

基于RSSI 多边定位误差的加权质心定位算法

崔法毅, 邵冠兰

(燕山大学 河北省测试计量技术及仪器重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 为了优化无线传感器网络(Wireless Sensor Networks, WSN)中的定位算法, 提高节点定位精度, 提出一种基于多边定位误差的加权质心算法。分析了无线电的路径损耗模型, 建立基于信号接收强度(Received Signal Strength Indicator, RSSI)和距离关系的对数拟合测距公式, 给出了求解未知节点坐标的多边定位法和位置估算模型。多组数据定位后, 以定位误差值的倒数作为权值, 改进传统的质心算法, 并讨论了参考点个数的选取与误差的关系。实验表明: 改进后的加权质心比传统质心定位精度进一步提高, 选择 4~5 个参考节点具有良好的定位效果。

关键词: 无线传感器网络; 节点定位; 加权质心算法; 接收信号强度; 多边定位误差
中图分类号: TP391.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)07-2162-07

Weighted centroid localization algorithm based on multilateral localization error of received signal strength indicator

Cui Fayi, Shao Guanlan

(Measurement Technology and Instrumentation Key Lab of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: In order to optimize the localization algorithm and improve the accuracy of positioning in Wireless Sensor Network (WSN), a kind of weighted centroid localization algorithm based on multilateral localization error was proposed. After analyzing the transmission model of wireless signal, a model of distance measurement was established on account of logarithm fit about the relationship between Received Signal Strength Indicator (RSSI) and distance. Then the multilateral localization algorithm and location estimation model of solving unknown node's coordinates were introduced. After the orientation of several sets of data, the reciprocal of positioning error was used as a weight in the process of calculation to improve usual centroid algorithm and the influence of selection of reference point number to the error was discussed. The experimental result shows that when compared with traditional centroid algorithm, the improved weighted centroid algorithm has better localization precision, when choosing four or five reference nodes, the experiment can achieve better location performance.

Key words: wireless sensor networks; node localization; weighted centroid algorithm;
received signal strength indicator; multilateral localization error

收稿日期: 2014-11-13; 修订日期: 2014-12-14

基金项目: 秦皇岛市科学技术研究与发展计划(2012021A004)

作者简介: 崔法毅(1982-), 男, 讲师, 博士, 主要从事计算机视觉、模式识别、嵌入式系统设计方面的研究。Email: fayi2001@sina.com

0 引言

无线传感器网络(Wireless Sensor Networks, WSN)由大量的智能传感器节点构成,这些节点具有计算、通信和存储等能力,能够以无线通信的方式相互协作,共同实现相关的任务。无线传感器网络把传感器技术、现代网络、嵌入式计算技术和分布信息处理结合在一起,可以实时地感知,监测和采集网络覆盖区域里的监测对象和环境信息,再把数据进行处理后,通过多跳、自组的网络上传给需要这些信息的用户。目前,无线传感器网络已广泛应用于环境科学、医疗健康、交通管理和国防军事等众多领域^[1]。

早在20世纪70年代,已经初步形成了建立传感网络的思想。1978年,美国相关部门针对WSN展开讨论,推行了“分布传感器网计划——DNS”,并展开对该领域的持续研究,吸引人们的持续关注。我国针对无线网络的研究也相对较早,中科院最早提出并研究WSN。2003年,我国开始通过相关基金资助WSN的研发。2004年,WSN被确立为我国科技界的关键技术研究方向之一。

在WSN的大多数应用中,监测到事件后所关心的一个重要问题就是事件发生的位置^[2]。传感器节点只有明确自身位置信息,才能详细的说明“在什么地方发生了什么事情”,从而实现对外部目标的跟踪和监测;此外,了解传感器节点的位置分布状况可以提高网络的路由效率,实现网络的负载均衡和网络拓扑的自动配置,改善整个网络的覆盖质量^[3]。因此,节点的正确定位是WSN重要的核心支撑技术之一。

伴随着WSN的深入研究,很多相应的定位系统开始出现,主要包括:Active Badge、Active Bat、Rader、Cricke等。在定位算法方面,国内主要研究相应的优化策略。2004年,史龙等深入分析了现有研究成果,详细论述比较了6种典型算法,指出了节点自定位技术的发展方向^[4]。同年,马祖长等在通过每跳距离乘以节点间跳数测距基础上,探讨基于节点冗余信息的定位新思路^[5]。

在无线传感器网络定位领域的研究中,很多算法已相继被提出,根据是否需要测量角度和距离信息,把定位算法分为基于测距和测距无关两类^[6]。典型的基于测距的定位算法主要包括到达时间(Time

Of Arrival, TOA)、到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)、到达角度(Angle Of Arrival, AOA)、接收信号强度(Received Signal Strength Indicator, RSSI)等定位算法。由于RSSI算法估算距离时无需其他硬件设备,因而比较常用。与测距无关的定位算法只通过节点的相互连通实现定位,常见的算法有质心算法(Centroid Localization Algorithm, CLA)、距离向量算法(Distance Vector Hop, DV-Hop)、近似三角形内点测试法(Approximate Point-In-Triangulation Test, APIT)等。相对于测距算法,与距离无关的定位在成本、硬件要求和能耗上的需求低,受环境影响小,更适合大规模传感器网络。

基于非测距的质心算法计算量小,易于实现,是对很多参考节点坐标值的综合,在很大程度上依赖于节点的密度和分布,但由于仅仅利用节点间的联通信息,定位精度较低。而测距的RSSI算法易受环境干扰,相同距离得到的RSSI值不一定相等,还可能相差较大,如果恰好选取测量误差较大的数据进行多边定位,距离误差就会严重影响最后的定位坐标^[7]。现有的改进方法是对几组RSSI多边定位数据融合的传统质心算法^[8],取其平均值作为最后结果,但这种算法只是对各组误差的简单综合,并没有体现数据的不同影响力。在此基础上,提出一种基于RSSI多边定位误差的加权质心算法,根据每组定位数据的误差大小决定加权因子,计算得到未知节点的坐标。通过仿真验证分析,结果表明,在多边定位的基础上,改进的加权质心算法比传统的质心算法具有更高的定位精度。

1 无线信号衰减模型

由于RSSI测距极易受多径效应、地形反射和天线增益等因素影响,同一网络中的不同环境可能导致相同距离的功率衰减不同。因此,怎样进一步提高测距精度成为测距技术的关键^[9]。RSSI值和距离有一定关系,通常情况下,已知发射和接受节点的功率,根据无线电波损耗,利用理论或经验传播模型即可把传播损耗转换为距离值。传统的无线信号传播衰减模型为:

$$\text{RSSI}(d) = \text{RSSI}(d_0) - 10\alpha \log_{10} \frac{d}{d_0} + \zeta_{\sigma} \quad (1)$$

式中:RSSI(d)表示距离发射点 d 处的接收信号强度

值;RSSI(d_0)表示距离 d_0 处的接收信号强度值; λ 表示路径衰减因子,范围在 2~4 之间; ζ_σ 表示正态随机变量,标准差为 σ 。

当 $d_0=1$ 时,公式(1)可转换为:

$$\text{RSSI}(d)=-10\lambda\log_{10}d+\zeta_\sigma+\text{RSSI}(1) \quad (2)$$

ζ_σ 对结果影响较小,可忽略不计,公式(2)可表示为:

$$\text{RSSI}(d)=A\log_{10}d+B \quad (3)$$

在此基础上,文中提出对环境中的多组已知RSSI与距离值进行对数拟合,求得系数 A 与 B , 建立RSSI测距模型。

2 RSSI的多边定位模型

多边定位算法的原理如图1所示。

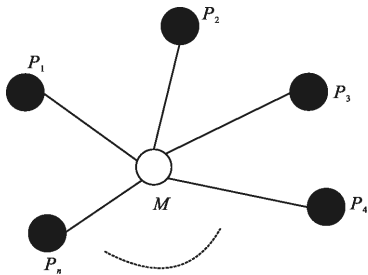


图1 多边定位算法原理

Fig.1 Algorithm principle of multilateral localization

网络中有 n 个参考节点 p_1, p_2, \dots, p_n , 坐标值为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 与未知节点 $M(x, y)$ 的距离为 d_1, d_2, \dots, d_n , 则可以得到以下方程:

$$\begin{cases} (x-x_1)^2+(y-y_1)^2=d_1^2 \\ \vdots \\ (x-x_n)^2+(y-y_n)^2=d_n^2 \end{cases} \quad (4)$$

采用最小二乘法 (Least Square Method, LSM) 求解^[10], 每个方程分别减去最后一个方程, 经过变形后可表示成线性方程 $AX=b$, 其中系数矩阵 A 表示为:

$$A=\begin{bmatrix} 2(x_1-x_n) & 2(y_1-y_n) \\ \vdots & \vdots \\ 2(x_{n-1}-x_n) & 2(y_{n-1}-y_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

右端数据 b 表示为:

$$b=\begin{bmatrix} x_1^2-x_n^2-y_1^2-y_n^2+d_n^2-d_1^2 \\ \vdots \\ x_{n-1}^2-x_n^2-y_{n-1}^2-y_n^2+d_n^2-d_{n-1}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$X=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (7)$$

由最小二乘法可计算未知节点的估计坐标值:

$$X=(A^T A)^{-1} A^T b \quad (8)$$

上述算法中, 当右端数据 b 的误差较小时, 可以达到良好的定位效果, 估计坐标 X 接近真实坐标。但在实际的定位过程中, 由于环境干扰等因素造成的测距不准确导致 b 的误差较大, 方程 $AX=b$ 的解将严重偏离未知节点的真值, 因此, 该定位算法有待于进一步改善。

3 基于多边定位的质心算法

3.1 传统质心算法

在基于测距的定位算法中, 单靠某一组数据的定位结果误差可能较大, 对基于 n 组数据测距定位的传统质心算法中, 一般是取 n 个估算位置的平均值作为最后结果, 考虑到通信开销和计算复杂度的问题, 一般取 $n=3$ 为宜。传统的质心算法如公式(9)所示:

$$(x_0, y_0)=\frac{\sum_{i=1}^3 (\hat{x}_i, \hat{y}_i)}{3} \quad (9)$$

式中: (\hat{x}_i, \hat{y}_i) 表示第 i 组数据利用多边定位算法估计的坐标值; (x_0, y_0) 表示对三个估算坐标采用传统质心算法确定的坐标值。

这种方法在一定程度上对每组数据估算坐标的误差值进行了综合, 避免了出现单组数据误差较大的情况, 改善了多边定位算法。

3.2 加权质心算法

传统的质心算法默认了各组数据估计坐标的权值相等, 没有体现出数据的不同影响力。参考文献[11]提出了一种将RSSI测距和质心算法相结合的加权质心定位算法, 经过仿真验证, 该算法有更好的定位效果。其选取权值的基本思想是: 利用各参考节点向未知节点 A 发送的无线射频信号分别计算出它们和节点 A 之间的距离, 根据距离越近, 测量准确度越高的特点, 将每组数据定位结果的权值取为各参考节点与定位节点距离之和的倒数, 从而减小定位误差, 其算法表达式如公式(10)、公式(11)所示:

$$(x_1, y_1) = \frac{\sum_{i=1}^3 W_i \times (\hat{x}_i, \hat{y}_i)}{\sum_{i=1}^3 W_i} \quad (10)$$

$$W_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n r_{ij}} \quad (11)$$

式中: (x_1, y_1) 表示采用基于距离的加权质心算法确定的坐标值; W_i 表示各组数据的权值; (\hat{x}_i, \hat{y}_i) 表示第 i 组数据利用多边定位算法估计的坐标值; r_{ij} 表示第 i 组数据的第 j 个参考节点到未知节点的距离。

上述方法在距离测量值较为准确时, 能够得到相对优化的结果。但是, 当 RSSI 本身的误差较大时, 会直接影响到距离的测量, 进而导致误差累积, 降低定位精度, 得不到理想的结果。

为此, 文中提出了一种改进的加权质心算法。由于在解方程时, 当 b 为准确值时, 可以得到正确无误的估计坐标值 X , 方程 $AX=b$ 左右相等, 且 b 的误差越大, 最小二乘法解方程的误差越大, 数据的可靠性越低, 所以, 在改进的加权质心算法中, 以解得坐标误差值的倒数为权值, 公式如下所示:

$$(x_2, y_2) = \frac{\sum_{i=1}^3 W_i \times (\hat{x}_i, \hat{y}_i)}{\sum_{i=1}^3 W_i} \quad (12)$$

$$W_i = \frac{1}{\text{norm} \left(A_i * \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \end{bmatrix} - b_i \right)} \quad (13)$$

$$\text{norm}(X) = \sqrt{(|X_1|^2 + |X_2|^2 + \dots + |X_n|^2)} \quad (14)$$

式中: (x_2, y_2) 表示对改进加权质心算法确定的坐标值; W_i 和 (\hat{x}_i, \hat{y}_i) 意义同上; A_i, b_i 表示第 i 组数据所确定的线性方程参数; $\text{norm}(X)$ 表示 X 的二范数。

改进的加权质心算法体现了三个定位结果的不同影响力, 误差较大的数据权值较小, 误差较小的数据权值较大, 优化了只依靠距离的加权质心算法, 从定位结果的准确性角度选择权值, 避免了中间的误差累积, 提高了精度。

4 仿真实验及数据分析

4.1 RSSI 建模

利用 TI 公司基于 CC2430 芯片的无线通信模

块, 能够直接测得接收信号强度值, 在实验环境中, 多次测量已知距离内的 RSSI, 数据如表 1 所示。

表 1 距离和信号接收强度对比值

Tab.1 Contrast values between distance and received signal strength

Distance/m	RSSI/dBm
0.5	-32
1	-43
1.5	-46
2	-50
3	-55
4	-59
5	-62
6	-65
7	-68
8	-70
9	-71
10	-71
11	-72
12	-75

在测量 RSSI 时, 由于 CC2430 芯片本身存在误差, 需要对所得数据进行校正, 一般是在测量值后加上合适的校正量^[12]。MATLAB 中, 以 Distance(d) 为横坐标, RSSI 为纵坐标对以上数据进行对数拟合, 校正值已体现在常数部分, 所得仿真曲线如图 2 所示。对数拟合关系的公式为:

$$\text{RSSI}(d) = -30.4694 * \log_{10}(d) - 41.3087 \quad (15)$$

由图 2 可以看出, 实际环境中测得的信号接收强度和距离所确定的点大部分位于曲线上或在其附近, 只有小部分点少许偏离曲线, 拟合效果良好。

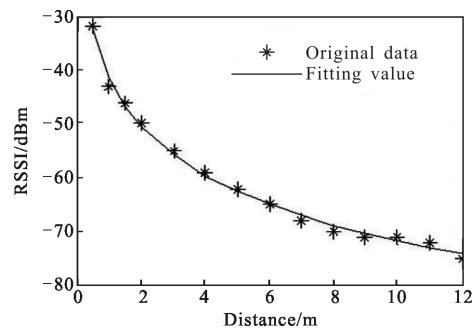


图 2 RSSI 与 Distance 的对数拟合曲线

Fig.2 Logarithmic fitting curve between RSSI and distance

4.2 算法仿真实验

在实验区域内, 随机布置 7 个参考节点和定位

节点的位置，根据未知节点所接收到的信号强度值 (RSSI) 代入拟合公式求出与相应的参考节点之间的距离。参考节点和定位节点的坐标值以及实验过程中得到的 RSSI 值如表 2 所示。

表 2 节点位置及相应的 RSSI 值

Tab.2 Location of nodes and corresponding values of RSSI

Reference node	Coordinates	Unknown node	RSSI/dBm
1	(2,16)		-70
2	(4,5)		-65
3	(6,12)		-53
4	(8,8)	(8,10)	-51
5	(8.5,10)		-34
6	(11,6)		-61
7	(14,2)		-73

将 RSSI 代入公式(15), 得到测距结果如表 3 所示。

表 3 测距结果

Tab.3 Results of distance measurement

Reference node	Fitting distance/m	Actual distance/m
1	8.74	8.48
2	5.99	6.40
3	2.42	2.83
4	2.08	2.00
5	0.58	0.50
6	4.43	5.00
7	10.96	10.0

随机选取三组数据，分别利用多边定位的最小二乘法估计坐标值后，采用传统质心算法和加权质心对三个坐标进行二次处理求出更精确的解。

表 6 定位结果

Tab.6 Location results

Number of reference points	Estimate coordinate (Traditional centroid)	Error	Estimate coordinate (Weighted centroid)	Error	Estimate coordinate (Improved weighted)	Error
3	(7.24,9.71)	0.81	(7.25,9.66)	0.82	-	-
4	(7.97,10.36)	0.36	(8.05,10.38)	0.38	(8.14,10.28)	0.32
5	(7.67,9.96)	0.33	(7.72,9.90)	0.30	(7.82,9.77)	0.29
6	(7.49,9.70)	0.59	(7.55,9.68)	0.55	(7.77,9.64)	0.43

当每组数据点数为 3 时，可以得到方程 $AX=b$ 的准确解，但由于系数矩阵 A 和 b 并不准确，因此，得到的解和真实值误差较大，并且，此时不能对三个坐标进行加权质心，只能采用传统质心二次求解。当每组选取 4、5、6 个点时，利用两种质心算法分别对三个坐标进行处理。为了分析改进算法的定位效果，比较定位精度，定义误差：

$$ER = \sqrt{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2} \tag{16}$$

式中： (x,y) 表示未知节点的真实坐标； (x_1,y_1) 表示最后的估计坐标。

定位过程中的选点分布情况如表 4 所示。

表 4 选点分布

Tab.4 Distribution of selected points

Each set of points	Selection of reference nodes		
	Group 1	Group 2	Group 3
3	1 2 4	3 5 6	2 3 7
4	1 2 3 4	3 4 5 6	4 5 6 7
5	1 2 3 4 5	2 3 4 5 6	2 3 5 6 7
6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 5 6 7	1 2 3 4 6 7

用多边定位的极大似然估计法计算分组数据的坐标值如表 5 所示。

表 5 各组数据的估计坐标值

Tab.5 Estimated coordinates for each group of data

Each set of points	Selection of reference nodes		
	Group 1	Group 2	Group 3
3	(7.75,9.50)	(7.20,9.50)	(6.79,10.13)
4	(7.94,9.59)	(8.32,10.42)	(7.67,11.05)
5	(7.93,9.59)	(7.92,9.69)	(7.17,10.61)
6	(7.99,9.58)	(7.26,9.77)	(7.23,9.73)

在此基础上，利用三种质心算法处理数据，优化估计的未知节点坐标，定位结果如表 6 所示。

由表 6 可知,当参考点数较少时,定位误差普遍较大,且传统质心算法与加权质心算法定位精度相差较小;当参考点数 ≥ 4 时,定位误差较小,加权质心优于传统质心,改进加权算法效果最好。这是因为参考点数越多,累计误差越大,对权值准确性的要求越高,在传统质心算法中权值相等,没有体现出数据的不同影响力;基于距离的质心考虑了距离因素与误差的关系,减小了定位误差;而改进的加权质心算法则直接根据定位结果的准确性选择权值,避免了中间的误差累积,所以,有更好的定位精度。

4.3 数据分析

(1) 参考点对定位误差的影响

为了确定定位的最优参考节点数目,根据上述实验结果做出参考点个数与误差关系如图 3 所示。

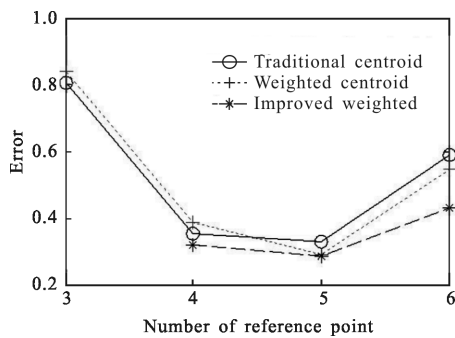


图 3 参考点个数与误差关系

Fig.3 Relationship between numbers of reference nodes and errors

由图 3 可以看出,选择 4 或 5 个参考节点时的定位误差比 3 个参考节点有很大改善,但当参考节点为 6 或 7 个时,由于引进点数过多,带来更多不可预计误差,定位精度不但没有提高反而减小,综合考虑计算,节点成本等因素,最优参考节点个数为 4 到 5 个。

(2) 传统质心和加权质心算法的误差对比

在实验环境内随机布置 5 个未知节点,任意选取通信范围内三组不同的 5 个参考节点,分别利用多边定位算法获得未知节点坐标后,利用改进前后的质心算法优化未知节点坐标。

三种算法定位误差比较如图 4 所示。

由图 4 可以得出:总体上,相比于传统质心算法,基于距离和的加权质心算法有更小的定位误差,相比于前两种算法,改进的加权质心算法有最小的定位误差,个别点的定位精度有明显改善。

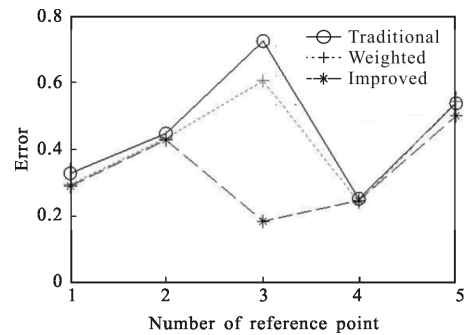


图 4 传统质心和加权质心算法误差对比图

Fig.4 Diagram of error comparison between centroid localization algorithm and weighted centroid localization algorithm

(3) 传统质心和改进质心算法的定位结果

在上述的五个未知节点中,选取节点 2 和 3 的实验数据,做出定位坐标结果图如图 5(a)、图 5(b)所示,其中 x 、 y 分别表示节点所在位置的横纵坐标值。

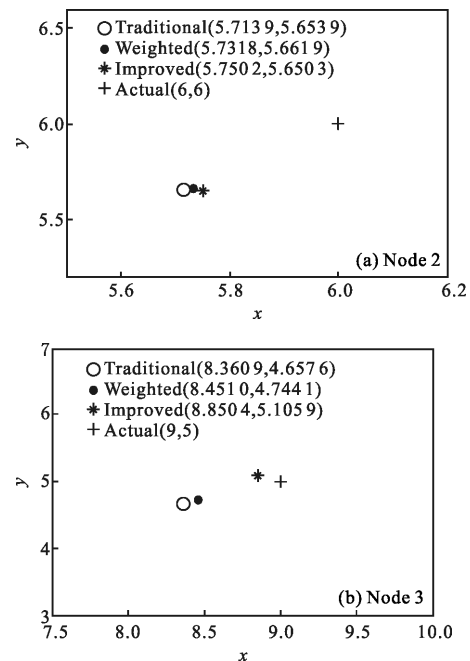


图 5 坐标定位结果

Fig.5 Results of coordinate location

上述定位结果可以看出:改进的加权质心算法比前两种质心算法的定位结果更接近于真实坐标。

5 结论

对 RSSI 和距离进行对数拟合,建立符合实际环境的测距模型,针对传统质心算法的不足,提出基于 RSSI 多边定位误差的加权质心算法,用每组定位数

据的误差大小决定加权因子,避免了误差积累,有效的减小了较大误差的定位坐标对最终结果的影响力,实验表明,改进的加权质心算法比传统的质心算法具有更高的定位精度,在 10 m 范围内,定位误差主要集中在 0.5 m 左右,能够满足无线传感器网络在实际中的应用。

参考文献:

- [1] Li Wenzhong, Duan Chaoyu. Wireless Network and Wireless Location Combat of Zigbee 2006 [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2008: 3-7. (in Chinese)
李文仲, 段朝玉. ZigBee 2006 无线网络与无线定位实战 [M]. 北京: 航空航天大学出版社, 2008: 3-7.
- [2] Gu Hongliang, Shi Yuanchun, Shen Ruimin. A multi-object tracking indoor positioning system for smart space[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2007, 30(9): 1603-1611. (in Chinese)
谷洪亮, 史元春, 申瑞民. 一种用于智能空间的多目标跟踪室内定位系统[J]. 计算机学报, 2007, 30(9): 1603-1611.
- [3] Yick J, Mukherjee B, Ghosal D. Wireless sensor network survey[J]. *Computer Networks*, 2008, 52(12): 2292-2330.
- [4] Shi Long, Wang Fubao, Duan Weijun, et al. Range-free self-localization mechanism and algorithm for wireless sensor networks [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2004, 40(23): 127-130. (in Chinese)
史龙, 王福豹, 段渭军, 等. 无线网络 Range-Free 自身定位机制与算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(23): 127-130.
- [5] Ma Zuchang, Sun Yining, Mei Tao. Survey on wireless sensors network [J]. *Journal of China Institute Communications*, 2004, 25(4): 114-124. (in Chinese)
马祖长, 张怡宁, 梅涛. 无线传感器网络综述 [J]. 通信学报, 2004, 25(4): 114-124.
- [6] Cui X R, Zhang H, Zhang L, et al. A novel wireless location algorithm based on high probability measurements [C]//International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control, 2010: 612-615.
- [7] Malajner M, Planinsic P, Gleich D. Angle of arrival estimation using RSSI and omnidirectional rotatable antennas [J]. *IEEE Sensors*, 2012, 12(6): 1950-1957.
- [8] Chen W, Wang Q, Wang X, et al. Acentroid location algorithm based on furthestmost beacon with application to wireless sensor networks [J]. *International Journal of Wireless and Mobile Computing*, 2012, 5(3): 259-262.
- [9] Gao Peng, Shi Weiren. Stepwise refinement localization algorithm for wireless sensor networks (WSNs) based on ranging and orientation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(5): 976-984. (in Chinese)
高鹏, 石为人. 一种基于测距定向的 WSNs 分步求精定位算法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(5): 976-984.
- [10] Wang Shenshen, Feng Jinfu, Wang Fangnian, et al. Optimal landmark deployment patterns for range-based least squares localization [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 7(11): 2791-2794. (in Chinese)
王燊燊, 冯金富, 王方年, 等. 基于约束最小二乘的近空间雷达网定位算法[J]. 电子与信息学报, 2011, 7(11): 2791-2794.
- [11] Ding Enjie, Qiao Xin, Chang Fei, et al. Improvement of weight centroid localization algorithm for WSNs based on RSSI [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2013, 32(7): 53-56. (in Chinese)
丁恩杰, 乔欣, 常飞, 等. 基于 RSSI 的 WSNs 加权质心定位算法的改进[J]. 传感器与微系统, 2013, 32(7): 53-56.
- [12] Li Dingkun, Ye Shenggua, Ren Yongjie. Research on robot's positioning accuracy calibration[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2007, 28(3): 224-227. (in Chinese)
李定坤, 叶声华, 任永杰. 机器人定位精度标定技术的研究[J]. 计量学报, 2007, 28(3): 224-227.