–1091.
- [5] Mckerley C W. A model for a two degree of freedom coupled seeker with mass imbalance [J]. *IEEE Proceedings* on Control Systems Technology, 1996, 9(1): 84–87.
- [6] Zhu Huazheng, Fan Dapeng, Zhang Wenbo, et al. Influence analysis of the mass imbalance torque on the performance of seeker servo mechanism[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(5): 767–772. (in Chinese)
- [7] Dong Xiaomeng, Zhang Ping, Fu Kuisheng. Electromechanical modeling and simulation for strapdown polar coordinate visual guidance platform [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21(1): 262–265. (in Chinese)
- [8] Zhou Ruiqing, Lu Shanwei, Liu Xinhua. Dynamics modeling and simulation analyzing for strapdown antenna stable platform [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics* and Astronautics, 2005, 31(9): 953–957. (in Chinese)
- [9] Hilkert J M, Cohen S. Development of mirror stabilization line-of-sight rate equations for an un-conventional sensor-togimbal orientation[C]//SPIE, 2009, 7338: 10.1117/12.818805.
- [10] Hui Bin, Li Jingzhen, Huang Hongbin, et al. Optical analysis of space two-axis scanning mirror [J]. *Infrared Technology*, 2006, 28(9): 508-511. (in Chinese)
- [11] Nie Xutao. Study on strength and dynamics of seeker servo mechanism [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [12] Wu Changming, Liu Zhong. Analysis of antiinterference performance of four-gimbal two-axis gyro-stabilized platform
  [J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2007, 5(3): 76–78. (in Chinese)
- [13] Bao Wenliang, Huang Xianlin, Lu Hongqian. Dynamic modeling and coupling analysis of a multi-gimbal electrooptical platform [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2009, 30(8): 893–897. (in Chinese)