

基于拓扑优化的 4 m 望远镜底座结构设计

付世欣, 周超, 曹玉岩, 范磊, 韩西达

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要: 为满足 4 m 望远镜底座结构高刚度和轻量化的需求, 研究了考虑结构变形和模态约束下的拓扑优化问题。首先, 基于连续体结构拓扑优化的思想, 以单元虚拟密度为设计变量, 以位移变形和一阶频率及质量为优化约束, 应变能最小为优化目标, 建立了底座设计的拓扑优化数学模型, 并详细推导目标函数及约束条件的灵敏度; 然后, 对底座结构应用拓扑优化设计, 并以所得的理想概念构型为基础, 进行底座结构的详细设计; 最后, 采用有限元法对优化模型进行静刚度和动刚度的分析与校核。设计结果表明, 底座质量从 27.66 t 减至 22.15 t; 最大变形量由 0.0377 mm 减小为 0.014 mm; 一阶频率从 217.1 Hz 提高至 247.45 Hz; 在减小质量的同时, 有效提高了底座结构的静刚度和动刚度, 验证了拓扑优化方法的有效性。该方法将对 4 m 望远镜跟踪架的其他部件设计提供帮助。

关键词: 轻量化; 拓扑优化; 望远镜底座; 有限元分析; 刚度

中图分类号: TH751 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)08-2441-07

Structural design of 4 m telescope mount base based on topology optimization method

Fu Shixin, Zhou Chao, Cao Yuyan, Fan Lei, Han Xida

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: To meet the requirement for high stiffness and lightweight, topology optimization method with constraints of static displacements and first resonance frequency was studied in 4 m telescope mount base design. Firstly, mathematical model of topology optimization was built subjected to minimum compliance, with pseudo density of the finite elements as design variables, static displacements, first resonance frequency and total mass as optimization constraints. Procedure of calculating sensitivities of optimization objective was presented in detail. Furthermore, topology optimization method was applied in mount base design, based on which shape and size design were carried out. Finally, the static stiffness and dynamic behavior of the optimized structure was analyzed and checked using the finite element method. The achieved results show that total mass of mount base reduces from 27.66 t to 22.15 t, while the maximum displacement decreases from 0.0377 mm to 0.014 mm and first resonance frequency increases from 217.1 Hz

收稿日期: 2014-12-10; 修订日期: 2015-01-13

作者简介: 付世欣(1986-), 男, 硕士, 主要从事结构仿真分析与拓扑优化设计方面的研究。Email: fshx1105@163.com

to 247.45 Hz, ie, improving static and dynamic performances with lots of mass cut, which validate the presented topology optimization method. This topology optimization method will provide efficient help to other components' design of 4m telescope mount.

Key words: lightweight design; topology optimization; telescope mount base; finite element analysis; stiffness

0 引言

大口径望远镜可以满足人类对空间目标更高分辨力的需求,但通光口径的增大,会引起整个望远镜系统尺寸增加,重量也成倍上升,从而直接影响着系统成本,一方面,系统重量直接影响着材料成本,包括材料耗用,材料运输以及材料加工等成本;另一方面,重量增大将提高控制系统成本,系统重量即控制系统的负载,重量越大,控制难度和成本也将大幅度提高。跟踪架部件作为骨干支撑结构,占望远镜系统总重量 80%左右,其中,底座是主要的跟踪架部件之一,承载着大部分望远镜系统,因此,底座的结构轻量化设计对降低系统成本十分重要,已成为大口径望远镜结构设计重点和热点。

传统的轻量化设计多为一定结构拓扑下进行参数优化或者局部形状优化,通过对比优选的方法,得到相对满意的结构。安源等人对空间相机主承力板的筋格形式和厚度等参数进行了优化设计^[1];孙敬伟等人通过有限元分析对比,选出刚度更好的主镜支撑结构形式^[2];徐新行分析了筋宽和镜面厚度对快速反射镜的刚度影响^[3];伞晓刚等人在光电经纬仪主反射镜设计中,优化了支撑点的分布半径等参数^[4]。范磊等人在主镜侧向支撑方面做了相似研究工作^[5]。以上工作,通过对比分析已有的结构方案或者参数优化得到相对较优的轻量化结构,固然能够保证结构刚度等性能,但在轻量化率方面突破不大。

结构经拓扑优化进行材料重新分布,可以得到性能最优的概念构型。相比于传统的参数优化和形状优化,拓扑优化在产品开发中应用阶段更早,设计空间更大,从而更易得到轻量化率更大、性能更好的构型。基于拓扑优化的特点和巨大优势,其理论研究是过去几十年的结构轻量化领域热点。Bendsoe 和 Kikuch^[6]将结构拓扑优化设计归结为材料在设计空间的分布优化问题,在复合材料多孔介质模型的基

础上提出了均匀化法插值模型。Mlejnek^[7]等提出了适用于工程应用的结构材料的幂次惩罚模型,在此基础上,Sigmund 和 Bendsoe^[8]构建了各向同性惩罚材料密度模型(SIMP),减少了设计变量,简化了优化求解过程。

近年来,拓扑优化在光电设备结构设计中得到广泛应用。国外 Park^[9]等人基于连续体拓扑优化思想设计出第一块轻型反射镜。国内刘书田^[10]等提出基于筋板式基结构的拓扑优化方法,并应用到大口径空间反射镜的构型设计中,减小镜面面形误差的前提下,实现反射镜轻量化率达到 86%。李元^[11]等对扫描反射镜进行拓扑优化设计,实现提高反射镜结构刚度和降低转动惯量的同时,完成了其轻量化设计。徐炜^[12]等将拓扑优化方法应用到空间光学遥感器的反射镜组件设计中,在提高光学性能和机械性能的同时,降低了反射镜的质量。王永宪^[13]、曹佃生^[14]及齐光^[15]等做了相似研究,分别在反射镜、扫描镜等结构设计中应用拓扑优化方法,取得性能较好的效果。综上可知,拓扑优化多集中于空间反射镜设计领域,而大质量的望远镜跟踪架方面研究,鲜有涉及。

文中基于连续体拓扑优化思想,对 4 m 望远镜底座结构进行拓扑优化设计研究,结果验证了该方法的有效性和可行性。

1 拓扑优化理论

1.1 优化模型

拓扑是指结构材料在空间的组合与分布,其表达方式及材料插值模型的选择是拓扑优化问题的重点,文中采用各向同性惩罚材料密度模型(SIMP),通过模型中各单元的相对密度大小来描述材料的有无。

SIMP 模型中各单元的相对密度作为连续的设计变量($0 \leq \rho_i \leq 1, i=1, 2, 3 \dots, N$),材料属性是相对密度的函数:

$$\begin{cases} E_i=(\rho_i)^p E^0 \\ v_i=v^0 \\ m_i=\rho_i m^0 \end{cases} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

式中: E_i, ρ_i, v_i, m_i 分别为第 i 个单元的弹性模量、相对密度、泊松比和质量; p 为惩罚因子; E^0, v^0, m^0 分别表示实体材料($\rho_i=1$)的弹性模量、泊松比和质量; N 为单元数。可以看到, 单元弹性模量与相对密度有关, 泊松比为常量。

以应变能最小为优化目标, 位移变形、质量和一阶频率为优化约束, 建立有限元离散体的拓扑优化模型。

$$\begin{aligned} & \text{Find: } X=(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N)^T \\ & \text{Minimize: } C(X)=\sum_{i=1}^N U_i^T K_i U_i \\ & \text{Subject to: } \begin{cases} U_i-U_0 \leq 0; (i=1, 2, \dots, m) \\ M-M_0 \leq 0; \\ \lambda_0-\lambda_1 \leq 0; \\ 0 \leq \rho_i \leq 1; (i=1, 2, \dots, N) \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $X=(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N)^T$ 为拓扑优化设计变量, 即各单元的相对密度; $C(X)=\sum_{i=1}^N U_i^T K_i U_i$ 为离散模型的总应变能, 单元刚度矩阵 $K_i=(\rho_i)^p K_i^0, K_i^0$ 为实体材料的单元刚度矩阵; U_0, M_0 分别为约束的最大位移变形和质量; λ_0 为一阶频率约束。

1.2 灵敏度分析

拓扑优化问题, 设计变量多, 优化约束少, 是典型的非线性规划问题, 适于采用优化准则法(OC)求解。OC 法是基于变分原理的泛函形式, 通过引入 Lagrange 乘子构造 Lagrange 函数, 将有约束的优化问题转变为无约束的极值问题, 从而间接地优化目标函数。

构造优化问题的 Lagrange 函数为:

$$\begin{aligned} L=C(X)+\sum_{j=1}^m \mu_j(U_j-U_0)+\Lambda(M-M_0)+\xi(\lambda_0-\lambda_1)+ \\ \lambda^- \sum_{i=1}^N (0-\rho_i)+\lambda^+ \sum_{i=1}^N (\rho_i-1) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\mu_j (j=1, 2, \dots, m), \Lambda, \xi, \lambda_1, \lambda_2$ 分别为位移、质量、一阶频率及密度上下限约束的 Lagrange 乘子, 该约束优化问题的最优解必须满足 Kuhn-Tucker 条件, 其中涉及到目标函数和约束函数的灵敏度计算,

为简便起见, 以下基于有限元解析法推导目标函数及约束函数的灵敏度。

目标函数灵敏度计算过程:

$$C(X)=\sum_{i=1}^N U_i^T K_i U_i \quad (4)$$

左右两端对 ρ_i 求偏导得:

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_i}=\frac{\partial U_i^T}{\partial \rho_i} K_i U_i+U_i^T \frac{\partial K_i}{\partial \rho_i} U_i+U_i^T K_i \frac{\partial U_i}{\partial \rho_i} (i=1, 2, \dots, N) \quad (5)$$

对单元刚度表达式关于 ρ_i 求偏导得:

$$\frac{\partial K_i}{\partial \rho_i}=p(\rho_i)^{p-1} K_i^0 \quad (6)$$

下面推导位移矩阵关于设计变量 ρ_i 的灵敏度。

静载荷下有限元方程:

$$K U=P \quad (7)$$

上式左右两端分别对 ρ_i 求偏导:

$$\frac{\partial K}{\partial \rho_i} U+K \frac{\partial U}{\partial \rho_i}=\frac{\partial P}{\partial \rho_i} \quad (8)$$

变换公式(8)得位移对 ρ_i 的灵敏度

$$\frac{\partial U}{\partial \rho_i}=K^{-1}\left(\frac{\partial P}{\partial \rho_i}-\frac{\partial K}{\partial \rho_i} U\right) \quad (9)$$

载荷 P 一般是与单元相对密度 ρ_i 无关, 则上式简化为:

$$\frac{\partial U}{\partial \rho_i}=-K^{-1} \frac{\partial K}{\partial \rho_i} U \quad (10)$$

结合公式(6)和有限元方程(7)即可求解。

将公式(10)代入公式(5)得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \rho_i}=-U^T \frac{\partial K^T}{\partial \rho_i} (K^{-1})^T K_i U_i+U_i^T \frac{\partial K_i}{\partial \rho_i} U_i-U_i^T K_i K^{-1} \frac{\partial K}{\partial \rho_i} U \\ (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (11)$$

整体刚度矩阵 K 可由单元刚度矩阵组装解得, 将公式(6)单元刚度阵 K_i 关于相对密度 ρ_i 的偏导数代入公式(11)便可得到应变能关于设计变量 ρ_i 的灵敏度。

质量灵敏度计算, 对 $M=\sum_{i=1}^N \rho_i m^0 (i=1, 2, \dots, N)$ 左右两端关于 ρ_i 求偏导得:

$$\frac{\partial M}{\partial \rho_i}=m^0 (i=1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

一阶频率灵敏度表达式^[16]为:

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial \rho_i}=\frac{\Phi_1^T \frac{\partial K}{\partial \rho_i} \Phi_1-\lambda_1 \Phi_1^T \frac{\partial M}{\partial \rho_i} \Phi_1}{\Phi_1^T M \Phi_1} \quad (13)$$

至此, 目标函数及约束关于设计变量的灵敏度

计算完成,利用 OC 算法可迭代更新设计变量,直至优化结束。

1.3 拓扑优化设计流程

拓扑优化设计方法允许工程人员在对产品没有参考构型的情况下,根据结构特征参数和性能要求,设计出最优的概念模型,基于拓扑优化的结构设计流程如图 1 所示。

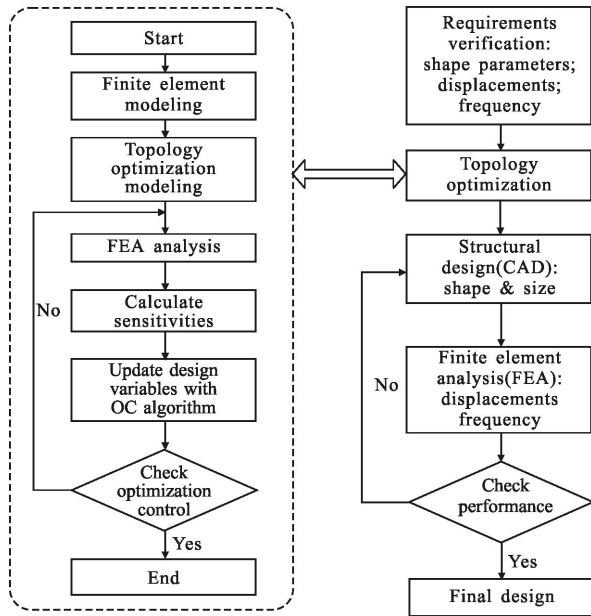


图 1 拓扑优化设计流程图

Fig.1 Schematic of topology optimization design

2 设计实例

2.1 底座有限元模型

对底座结构进行拓扑优化之前,需要分析其边界约束和载荷条件,建立有限元模型。

根据底座在望远镜中装配关系,底座上表面安装有高精度方位轴承及方位转台;其下表面由多个调平机构呈环状均匀支撑,如图 2 所示。

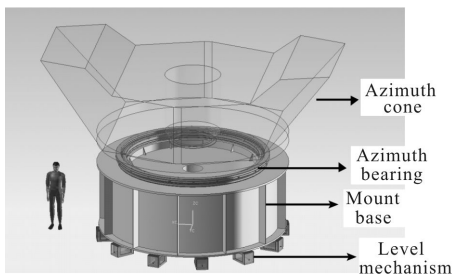


图 2 底座结构装配关系图

Fig.2 Connected structures of telescope mount base

(1) 边界约束:由力学分析可知,底座的下表面应变较小,非关键校核区域,根据圣维南原理,忽略不同调平机构承载部位之间应变的差异,简化为环面位移固定约束。

(2) 载荷条件:底座受力条件分为两部分,由方位转台和方位轴承传递来自系统组件的压力,简化为均布压强;底座自身重力。有限元模型如图 3 所示。

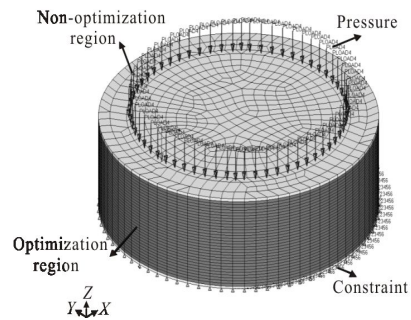


图 3 底座有限元模型

Fig.3 FE model of telescope mount base

2.2 拓扑优化

根据装夹需要,设定底座上下表面两层材料为非优化区域(图 3 中浅色所示),其余为优化区域(图 3 中深色所示)。根据上节拓扑优化数学模型,设定参数见表 1。其中,由系统误差分配原则,要求底座结构最大变形量 $U_0=0.04\text{ mm}$,一阶频率 $\lambda_0=200\text{ Hz}$,质量要求小于 23 t 。

表 1 底座拓扑优化模型参数

Tab.1 Parameters for topology optimization of mount base

Design variables	Objective	Mass constraint	First mode constraint	Displacement constraint
Element density	Compliance	$M_0=23\text{ t}$	$\lambda_0=200\text{ Hz}$	$U_0=0.04\text{ mm}$

应用上述优化参数,借助于 OptiStruct 平台,底座模型经过 34 步拓扑优化迭代后得模型如图 4 所示。结果显示非优化区域保持不变(图中未显示),优化区域中心部位大部分挖孔,意味目标函数关于该区域单元的灵敏度较小;轴承环作用区域及底部调平机构支撑等区域均基本未变,意味目标函数关于该区域的灵敏度较大。各部位材料密度不同,浅

色表示密度趋于 0 (即无材料或非实体复合结构), 深色区域表示材料密度趋于 1(实体结构), 应予以保留。

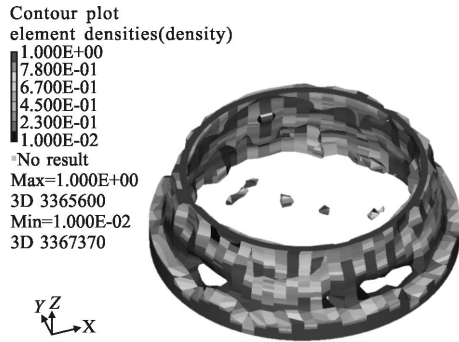


图 4 底座拓扑优化结果云图

Fig.4 Topology optimization contour of telescope mount base

可以显著看到,不同于传统方案中底座的圆柱状外形,该概念构型的外形趋于锥形凸台,可以此为基础构型进行底座结构详细设计,值得提出的是,国外同级望远镜系统 SOAR(见图 5)的底座结构也有相似的锥形轮廓,从另一方面佐证了该构型的可行性。



图 5 SOAR 望远镜系统

Fig.5 SOAR telescope system

2.3 底座结构再设计

根据底座结构的拓扑优化结果中材料配置,考虑实际加工条件,确定底座部件宜用焊接工艺。设计步骤如下:首先,外形轮廓确定,设计底座主体外形为锥形凸台;然后,实体结构布置,由拓扑优化结果(图 4),方位轴承安装面,调平机构支撑面等区域材料集中,设置实体结构及加强筋等支撑。最后,中心部位材料较少,考虑动刚度及电机安装等因素,以及轴对称原则,进行筋板布置等结构详细设计。设计效果如图 6 所示。

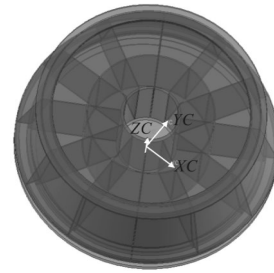


图 6 底座优化设计结构

Fig.6 Mount base optimized design

3 模型校核

3.1 静刚度

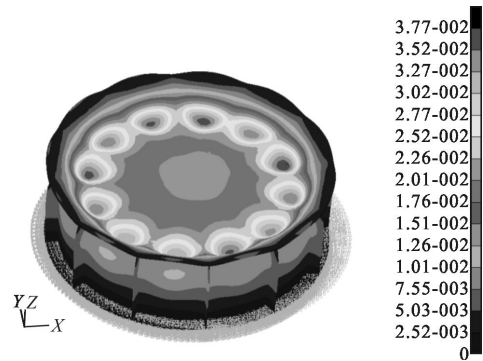
优化前后,底座结构在系统压力和自身重力静载荷作用下,有限元分析结果对比如表 2 所示。可以看出,相比传统结构,底座优化结构最大变形量由 0.037 7 mm 下降至 0.014 mm,变形量减小百分比约 63%,小于设计最大变形值,满足静刚度要求;最大应力值由 5.13 MPa,减小为 2.03 MPa,远小于 16 Mn 材料强度极限,满足强度要求;质量由 27.66 t 减重到 22.15 t,轻量化率达 20%,满足质量约束要求。小结:在有效提高结构静刚度性能的同时,完成底座结构的轻量化,达到设计要求。

表 2 两种方案下的静刚度结果对比

Tab.2 Static stiffness comparison between two design models

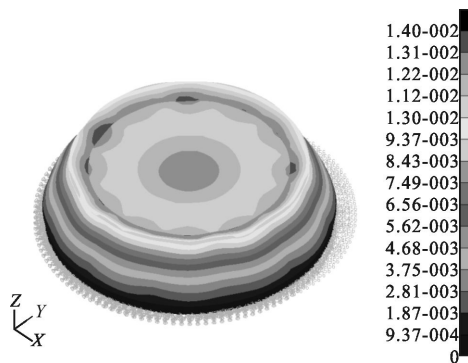
Structure	Maximum displacement/mm	Maximum stress/MPa	Mass/t
Before optimization	0.037 7	5.13	27.66
After optimization	0.014	2.03	22.15

优化前后底座结构的静载荷变形云图见图 7。



(a) 优化前

(a) Before optimization



(b) 优化后
(b) After optimization

图 7 优化前后底座位移变形云图

Fig.7 Displacement contour of telescope base

3.2 动刚度

为校核底座的动刚度特性,对优化前后结构进行模态分析,为简便起见,表 3 仅列出底座优化前后的前三阶频率和振型。结果显示,经拓扑优化后,底座结构的前三阶频率不同程度提高,振型基本一致,其中一阶频率由 217.1 Hz 提高到 247.45 Hz,百分比提高了 13.9%,效果较为明显,满足一阶频率大于 200 Hz 的设计要求。

表 3 优化前后底座前三阶模态结果

Tab.3 Modal results comparison between two design models

Modes	Before optimization/Hz	After optimization/Hz	Vibration shapes
1	217.1	247.45	Vertical resonance(Z)
2	236.58	302.41	Horizontal resonance(X)
3	236.79	302.59	Horizontal resonance(Y)

4 结论

文中研究了基于拓扑优化的 4 m 望远镜底座结构的设计方法。首先,建立了以结构应变能最小为优化目标,位移变形和一阶频率为优化约束的拓扑优化模型,详细推导了应变能的灵敏度分析并探究了拓扑优化设计流程;然后,对底座结构应用拓扑优化,得到理想的概念构型,并以此为基础,创新设计出锥形凸台轮廓的底座结构;最后,采用有限元法校

核了优化模型的静刚度和动刚度等特性,结果显示,底座最大变形量由 0.037 7 mm 减小至 0.014 mm,一阶谐振频率由 217.1 Hz 提高至 247.45 Hz,提高了结构静刚度和动刚度性能,同时质量由 27.66 t 减至 22.15 t,完成了底座轻量化设计要求。结果说明,拓扑优化设计方法在 4 m 望远镜底座结构设计中有效可行,对跟踪架其他部件的设计有借鉴意义。

参考文献:

- [1] An Yuan, Jia Xuezi, Zhang Lei, et al. Optimizing design of CFRP based main backbone with high stiffness ratio for space camera [J]. *Opt Precision Eng*, 2013, 21(2): 416-422. (in Chinese)
安源, 贾学志, 张雷, 等. 基于碳纤维复合材料的空间相机高比刚度主承力板优化设计 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(2): 416-422.
- [2] Sun Jingwei, Lv Tianyu, Yao Lishuang, et al. Design and assembly of transmitter-telescope [J]. *Opt Precision Eng*, 2014, 22(2): 369-375. (in Chinese)
孙敬伟, 吕天宇, 姚丽双, 等. 发射望远镜的设计和装调 [J]. *光学精密工程*, 2014, 22(2): 369-375.
- [3] Xu Xinhang, Gao Yunguo, Yang Hongbo, et al. Large-diameter fast steering mirror on rigid support technology for dynamic platform [J]. *Opt Precision Eng*, 2014, 22(1): 117-124. (in Chinese)
徐新行, 高云国, 杨洪波, 等. 车载大口径刚性支撑式快速反射镜 [J]. *光学精密工程*, 2014, 22(1): 117-124.
- [4] San Xiaogang, Sun Ning, Zhuo Renshan, et al. Design of supporting structure for primary mirror of large aperture theodolite [J]. *Opt Precision Eng*, 2013, 21(12): 3111-3117. (in Chinese)
伞晓刚, 孙宁, 卓仁善, 等. 大口径光电经纬仪主反射镜支撑结构设计 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(12): 3111-3117.
- [5] Fan Lei, Zhang Jingxu, Wu Xiaoxia, et al. Optimum design of edge-lateral support for large-aperture lightweight primary mirror [J]. *Opt Precision Eng*, 2012, 20(10): 2207-2213. (in Chinese)
范磊, 张景旭, 吴小霞, 等. 大口径轻量化主镜边缘侧向支撑的优化设计 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(10): 2207-2213.
- [6] Bendsoe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 71: 197-224.
- [7] Mlejnek H P, Schirmacher R. An engineering approach to

- optimal material distribution and shape finding [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1993, 106: 1-26.
- [8] Bendsoe M P, Sigmund O. Material interpolations in topology optimization [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 1999, 69:635-654.
- [9] Park K S, Lee J H, Youn S H. Lightweight mirror design method using topology optimization [J]. *Optical Engineering*, 2005, 44(5): 053002-1-053002-6.
- [10] Liu Shutian, Hu Rui, Zhou Ping, et al. Topologic optimization for configuration design of web-skin-type ground structure based large-aperture space mirror [J]. *Opt Precision Eng*, 2013, 21(7): 1803-1810. (in Chinese)
刘书田, 胡瑞, 周平, 等. 基于筋板式基结构的大口径空间反射镜构型设计的拓扑优化方法 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(7): 1803-1810.
- [11] Li Yuan, Jiao Mingyin, Chang Weijun, et al. Lightweight topological optimization design of scanning mirror [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40 (7): 1294-1298. (in Chinese)
李元, 焦明印, 常伟军, 等. 扫描反射镜轻量拓扑优化设计 [J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(7): 1294-1298.
- [12] Xu Wei, Wu Qingwen, Zhai Yan, et al. Optimal design and analysis of long circular reflector subassembly in the space optical remote sensor [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(3): 752-757. (in Chinese)
徐炜, 吴清文, 翟岩, 等. 空间光学传感器长圆形反射镜组件优化设计与分析 [J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(3): 752-757.
- [13] Wang Yongxian, Wang Bing, Ren Jianyue, et al. Improvement of carbon fiber support structure and topology optimization design of space camera [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(4): 702-724. (in Chinese)
王永宪, 王兵, 任建岳, 等. 空间相机碳纤维支撑结构改进及拓扑优化设计 [J]. *红外与激光工程*, 2009, 38(4): 702-724.
- [14] Cao Diansheng. Topology optimization of scanning mirror of UV to near-infrared hyperspectral detector [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(11): 3813-3819. (in Chinese)
曹佃生. 紫外-近红外高光谱探测器扫描镜拓扑优化设计 [J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(11): 3813-3819.
- [15] Qi Guang, Xu Yanjun, Liu Bingqiang. Lightweight structure design for SiC/Al supporting plate of space mirror [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43 (7): 2214-2218. (in Chinese)
齐光, 许艳军, 刘炳强. 空间相机反射镜 SiC/Al 支撑板轻量化结构优化设计 [J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(7): 2214-2218.
- [16] Maeda Y, Nishiwaki S, Izui K, et al. Structural topology optimization of vibrating structures with specified eigenfrequencies and eigenmode shapes [J]. *Int J Numer Methods Eng*, 2006, 67: 597-628.