

基于最大似然估计算法的子孔径拼接检测技术

闫公敬, 张宪忠

(齐齐哈尔大学 应用技术学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161000)

摘要: 大口径平面镜作为光学系统的重要组成部分, 其面形精度对系统成像具有重要影响。子孔径拼接检测作为大口径光学平面反射镜检测的常用手段, 子孔径拼接算法是该技术的核心。研究了平面子孔径拼接算法, 基于最大似然估计与正交化 Zernike 多项式拟合建立了一套合理的拼接算法与数学模型, 基于该算法模型可以有效实现对大口径平面镜的拼接检测, 同时编写了相应的拼接程序, 并利用 $\Phi 100$ mm 干涉仪对 $\Phi 120$ mm 的平面镜进行了拼接检测, 给出了拼接检测与全口径检测的对比结果, 对比结果表明: 拼接所得全口径相位分布与全口径检测结果的 RMS 值偏差分别为 0.002λ , 验证了算法的可靠性与准确性。

关键词: 干涉检测; 子孔径拼接; 最大似然估计; Zernike 多项式拟合; 正交化

中图分类号: O439; O436.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)07-2206-05

Sub-aperture stitching testing technology based on maximum likelihood estimation algorithm

Yan Gongjing, Zhang Xianzhong

(Applied Technology College, Qiqihar University Institution of Technology, Qiqihar 161000, China)

Abstract: As an important part of the optical system, the accuracy of the plane mirror is an influence factor to system imaging. Subaperture stitching testing is a usual way to test plane mirror in large aperture, while the stitching algorithm is the key in the stitching technology. The plane sub-aperture stitching algorithm was studied in the paper and a reasonable stitching algorithms and mathematical models was established based on maximum likelihood estimation and orthogonalization Zernike polynomial fitting. Stitching to plane mirror in large aperture can be accomplished with the above stitching model. Stitching program was also written and stitching testing was carried on with a $\Phi 100$ mm interferometer on a $\Phi 120$ mm plane mirror. Comparing the stitching result with the full aperture testing result, it shows that the stitching map is in consistent with the full aperture testing map. The difference of RMS between them is 0.002λ , verifying the reliability and accuracy of the algorithm.

Key words: interferometry; sub-aperture stitching; maximum likelihood estimation; Zernike polynomial fitting; orthogonalization

收稿日期: 2014-11-20; 修订日期: 2014-12-17

基金项目: 国家自然科学基金(61036015); 国家高技术研究发展计划(O8663NJ090)

作者简介: 闫公敬(1964-), 男, 副教授, 主要从事光学检测技术方面的研究。Email: yan_gong_jing@163.com

0 引言

干涉检测具有高精度、高分辨率、高灵敏度、重复性好等优点,已经成为检测光学面形的重要手段。利用子孔径拼接检测技术,可以拓展干涉仪的动态范围与分辨率,获得被检面形的高频信息,增大干涉仪测量光学元件的口径。将干涉检测技术与子孔径拼接技术相结合,可以获得一种快速、高效的检测光学平面方法,同时可以获得中高频的相位信息,提高测量空间分辨率,降低成本。

子孔径拼接技术起源于 1982 年,最初较大的参考平面被一系列较小的光学平面阵列所代替,并应用其实现了对大型光学系统的检测^[1]。20 世纪 90 年代初,子孔径测试技术被相关研究人员所借鉴,并依次提出了相应的子孔径拼接技术,实现并完成了对大口径平面的检测。而后,美国 QED 公司研制了成功自动拼接干涉仪^[2-4],并将其集成在该公司的磁流变加工设备中,能够自动对平面、球面、口径小于 200 mm 的小偏离量非球面镜进行子孔径拼接检测。美国 ZYGO 公司为满足客户的技术要求,于 2007 年研制出基于“环拼接”技术非球面测量干涉系统并投放市场。90 年代以来,国内多家单位陆续对子孔径拼接展开了研究,其中南京理工大学成功把子孔径测试技术应用到了相移平面干涉仪中^[5],国防科技大学将工件定位、公差评定以及多视拼合领域的方法用于非球面的子孔径拼接干涉测量,建立了数学模型,并完成了对口径为 210 mm 的同轴抛物镜的拼接测量^[6-7]。

文中从最大似然估计(maximum likelihood estimation)理论出发,基于正交化 Zernike 多项式^[8]拟合提出了一套合理的拼接算法与数学模型,并对 120 mm 口径平面镜进行了拼接检测,将检测结果与全口径测量结果进行对比,验证了算法的可行性。

1 子孔径拼接算法的数学模型

子孔径拼接即利用小口径干涉仪分别对大口径光学面形的各部分进行测量,而后结合相应的子孔径拼接算法,对测量所得到的各子孔径面形数据进行数据处理计算,最终得到待测面形的全口径检测结果,实现对大口径光学镜面的拼接检测。

最大似然估计算法的算法流程图如图 1 所示。

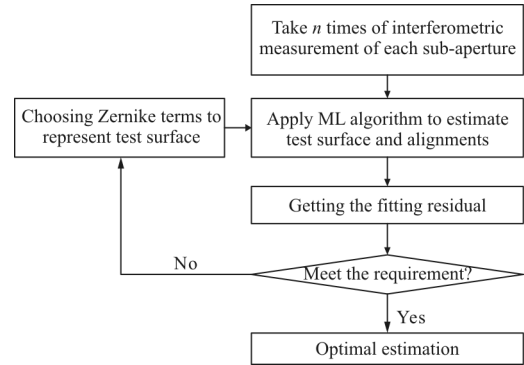


图 1 子孔径拼接检测流程图

Fig.1 Flow chart of sub-aperture stitching testing

首先,对待测镜进行子孔径规划并完成对各子孔径相位信息的采集。检测中随机测量误差属于偶然误差,可以采用多次测量取平均值的方法。测量结果中的误差 σ 与测量次数关系^[9]如公式(1)所示。

$$\sigma \sim 1/\sqrt{n} \quad (1)$$

测量时一般取 $n=7\sim 10$ 即可。

将每个子孔径的检测结果带入 ML 算法中,算法描述如下。

利用正交化 Zernike 多项式对被检面进行描述,第 i 个子孔径的第 j 个相位检测数据,用 D_{ij} 表示,则

$$D_{ij} = D_{ij}^0 + \text{residuals} = a_{i1}Z_1 + a_{i2}Z_2 + a_{i3}Z_3 + a_{i4}Z_4 + \sum_{j=5}^m a_j Z_j + \text{residuals} \quad (2)$$

式中: D_{ij}^0 表示面形中可以被 Zernike 多项式表示的部分; $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}$ 分别代表第 i 个子孔径的 piston, tilt, tip, power 系数; a_j 表示用于描述被检面的相应 Zernike 多项式项的系数; Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_j 分别代表用于表示被检面形的 Zernike 多项式;residuals 代表被检面形中不能用 Zernike 多项式解析描述的部分。利用最大似然估计^[10]得到多项式系数,则多项式系数满足条件为:

$$S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^v (D_{ij} - D_{ij}^0) = \min \quad (3)$$

式中: N 为子孔径数目; v_i 为第 i 个子孔径的数据点数目。

对 S 求极值:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_{i1}}=0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_{i2}}=0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_{i3}}=0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_{i4}}=0 \\ \frac{\partial S}{\partial a_j}=0 \end{cases} \quad (4)$$

将结果写成矩阵形式

$$P=Q \cdot R \quad (5)$$

其中:

$$R=[a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{N1}, a_{N2}, a_{N3}, a_{N4} \dots a_5, a_6 \dots a_m] \quad (6)$$

$$P=[\sum_1 \phi_1 Z_1, \sum_1 \phi_1 Z_2, \sum_1 \phi_1 Z_3, \sum_1 \phi_1 Z_4 \dots \sum_N \phi_N Z_1, \sum_N \phi_N Z_2, \sum_N \phi_N Z_3, \sum_N \phi_N Z_4, \dots \sum_{i=1}^N \phi_i Z_5, \dots \sum_{i=1}^N \phi_i Z_m] \quad (7)$$

矩阵 Q 是 $[(m-4)+4N]$ 阶方阵。

$$Q_{ij}=Q_{ji} \quad (8)$$

$$Q(4i-3: 4i, 4i-3: 4i)=$$

$$\begin{bmatrix} \sum_i Z_1^2 & \sum_i Z_1 Z_2 & \sum_i Z_1 Z_3 & \sum_i Z_1 Z_4 \\ \sum_i Z_1 Z_2 & \sum_i Z_2^2 & \sum_i Z_2 Z_3 & \sum_i Z_2 Z_4 \\ \sum_i Z_1 Z_3 & \sum_i Z_2 Z_3 & \sum_i Z_3^2 & \sum_i Z_3 Z_4 \\ \sum_i Z_1 Z_4 & \sum_i Z_2 Z_4 & \sum_i Z_3 Z_4 & \sum_i Z_4^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Q_{ij}(4i-3: 4i, 4j-3: 4j)= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Q(4i+k-4, :)= [\sum_1 Z_1 Z_k, \sum_1 Z_2 Z_k, \sum_1 Z_3 Z_k, \sum_1 Z_4 Z_k \dots \sum_N Z_1 Z_k, \sum_N Z_2 Z_k, \sum_N Z_3 Z_k, \sum_N Z_4 Z_k \dots \sum_{i=1}^N \sum_i Z_5 Z_k \dots \sum_{i=1}^N \sum_i Z_m Z_k] \quad (11)$$

其中 $k=5: m$ 且 $i \neq j$ 。

通过公式(7)~(11)求解矩阵 $P=Q \cdot R$, 得到 R , 由

$a_5 \sim a_m$ 可拟合出被检测镜面形。

2 拼接实验与精度分析

为了验证以上数学模型与拼接算法的可行性, 进行了拼接检测实验。实验中利用 ZYGO $\phi 100 \text{ mm}$ 干涉仪对一块 $\phi 120 \text{ mm}$ 平面镜进行了拼接检测, 并将拼接结果与利用 $\phi 150 \text{ mm}$ 干涉仪的全口径检测结果进行对比。实验中, 子孔径规划如图 1 所示。利用 4 个子孔径完成对被检面形的全口径覆盖, 子孔径分布如图 2 所示。

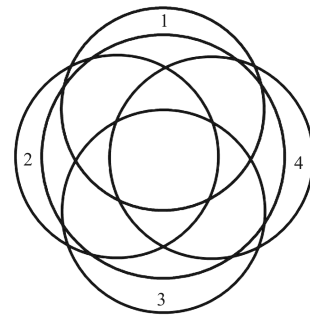


图 2 子孔径分布图

Fig.2 Distribution of subapertures

检测中, 首先将子孔径位置调整到图 2 所示 1 位置, 完成对子孔径 1 的干涉检测, 检测面形如图 3(a)

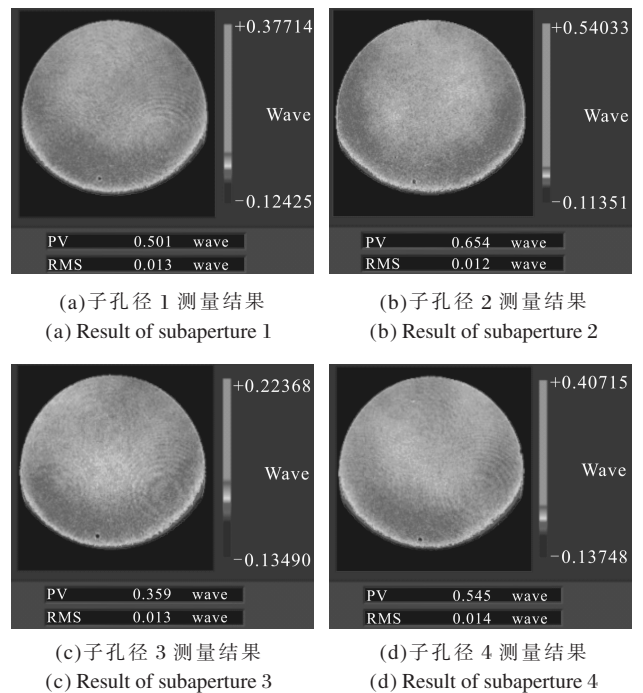


图 3 子孔径测量结果

Fig.3 Testing results of subapertures

所示,将被检面形绕自身中心依次旋转 90°,分别完成对子孔径 2,3,4 的干涉检测,检测面形如图 3 所示。

利用上文所述算法对其完成数据拼接,拼接结果如图 4 所示。拼接结果得到的面形是将实际面形去掉离焦后的面形。面形离焦量由三坐标测量仪检测获得,检测面形含有 0.002λ 的离焦。将离焦加入到拼接结果中,得到全口径拼接面形如图 5 所示。

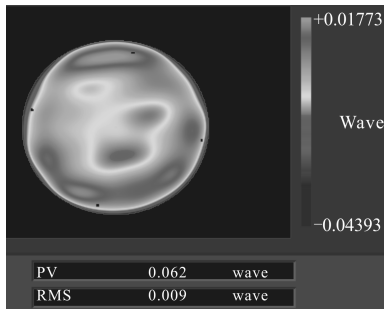


图 4 拼接结果

Fig.4 Stitching result without power

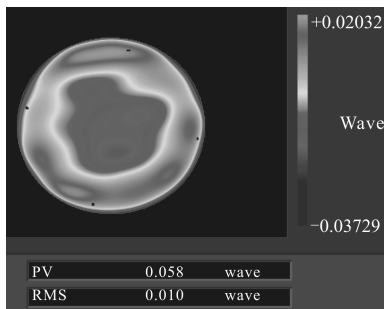


图 5 加入离焦后拼接结果

Fig.5 Stitching result with power

利用 Φ150 mm 口径干涉仪对被检镜进行全口径干涉检测,检测结果如图 6 所示。可以看出拼接后的全口径面形与干涉仪全口径检测的面形分布是非常接近的,其 RMS 值偏差仅为 0.002λ。

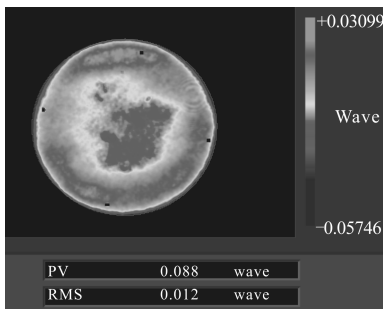


图 6 全口径测量结果

Fig.6 Full aperture testing result

为了评价该模型的可行性,将拼接检测结果与全口径测量结果进行对比,得到两次实验结果的残差图如图 7 所示。其中残差面形 PV:0.019λ,RMS:0.002λ。

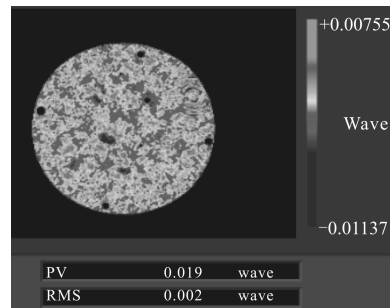


图 7 残差图

Fig.7 Residual map

为了进一步验证文中所述算法的有效性,将拼接后面形的 Zernike 多项式的前 36 项(从第 5 项开始)系数与直接测试的面形 Zernike 多项式的前 36 项系数进行了对比分析,对比结果如图 8 所示。其中横坐标表示 Zernike 多项式的项数,纵坐标表示该项在拟合结果中对应的 Zernike 多项式系数。从图 8 中可以看出拼接结果与全口径检测结果的各项 Zernike 多项式对应系数基本是一致的。在低频部分,拼接结果与全口径检测结果的差别相对较大,随着 Zernike 项数的增加,这种差别逐渐减小并在 X 轴上下震荡。

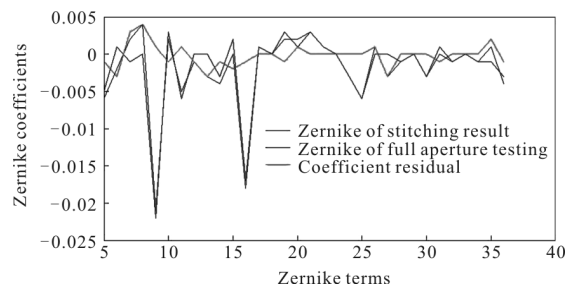


图 8 拼接结果与全口径检测结果 Zernike 系数对比

Fig.8 Comparison of Zernike coefficients between stitching map and full aperture testing map

由于子孔径检测与全口径检测是在不同时间,不同实验条件下完成的,空气扰动、噪声等随机误差对检测面形存在一定影响,从图 7 可以看出,拼接残差的 PV 值在 0.02λ 内,RMS 值为 0.002λ。从实验结果可以看出,拼接所得全口径相位分布与全口径检测结果相位分布是一致的,说明该算法是切

实可信的。

3 结 论

文中的子孔径拼接检测技术基于最大似然估计、正交化 Zernike 多项式拟合的拼接方式,可以完成对任意形状平面镜的子孔径拼接检测。区别利用最小二乘拟合^[10-13]拼接算法,文中所述算法无需重叠区域,在检测中减少了子孔径测量次数,同时提高拼接效率。由于在拼接中被检镜面形是通过正交化 Zernike 多项式描述的,被检镜的一些高频信息被平滑掉,同时拼接算法不能拟合出全口径面形的离焦量,实际检测中需通过三坐标测量仪、五棱镜扫描^[14]等辅助检测手段检测获得被检面形的全口径离焦量,加入到拼接结果中。

参 考 文 献:

- [1] Chow W W, George N L. A method for sub-aperture testing interferogram reduction [J]. *Optics Letters*, 1983, 8 (9): 468-470.
- [2] Jon F, Paul E M, Greg W F. An automated subaperture stitching interferometer workstation for spherical and aspherical surfaces[C]//SPIE, 2003, 5188: 296-307.
- [3] Marc Tricard, Aric Shorey, Bob Hallock, et al. Cost-effective, subaperture approaches to finishing and testing astronomical optics[C]//SPIE, 2006, 6273: 62730L-1-62730L-7.
- [4] Marc T, Paul D, Greg F. Sub-aperture approaches for asphere polishing and metrology [C]//SPIE, 2005, 5638: 284-299.
- [5] Wang Q, Chen J B, Zhu R H, et al. A new technique for testing large optical flat[C]//SPIE, 1993, 2003: 389-397.
- [6] Chen Shanyong. Geometrical approach to subaperture stitching interferometry for aspheric surfaces [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006. (in Chinese)
陈善勇. 非球面子孔径拼接干涉测量的几何方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2006.
- [7] Chen Shanyong, Li Shengyi, Dai Yifan. Iterative algorithm for subaperture stitching interferometry for general surfaces [J]. *J Opt Soc Am A*, 2005, 22(9): 1929-1936.
- [8] Dai Guangming. Nonrecursive determination of orthonormal polynomials with matrix formulation[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(1): 74-76.
- [9] Wang Xiaokun. Research on the technique for testing of aspheric surfaces by sub-aperture stitching interferometry[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2008. (in Chinese)
王孝坤. 子孔径拼接干涉检测非球面技术的研究 [D]. 北京: 中国科学院大学, 2008.
- [10] Masashi O, Katsuyuki O, Jumpei T. Measurement of large plane surface shapes by connecting small-aperture interferograms [J]. *Opt Eng*, 1994, 33(20): 608-613.
- [11] Yan Lisong, Wang Xiaokun, Zheng Ligong, et al. Large-diameter mirror stitching accuracy analysis based on self-test [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43 (6): 1920-1924. (in Chinese)
闫力松, 王孝坤, 郑立功, 等. 大口径反射镜子孔径拼接自检验精度分析[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(6): 1920-1924.
- [12] Yan Lisong, Wang Xiaokun, Luo Xiao, et al. Sub-aperture stitching testing technology based on triangulation algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 42(7): 1793-1797. (in Chinese)
闫力松, 王孝坤, 罗霄, 等. 采用三角剖分算法的子孔径拼接检测技术[J]. 红外与激光工程, 2012, 42(7): 1793-1797.
- [13] Yan Lisong, Wang Xiaokun, Luo Xiao, et al. Sub-aperture stitching interferometry based on non-ideal standard mirror [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43 (1): 178-183. (in Chinese)
闫力松, 王孝坤, 罗霄, 等. 基于非理想标准镜的子孔径拼接干涉检测技术研究 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(1): 178-183.
- [14] Peng Su. Absolute measurements of large mirrors[D]. Arizona: The University of Arizona, 2008.