

激光跟踪仪测量距离误差的机器人运动学参数补偿

杜 亮^{1,2}, 张 铁¹, 戴孝亮¹

- (1. 华南理工大学 机械与汽车工程学院, 广东 广州 510641;
2. 广东产品质量监督检验研究院, 广东 广州 510330)

摘要: 机器人位置精度检测为距离误差检测, 检测末端位置指令距离和实际距离之间的误差。为达到提高机器人精度的目的, 需对机器人运动学参数进行补偿。文中采用激光跟踪仪检测机器人距离误差, 通过研究得出的机器人距离误差模型和实际的运动学参数的映射。Hayati 提出的修正的机器人 D-H 运动学模型中某些参数是不可以辨识的, 引入辨识距离误差矩阵的条件数, 通过计算条件数, 剔除了机器人距离误差运动学参数模型中不可辨识的参数。最后对机器人可辨识的运动学参数误差进行补偿, 从而提高了机器人的精度。

关键词: 机器人; 距离误差; 误差补偿; 条件数

中图分类号: TP242.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)08-2351-07

Robot kinematic parameters compensation by measuring distance error using laser tracker system

Du Liang^{1,2}, Zhang Tie¹, Dai Xiaoliang¹

- (1. School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China;
2. Guangdong Testing Institute of Product Quality Supervision, Guangzhou 510330, China)

Abstract: The robot position accuracy is measuring the robot pose error between the command distance and the actual distance. To improve the robot accuracy, it needs to compensate on robot kinematic parameters. Laser tracker was used to measure the robot distance error in this article. The mapping between the actual kinematic parameters and the robot distance error model was obtained. Some kinematic parameters in modified D-H kinematic model that Hayati proposed can not be identified, therefore, the condition number was introduced to identify the distance error matrix. Through computing the condition number, the unidentified kinematic parameters in distance error kinematic model was deleted. Ultimately, the robot kinematic model using the identified kinematic parameters was compensated. It improves the robot accuracy apparently.

Key words: robot; distance error; error compensation; condition number

收稿日期: 2014-12-08; 修订日期: 2015-01-10

基金项目: 广东省战略新兴产业项目(2011A091101001, 2012B010900076); 广东省教育部产学研结合项目(2012B090600028); 广东省质量技术监督局科技项目(2012CZ01); 中山市产学研项目(201207B001)

作者简介: 杜亮(1979-), 男, 工程师, 博士生, 主要从事工业机器人方面的研究。Email: lrobot@126.com

0 引言

工业机器人重复精度 (Repeatability) 一般都很高,早期的机器人多采用示教编程,因此只需重复精度高即能满足工业需求。但是随着机器人的应用范围进一步扩大,机器人离线编程也越来越普遍,而定位精度(Accuracy)却很低,无法满足离线编程的精度要求。为提高机器人的定位精度,必须对机器人的运动学参数进行补偿。机器人的误差有几何参数误差和非几何参数误差,其中几何参数误差是机器人最主要的误差,文中主要通过测试机器人的距离误差来补偿机器人的几何参数误差。因为测量机器人的绝对位置精度时必然涉及测量系统坐标系与机器人坐标系间的坐标变换,此变换矩阵很难精确测定,最终导致整个测量系统的测量精度降低,因此 ISO 9283:1998 标准,采用距离误差专门针对离线编程的机器人进行精度检测。周学才^[1]根据空间任意两点在不同正交坐标系下的坐标是不同但其距离却相同,引入距离来表征机器人坐标系间的变换,但该方法需几何推导较复杂;张铁^[2]使用 Hayati^[3]针对 DH 模型修改得到 5 参数的 MDH 模型,引入了绕 y 轴旋转的微分量,该方法会出现矩阵奇异,须进行奇异值分解;蔡鹤皋^[4]等利用修正的 D-H 模型推导了机器人的实际几何参数和工具位姿误差之间的关系,该方法清晰地表述了各关节的微分变化和末端执行器误差之间的映射关系,任永杰^[5]用激光跟踪仪检测了机器人的绝对位置精度,采用测量的连杆扭角值来直接代替理论的扭角值,同时认为每根轴的转角不存在误差从而简化计算;王一^[6]提出了温度误差补偿的方法,由于温度误差影响非常小,需完成参数误差补偿后进行;Wu^[7]提出了误差补偿的最优位置选择的方法,该方法可提高误差的辨识效率,但是选择的某些最优点不是机器人经常使用的位置且有些位置可能并不在机器人的工作空间中;Everett^[8]给出了正运动学误差补偿方法及如何将机器人执行器误差转化为运动学参数误差进行补偿的方法;Zhuang^[9]给出了运用视觉进行补偿的方法并建立了新的运动学模型,但是绝大多数机器人都是采用 D-H 矩阵模型,因此该方法实际应用较困难;Dolinsky^[10]给出了遗传算法进行误差补偿的方法,

为直接补偿逆运动学参数,易操作,但省略了其他运动学参数,精度并没有正运动学误差补偿精度高。

文中先计算机器人运动空间中的理论距离,再利用激光跟踪仪测量机器人在运动空间中的实际距离,得到机器人的误差,建立距离误差和运动学参数的映射,通过分析距离误差矩阵的条件数,去除模型中冗余运动学参数。利用激光跟踪仪可实现快速测量机器人末端的距离误差。由于补偿全部关节的运动学参数误差,在求解过程中所使用的误差参数矩阵会产生奇异值,求解奇异值过程中又会失去运动学参数的部分信息。因此利用事先的分析剔除了这些冗余运动学参数,在求解过程不会产生奇异矩阵,可减少因计算产生的误差。根据计算得出的机器人运动学参数对文中实验室研制的机器人进行运动学补偿,实验表明该方法可大幅提高机器人定位精度,最后又对机器人未删除冗余参数的距离误差模型进行了机器人相同的补偿实验,对比分析表明去除部分冗余运动学参数的方法可进一步减少机器人最大误差。

1 机器人误差测量实验

机器人的测量系统由实验用的某国内厂家生产的机器人、激光跟踪仪、靶球组成,如图 1 所示。

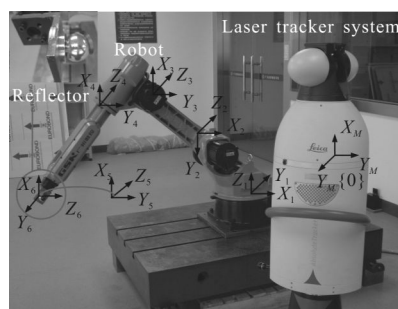


图 1 激光跟踪仪测量机器人误差

Fig. 1 Measuring robot error by laser tracker system

如图 1 所示, $\{0\}$ 表示机器人的基坐标系, $\{6\}$ 表示机器人末端执行器坐标系, $\{M\}$ 表示测量坐标系即激光跟踪仪测量坐标系。 0T_6 表示机器人基坐标系和末端执行器的坐标系之间坐标变换矩阵, MT_0 表示基坐标和测量坐标系变换。

$${}^MT_0 = {}^MT_6 \cdot {}^0T_6 \quad (1)$$

$$\text{则有: } {}^0T_6 = ({}^MT_0)^{-1} \cdot {}^MT_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \quad (2)$$

对于全旋转机器人的基坐标是和机器人的第一轴坐标重合,即{0}坐标系为机器人本体坐标系的第一关节坐标系。 A_1, \dots, A_6 为单关节的齐次坐标。利用距离误差辨识参数方法,机器人的基坐标系误差同末端执行器的误差无关。

2 机器人误差的几何分析

2.1 机器人运动学模型

运动学模型通常采用 D-H 参数表示,相邻两连杆间的变换矩阵为^[1]:

$$A_i = \text{Rot}_z(\theta_i) \text{Tran}_x(d_i) \text{Tran}_x(a_i) \text{Rot}_x(\alpha_i) \quad (3)$$

但是对于机器人关节中两个平行的关节轴,较小的误差能引起机器人末端执行器很大的误差,而 DH 模型不能描述平行关节轴之间的微小变化。Hayati^[6]修正了 DH 模型,引入了扭角 β_i 表示每一个关节坐标系相对于 Y 轴的旋转角,关节的变换矩阵 A_i 变为 A_i^H 表示为:

$$A_i^H = \text{Rot}_z(\theta_i) \text{Tran}_x(d_i) \text{Tran}_x(a_i) \text{Rot}_x(\alpha_i) \text{Rot}_y(\beta_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i c\beta_i - s\theta_i s\theta_i s\beta_i & -s\theta_i c\alpha_i & c\theta_i s\beta_i + s\alpha_i s\theta_i c\beta_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i c\beta_i + s\alpha_i c\theta_i s\beta_i & c\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\beta_i - s\alpha_i c\theta_i c\beta_i & a_i s\theta_i \\ -c\alpha_i s\beta_i & s\alpha_i & c\alpha_i c\beta_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $s\theta_i$ 表示 $\sin\theta_i$; $c\theta_i$ 表示 $\cos\theta_i$ 。

2.2 机器人关节误差参数模型

设机器人末端执行器的位置为 $x=f(k)$, k 为机器人的全部运动学参数, $k=[\theta_1 a_1 d_1 \alpha_1 \beta_1 \dots \theta_n a_n d_n \alpha_n \beta_n]$ 。对于任意一个关节产生的位置变化和运动学参数的微分关系为:

$$\delta A_i = A_i^e - A_i = A_i \Delta_i \quad (5)$$

机器人任意一个关节对于该关节上的运动学参数求导可得^[5]:

$$\delta A_i = \frac{\partial A_i}{\partial \theta_i} \delta \theta_i + \frac{\partial A_i}{\partial d_i} \delta d_i + \frac{\partial A_i}{\partial a_i} \delta a_i + \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i \quad (6)$$

$$\delta A_i^H = \frac{\partial A_i^H}{\partial \theta_i} \delta \theta_i + \frac{\partial A_i^H}{\partial d_i} \delta d_i + \frac{\partial A_i^H}{\partial a_i} \delta a_i + \frac{\partial A_i^H}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i + \frac{\partial A_i^H}{\partial \beta_i} \delta \beta_i \quad (7)$$

则 Δ_i 为:

$$\Delta_i = (A_i)^{-1} \delta A_i \quad (8)$$

Δ_i 的计算可得:

$$\Delta_i = \begin{bmatrix} \phi_{3 \times 3} & \varepsilon_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

4×4 矩阵 0T_6 的前 3×3 的子矩阵表示末端执行器姿态,此文研究暂不考虑姿态。

机器人任意一个关节参数误差映射到机器人的基坐标所产生的位置误差为 e_i :

$$e_i = G_i [\delta \theta_i \quad \delta d_i \quad \delta a_i \quad \delta \alpha_i \quad \delta \beta_i] = G_i \delta k_i \quad (10)$$

k_i 为任意关节运动学参数:关节 i 的运动学参数 $k_i = [\theta_i \ a_i \ d_i \ \alpha_i \ \beta_i]^T$, 关节 i 的运动学参数误差为 $\delta k_i = [\delta \theta_i \ \delta a_i \ \delta d_i \ \delta \alpha_i \ \delta \beta_i]^T$ 。 G_i 为机器人误差系数矩阵。

$$G_i = \begin{bmatrix} a_i s\alpha_i s\beta_i & -c\alpha_i s\beta_i & c\beta_i & 0 & 0 \\ a_i c\alpha_i & s\alpha_i & 0 & 0 & 0 \\ -a_i s\alpha_i c\beta_i & c\alpha_i c\beta_i & s\beta_i & 0 & 0 \\ -c d_i s\beta_i & 0 & 0 & c\beta_i & 0 \\ s\alpha_i & 0 & 0 & 0 & 1 \\ c\alpha_i c\beta_i & 0 & 0 & s\beta_i & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

对于任意一个关节产生的误差 e_i , 是相对于机器人基坐标产生的误差,而实际测量的是末端执行器,因此需将这些误差变换到机器人末端执行器坐标,引入 ${}^nU_{i-1}$ 为机器人 $i-1$ 关节到机器人末端的坐标转换矩阵:

$${}^nU_{i-1} = A_i A_{i+1} \dots A_n = \begin{bmatrix} n_i^x & o_i^x & a_i^x & p_i^x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

J_i 将任意关节 $i-1$ 到末端执行器的微分变换的误差变换到机器人末端执行器, J_i 为机器人末端的微分误差变换, J_i 的求解对应的 ${}^nU_{i-1}$ 中各向量为:

$$J_i = \begin{bmatrix} n_{ix}^x & n_{iy}^x & n_{iz}^x & (p_i^x \times n_i^x)_x & (p_i^x \times n_i^x)_y & (p_i^x \times n_i^x)_z \\ o_{ix}^x & o_{iy}^x & o_{iz}^x & (p_i^x \times o_i^x)_x & (p_i^x \times o_i^x)_y & (p_i^x \times o_i^x)_z \\ a_{ix}^x & a_{iy}^x & a_{iz}^x & (p_i^x \times a_i^x)_x & (p_i^x \times a_i^x)_y & (p_i^x \times a_i^x)_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

p 表示机器人末端执行器到机器人基坐标系位置 $p=[p_x, p_y, p_z]$, δp 为机器人对于测量所得的机器人位置和机器人指令位置的误差。

则机器人的误差可表示为:

$$\delta p = \sum_{i=1}^n J_i e_i = \sum_{i=1}^n J_i G_i \delta k = H \delta k \quad (14)$$

式中, $H = \sum_{i=1}^n J_i G_i$, 对于任意一个测试点 j :

$$H_j = \sum_{i=1}^n J_{ji} G_{ji} \quad (15)$$

2.3 机器人距离误差计算

机器人任意两点 j 和 $j+1$ 的位置为: $p_j = f(k)$ 和

$p_{j+1}=f(k^{t+1})$ 。

对于机器人指令所达的坐标为 p_j^c 和 p_{j+1}^c ，
对于测量仪器测所得的坐标为 p_j^a 和 p_{j+1}^a ，
对于机器人任意运动的两点距离坐标：

$$D_{j,j+1}=p_j-p_{j+1} \quad (16)$$

图 2 为机器人末端执行器的指令距离和实际距离之间的关系。

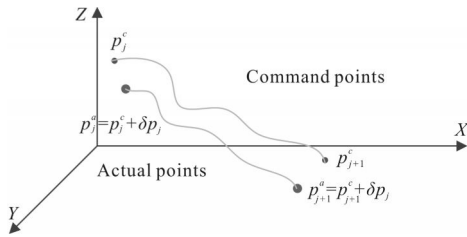


图 2 机器人末端指令距离和实际距离间的误差

Fig. 2 Error between command end distance and actual distance

两点指令距离为： $D_{j,j+1}^c=p_j^c-p_{j+1}^c$ (17)

两点实际距离为： $D_{j,j+1}^a=p_j^a-p_{j+1}^a$ (18)

由于 $\delta p_j=H_j \delta k, \delta p_{j+1}=H_{j+1} \delta k$ (19)

则机器人任意一点测量所得和指令所得的之间的误差为：

$$\delta p_j=p_j^a-p_j^c=H_j \delta k \quad (20)$$

$$\delta p_{j+1}=p_{j+1}^a-p_{j+1}^c=H_{j+1} \delta k \quad (21)$$

j 和 $j+1$ 两点实际距离：

$$D_{j,j+1}^a=\|p_j^a-p_{j+1}^a\| \quad (22)$$

采用实际距离的平方表示为：

$$\|D_{j,j+1}^a\|^2=\|p_j^a-p_{j+1}^a\|^2=\|p_j^c+H_j \delta k-(p_{j+1}^c+H_{j+1} \delta k)\|^2= \|D_{j,j+1}^c+(H_j-H_{j+1}) \delta k\|^2 \quad (23)$$

令 $D_j=\|D_{j,j+1}^a\|^2-\|D_{j,j+1}^c\|^2, x=\delta k,$

$$B_j=2(D_{j,j+1}^c)^T(H_j-H_{j+1})$$

故可得：

$$D_j=B_j x \quad (24)$$

机器人为非线性系统,根据参考文献[11]的研究,去掉高阶项的误差,机器人的误差参数模型为线性误差模型,可利用最小二乘法求解得到：

$$\text{minimize: } \sum_1^m \|D_j-B_j x\|_2^2 \quad (25)$$

(m 为测量次数),得到的估计值 \hat{x} 即为 δk 的估计值 $\hat{\delta k}$ 。

3 机器人误差参数分析及补偿实验

3.1 运动学参数的误差分析

条件数在一定程度上刻画了扰动方程组解的影响,若线性方程组的系数矩阵 B 的条件数 $\text{Cond}(B)$ 很大,即系数矩阵的右端产生微小变化时,会引起解的巨大变化,则称此方程组是“病态”方程组,系数矩阵 B 为“病态”矩阵。由公式(24):

$$B^+=B^T(BB^T) \quad (26)$$

$$B^+(x+\delta x)=D+\delta D \quad (27)$$

令 $\delta x=(B^+)^{-1} \delta D$, 则 $\|\delta x\| \leq \|(B^+)^{-1}\| \|\delta D\|$ (28)

又因为： $\|D\|=\|B^+x\| \leq \|B^+\| \cdot \|x\|$, $\|\cdot\|$ 为矩阵的算子范数。

$$\text{所以 } \frac{\|\delta x\|}{\|x\|} = \|B^+\| \cdot \|(B^+)^{-1}\| \frac{\|\delta D\|}{\|D\|} \quad (29)$$

$\text{Cond}(B^+)=\|B^+\| \cdot \|(B^+)^{-1}\|$ 为矩阵 B 的条件数。

$$\text{Cond}_2(B^+)=\|B^+\|_2 \cdot \|(B^+)^{-1}\|_2 = \sqrt{\frac{\sigma_{\max}(B^+)^T B^+}{\sigma_{\min}(B^+)^T B^+}} \quad (30)$$

$\text{Cond}_2(B^+)$ 是矩阵 B^+ 的 2-范数的条件数。

关于计算中传统的 4 参数 D-H 矩阵修改成 5 参数模型后引入 β 参数是否去掉 d 参数的问题,张铁^[2]直接在关节 2 引入了 5 个参数,而其他关节仍然采用 4 参数计算。当条件数越大时,矩阵越易出现病态,而无法求解。通过计算知道,矩阵的条件数 $\text{Cond}_2(B^+)$ 的数量级为 10^{17} ,此时已无法求解方程。去掉关节 d_i 参数后, $\text{Cond}_2(B^+)$ 数量级减为 10^7 ,可完成求解。

而实际上工业机器人的特殊结构,机器人的基坐标即建立在第 1 个关节轴线上,因此无法辨识,可直接去掉,而第 6 关节轴上的参数为激光跟踪仪靶球到机器人末端的距离,只需要 δd_6 参数即可表示完全,因此可辨识参数如表 1 所示。

表 1 误差向量 δk 包含的误差参数

Tab.1 Error parameters in error vector δk

Joint	1	2	3	4	5
A_1	—	δd_1	δa_1	$\delta \alpha_1$	—
A_2	$\delta \theta_2$	—	δa_2	$\delta \alpha_2$	$\delta \beta_2$
A_3	$\delta \theta_3$	δd_3	δa_3	$\delta \alpha_3$	—
A_4	$\delta \theta_4$	δd_4	δa_4	$\delta \alpha_4$	—
A_5	$\delta \theta_5$	δd_5	δa_5	$\delta \alpha_5$	—
A_6	—	—	—	—	—

3.2 运动学误差参数的计算

根据公式(2)~公式(25)可知具体的运动学误差参数计算流程如图 3 所示。

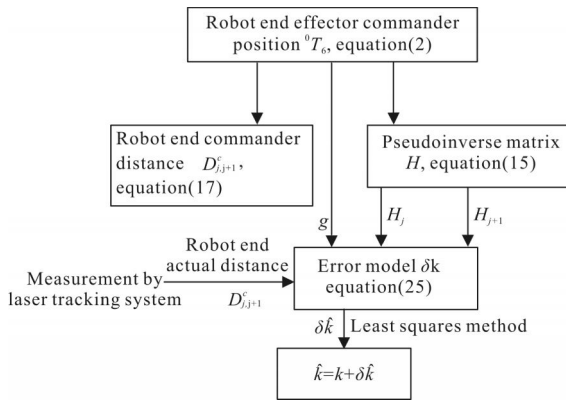


图 3 机器人误差计算流程图

Fig.3 Flow-chart of the robot error computation

3.3 运动学参数补偿结果

根据 $\hat{\delta k}$ 计算出新的运动学参数,对机器人进行补偿。

对于实验所用的 6 自由度机器人,需做 m 次测量,因为每个测量点有 $p_i(p_{ix}, p_{iy}, p_{iz})$ 3 个位置坐标,则测量点 m 满足:

$$m \geq C/3 \quad (31)$$

C 取 24,故最小测量次数为 8 次,但是为了增加数据的遍历性,文中实验根据图 1 所示的检测方法,首先测试了 24 组数据,形成 23 个距离误差补偿方程,根据图 3 所示流程图,得出参数误差补偿值 $\hat{\delta k}$;完成参数误差补偿后,测试了 16 组数据,形成了 15 个距离误差。实验在图 4 所示的工作空间中完成。

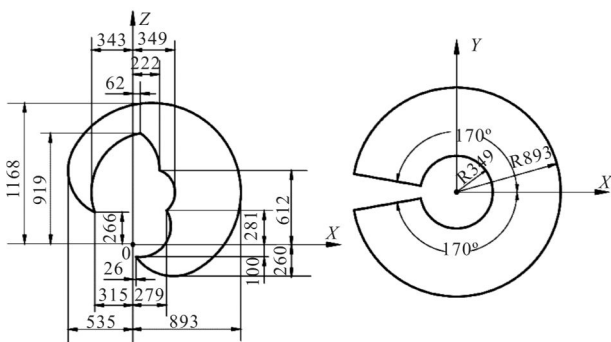


图 4 实验用机器人工作空间

Fig.4 Experimental robot workspace

根据工作空间,在其中选取较大距离的 24 个点

作为拟合点,可得 23 组距离误差。计算出理论距离,并用激光跟踪仪检测到实际的距离如表 2 所示(其中第 20 个点为最大距离误差点)。

表 2 拟合点的实际距离和理论距离(单位:mm)

Tab.2 Nominal and actual distance of fitting points

(Unit: mm)

Points No.	Nominal distance	Actual distance	Points No.	Nominal distance	Actual distance
1	575.954 3	576.623 9	13	903.980 6	905.656 3
2	101.760 0	101.924 1	14	887.632 1	889.027 9
3	696.827 4	698.719 0	15	1 197.599 4	1 202.865 6
4	393.137 3	394.047 5	16	266.943 3	270.393 6
5	359.844 9	360.883 9	17	1 075.575 7	1 077.506 0
6	863.570 6	864.874 0	18	818.625 2	819.574 4
7	562.540 5	564.740 5	19	1 119.044 3	1 122.596 4
8	740.201 9	742.424 5	20	1 123.628 0	1 129.407 3
9	734.570 7	736.722 7	21	891.214 7	896.547 8
10	1 514.438 6	1 520.215 2	22	497.004 0	496.763 4
11	555.331 7	558.763 3	23	214.560 0	214.475 5
12	982.706 6	985.276 0			

通过对机器人上述 24 个点,用最小二乘法作距离误差拟合得到补偿后的运动学参数,如表 3 所示。

表 3 补偿后得到的运动学参数

Tab.3 Kinematic parameters after compensation

Joint	$\delta\theta_i/(^\circ)$	$\delta d_i/\text{mm}$	$\delta a_i/\text{mm}$	$\delta\alpha_i/(^\circ)$	$\delta\beta_i/(^\circ)$
A ₁	—	—	-2.283 3	-0.799 6	—
A ₂	-1.173 1	—	-0.606 4	-0.152 1	0.199 9
A ₃	1.147 5	-1.008 7	16.791 3	-0.446 7	—
A ₄	1.017 6	0.792 2	-3.706 1	1.674 7	—
A ₅	-0.752 0	0.586 7	4.104 2	-1.928 7	—
A ₆	—	—	—	—	—

根据得到的运动学参数,对这 24 组数据进行补偿,得到如图 5 所示的补偿前后对比图。

24 组拟合点的距离误差的绝对值的最大误差值、距离误差均值和距离误差的标准差等统计量如表 4 所示。

距离误差补偿后,选 15 组测试点的补偿前后误差对比如图 6 所示。

15 组测试点距离误差的绝对值的最大误差值、距离误差均值和距离误差的标准差等统计量如表 5 所示。

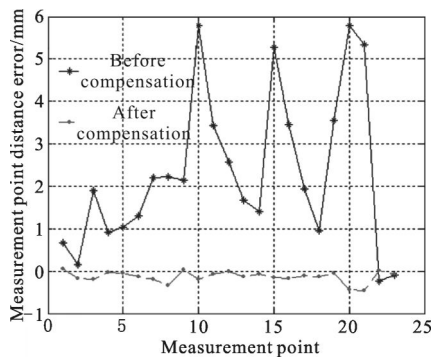


图 5 拟合点的误差对比

Fig.5 Error comparison of fitting points

表 4 拟合点补偿前后统计指标

Tab.4 Statistics of fitting points before and after compensation

Distance error/mm	Max error /mm	Absolute mean /mm	Standard deviation/mm
Before compensation	5.779 3	2.347 3	1.830 0
After compensation	0.452 8	0.141 7	0.132 8

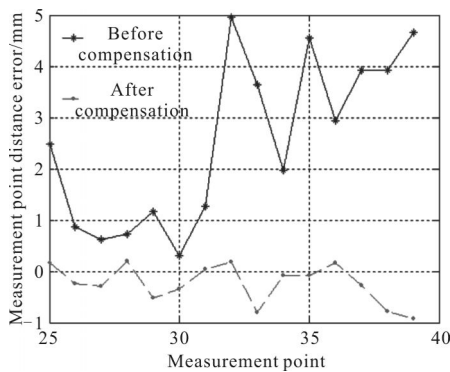


图 6 测试点的误差对比

Fig.6 Error comparison of testing points

表 5 测试点补偿前后统计指标

Tab.5 Statistics of testing points before and after compensation

Distance error/mm	Max error /mm	Absolute mean /mm	Standard deviation/mm
Before compensation	4.960 7	2.535 0	1.651 9
After compensation	0.923 6	0.337 5	0.377 4

若机器人的距离误差补偿,当引入 β 参数后,同时保留 d 参数,即为全参数模型时,可通过SVD分解,求解运动学参数误差矩阵,仍选取上述的拟合点,计算得到补偿值,并选取上述15组测试点进行误差的测试分析,得到表6所示的补偿前后统计指标。

表 6 全参数模型的测试点补偿前后统计指标

Tab.6 Statistics of testing points before and after compensation for full parameters model

Distance error/mm	Max error /mm	Absolute mean /mm	Standard deviation/mm
Before compensation	4.960 7	2.535 0	1.651 9
After compensation	0.957 2	0.358 2	0.413 8

由表5和表6的对比研究可知,引入 β 参数同时去掉 d 参数后,计算更简便,且补偿结果提高,特别是标准差减少了9.64%,表明补偿结果更稳定。

4 结论

通过研究机器人距离误差检测方法同时对机器人的误差进行补偿,首先通过确定机器人可识别的运动学参数,通过引入条件数,分析了引入 β 参数后的新问题,即有30个可辨识参数,但是这些参数之间应当会有相关关系,因此出现了参数冗余,通过引入 β 参数的同时去掉 d 参数,分析矩阵条件数,冗余大量减少,说明参数相关性减弱,这一结论不但对相对误差运动学参数辨识有效,对5参数的绝对位置的运动学误差参数辨识同样有效,即每个关节应最多采用4个参数来定义该关节的运动学,否则会出现冗余参数。

针对这一结论进行补偿,有效地减小了计算量,避免了遇到的奇异矩阵问题,实验证明距离误差检测有效可行,且所使用的补偿方法效果明显,减小了机器人的误差,特别是减小了距离误差的标准差77.15%。下一步工作可研究机器人姿态误差的检测方法,并用4参数运动学参数定义各个关节的运动学位置误差的结论用于机器人的姿态误差补偿。

参考文献:

- [1] Zhou Xuecai, Zhang Qixian. Distance error model in the study on the positioning accuracy of robots[J]. *Robot*, 1995, 17(1): 1-6. (in Chinese)
周学才,张启先. 距离误差模型在机器人位置精度研究中的应用[J]. *机器人*, 1995, 17(1): 1-6.
- [2] Zhang Tie, Dai Xiaoliang. Kinematic calibration of robot based on distance error[J]. *Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition)*, 2011, 39(11): 98-

103. (in Chinese)
张铁, 戴孝亮. 基于距离误差的机器人运动学标定 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2011, 39(11): 98-103.
- [3] Hayati Samad A. Robot arm geometric link parameter estimation[C]//Proceedings of the 22nd IEEE Conference on Decision and Control, 1983: 1477-1483.
- [4] Cai Hegao, Zhang Chaoqun, Wu Weiguo. Robot factual geometry parameters identification and simulation [J]. *China Mechanical Engineering*, 1997, 9(10): 11-14. (in Chinese)
蔡鹤皋, 张超群, 吴伟国. 机器人实际几何参数识别与仿真[J]. 中国机械工程, 1998, 9(10): 11-14.
- [5] Ren Yongjie, Zhu Jigui, Yang Xueyou. Method of robot calibration based on laser tracker [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(9): 195-200. (in Chinese)
任永杰, 郝继贵, 杨学友. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J]. 机械工程学报, 2007, 43(9): 195-200.
- [6] Wang Yi, Liu Changjie, Ren Yongjie. Compensation for positioning error of industrial coordinate measurement robot [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(15): 31-36. (in Chinese)
王一, 刘常杰, 任永杰. 工业坐标测量机器人定位误差补偿技术[J]. 机械工程学报, 2011, 47(15): 31-36.
- [7] Yier Wu, Alexandr Klimchik, Anatol Pashkevich. Efficiency improvement of measurement pose selection techniques[C]//The IFAC Conference on Manufacturing Modeling, Management and Control, 2013.
- [8] Everett L J, Adwin H. A study of kinematic models for forward calibration of manipulators [C]// Proceeding of the 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1988, 2: 798-800.
- [9] Zhuang H, Roth Z S. Camera-Aided Robot Calibration[M]. BocaRaton, FL: CRC Press, 1996.
- [10] Dolinsky J U, Jenkinson I D. Application of genetic programming to the calibration of industrial robots [J]. *Computers in Industry*, 2007, 58: 255-264.
- [11] Chi-huar Wu. A kinematic CAD tool for the design and control of a robot manipulator[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1984, 16(1): 58-67.