

基于斜率的 TMT 三镜面形检测方法

安其昌^{1,2}, 张景旭¹, 杨 飞¹, 乔 兵¹

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 为了完成对于 30 m 望远镜(TMT)三镜面形的检测, 引入了基于斜率的测量方法。首先, 针对斜率信息分别提出了对于低阶像差拟合以及中频误差分析的方法, 并利用数值仿真以及实测数据对于之前提出的理论进行验证; 最后, 针对所提出的方法进行了基于蒙特卡洛法的误差分配, 讨论了在 TMT 招标方所提出的精度要求下, 各个检测仪器的精度如何分配。文中使用的方法, 不仅对于 TMT 三镜的面形检测有很好的指导作用, 同时对于类似的大口径平面镜的检测也有一定助力作用。

关键词: 30 m 望远镜; 波前斜率; 中频误差; 低阶像差; 蒙特卡洛法

中图分类号: TH751 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)06-1884-06

TMT M3 mirror figure measurement with slope method

An Qichang^{1,2}, Zhang Jingxu¹, Yang Fei¹, Qiao Bing¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The slope methods was introduced to measure the TMT M3 mirror figure. First of all, the low order aberrant and middle spatial frequency aberrant were studied for the search of property plan to test and analyse them. Then the problem was considered numerically for the prove of theory, furthermore, the experiment was also done to confirm the feasibility of this plan. Lastly, for the error budget of this system, the Monte Carlo method was introduced to allocate the error to the instrument of the sub-system for request of TMT. The tertiary mirror of TMT and other reflecting mirror frequency feature, and quantification could be measured. As a result, it could give more sufficient technical guidance on the testing for the large aperture reflect mirror.

Key words: TMT; wave-front slope; mid-spatial-frequency error; low order aberrant; Monte Carlo method

收稿日期: 2014-10-11; 修订日期: 2014-11-17

基金项目: 中国科学院三期重大科研专项

作者简介: 安其昌(1988-), 男, 硕士生, 研究方向为大型光电系统检测与装调。Email: anj@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 张景旭(1964-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为大型光电望远镜结构总体技术。Email: zhangjx@ciomp.ac.cn

0 引言

30 m 望远镜(TMT)计划是于夏威夷莫纳克亚峰建造一个世界领先的 30 m 巨型光学——红外观测设备。该计划由美国、日本、加拿大、印度以及中国联合承担。其三镜为 3.594 m×2.536 m 的椭圆镜^[1-3]。

一方面,如此巨大镜面的检测本身就是严峻的挑战;另一方面,TMT 的科学终端位于两侧的奈氏平台上,其光轴与俯仰轴不重合,这要求三镜具有跟踪和瞄准功能。三镜面临多种工作条件,这对于镜面的检测无疑也增加了难度。

反射镜表面面形的评价方法有很多种,传统的表面高度均方根(RMS)对于与磨削工具尺度相当的镜面进行评价有不错的效果,但对于大口径系统就存在一定局限性。首先,大口径反射镜在制造时多使用小尺寸磨削工具,会产生子孔径尺度或中空间频率(mid-spatial frequencies)上的不规则性,尤其是对于非球面和自由面加工,局部磨削的光滑性依赖于工具造成的影响分布的均匀性,以及保压时间的控制程度。其次,大口径反射镜一般采用多点支撑,支撑点数越多,越容易产生中空间频率误差。中空间频率产生了不规则性(波纹),它们比光学元件的口径小几倍,但是又大于精密的表面结构,即镜面的表面粗糙度。为了更好地评价中频域上的波前误差,在此引入了斜率均方根来表征其特性^[4-12]。

为了检测 TMT 三镜在不同工况下的面形,检测中需要设计光线折转环节。由于传统使用的五棱镜受到口径与成本的限制,文中拟使用带有调节机构的平面镜组来完成光线中继变换;为了在一定的硬件条件下提高测量精度,将轴系测量中常用的谐波分析与子孔径拼接结合起来,提出了 TMT 三镜检测的具体方案设计。

文中首先结合基本定义,利用单一频率分量的波前,对于斜率均方根(Slope RMS)的特性进行了推导与分析,得出 Slope RMS 具有频域特性的结论;之后基于斜率直接测量方案,研究了低阶波像差的拟合,为提出符合 TMT 招标方要求的检测评价方法提供理论基础;最后,将文中方法应用于 TMT 三镜仿真数据,结合结构函数与光学传函的经验公式,检验了文中假设的正确性与方法的可行性。

1 斜率均方根的基本性质

1.1 斜率均方根与中频误差

为了简便起见,假设下文中的所有波像差的期望为零。对于期望非零的情况,可以通过时域平移或者频域滤掉直流分量的方法化归为期望为零的情况。

对于系统波前误差 $W(x, y)$,一般采用一定数量的基底多项式进行拟合。标准正弦多项式是在系统谐波分析中较为常见的基底^[13-21],对于标准正弦多项式(1),对于不同的频域能量分布,其波前 $RMS_{\phi} = A/\sqrt{2}$ 为定值,另一方面,根据斜率均方根的定义 $Slope\ RMS = \langle \nabla(W(x, y))^2 \rangle$,其 Slope RMS 如式(2)所示

$$\Phi = A \sin(2\pi f x) \quad (1)$$

$$Slope\ RMS = \sqrt{2} \pi f A \quad (2)$$

假设系统波像差中的某阶谐波分量为主导,利用式(2),可得 $f_0 = \frac{Slope\ RMS}{\sqrt{2} \pi A}$,将此频率作为系统的截止频率。斜率均方根与系统传函,结构函数等都有较强的对应关系,如式(3)、(4)所示:

$$D(r) = 2\sigma_{\phi}^2 (1 - \exp(-(\dot{f}_0 r)^2)) \quad (3)$$

$$OTF(\dot{f}) = \exp(-\frac{1}{2} k^2 D(\lambda \dot{f})) \quad (4)$$

利用式(3)绘制截止频率与结构函数的关系见图 1。

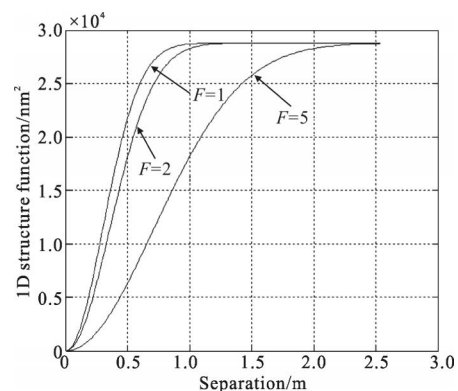


图 1 截止频率与结构函数的关系

Fig.1 Relationship of cutoff frequency and structure function

由图 1 可得,随着截止频率的提高,对于系统高阶像差的要求越来越严格。

在计算系统的 Slope RMS 时,利用原始定义直接对于波前信息进行处理虽然能得到精确解,但是对

于计算的时空成本都难以合理地控制;如果结合基底进行合成运算,计算量就会大为降低。值得注意的是,通常用于拟合的多项式阶数不会无穷高,所以对于残差的处理会在第 3 节讨论。

首先假设系统波像差如图 2 所示,计算 Slope RMS 可得:

$$\Phi = \alpha \sqrt{2} \text{Asin}(2\pi fx) + \beta \sqrt{2} \text{Asin}(2\pi 2fx)$$

$$\text{slopeRMS}(\Phi)^2 = \alpha^2 2f^2 A^2 + \beta^2 8f^2 A^2$$

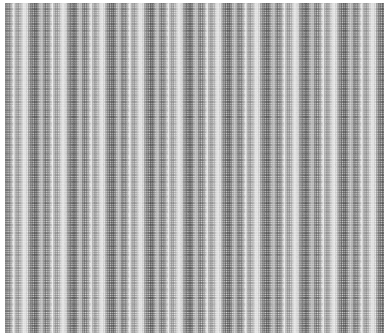


图 2 叠加波像差

Fig.2 Multiplied wave front error

笔者假设 Slope RMS 的合成符合平方和规律,那么通过合成得到 $(\sqrt{2\alpha^2 + 8\beta^2} \pi Af)^2$ 与按照定义直接求解的结果相同,由此可得 N 阶情况:

$$\text{slopeRMS}^2 = \sum_i^N c_i^2 \text{slopeRMS}_i^2 \quad (5)$$

由式(5)可得,在实际的工程应用中,也可以先去掉其中若干项标准 Zernike 多项式所表示的波像差再进行 slope RMS 的计算,比如在 TMT 三镜表面面形的评价中,计算 slope 时,将数据归一化到单位圆上利用 Zernike 多项式拟合其中的离焦、像散项,其余的部分作为残差进行处理,其主要是从其主镜与变形镜的主动调节能力方面考虑。

1.2 波前斜率与多项式拟合

对于系统的波前拟合主要分为三个步骤:去除刚体位移;利用法方程求解多项式系数;残差处理。

系统波前中的 piston 与 tip/tilt 分量,如式(6)所示,通过一次差分运算,波前中仅含有一定量的 piston,进而可以去除刚体位移。

$$\Phi = \sqrt{2} \text{Asin}(2\pi fx)$$

$$\Phi' = \sqrt{2} \text{Asin}(2\pi fx) + \alpha x + \beta$$

$$\Phi_{\text{slope}} = 2\sqrt{2} \pi f \text{Acos}(2\pi fx)$$

$$\Phi'_{\text{slope}} = 2\sqrt{2} \pi f \text{Acos}(2\pi fx) + \alpha \quad (6)$$

之后考虑利用法方程来求解问题,对于原始波前信息进行拟合的法方程如式(7)所示,其中省略了内积符号:

$$\begin{pmatrix} Z_4^2 & Z_4 Z_5 & Z_4 Z_6 \\ Z_4 Z_5 & Z_5^2 & Z_5 Z_6 \\ Z_4 Z_6 & Z_5 Z_6 & Z_6^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi Z_4 \\ \phi Z_5 \\ \phi Z_6 \end{pmatrix} \quad (7)$$

对于式(7)求导可得:

$$d \begin{pmatrix} Z_4^2 & Z_4 Z_5 & Z_4 Z_6 \\ Z_4 Z_5 & Z_5^2 & Z_5 Z_6 \\ Z_4 Z_6 & Z_5 Z_6 & Z_6^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} \phi Z_4 \\ \phi Z_5 \\ \phi Z_6 \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} 2Z_4 Z_4' & Z_4' Z_5 + Z_4 Z_5' & Z_4' Z_6 + Z_4 Z_6' \\ Z_4' Z_5 + Z_4 Z_5' & 2Z_5 Z_5' & Z_5' Z_6 + Z_5 Z_6' \\ Z_4' Z_6 + Z_4 Z_6' & Z_5' Z_6 + Z_5 Z_6' & 2Z_6 Z_6' \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi' Z_4 + \phi Z_4' \\ \phi' Z_5 + \phi Z_5' \\ \phi' Z_6 + \phi Z_6' \end{pmatrix} \quad (8)$$

利用式(8),可以直接利用波前斜率测量的结果拟合系统低阶波像差,之后应用第 2 节的结论合成得到低频分量的 slope RMS。

对于大口径系统,主光学系统可以矫正部分低阶像差,但是残差部分需要根据光学指标进行控制;由式(3)、(4)可得,利用光学结构函数以及光学传函等要求,反推 slope RMS 的要求。

通过以上的分析可以得到,基于斜率的测量既可以得到系统的中频域信息,评价模型加工带来的影响,又可以得到低阶像差,来指导支撑于主动光学。

2 具体方案设计

文中使用 PHASICS 公司所生产的剪切干涉仪作为波前探测元件,可以做到多像元(500×500),大视场快速测量;通过附加光源与校正镜组可以在自准直模式下发出理想的平行光。由于 TMT 要求的中频分辨率为 1 mm,故测量口径可以为 500 mm,同时考虑到检测仪器本身的加工精度,测量口径选取为 100 mm。

由于 TMT 三镜需要进行不同方向的检测,如果检测系统随着镜面一起运动,系统的误差源虽然没

有变化,但是误差模型已经改变,比如单边受力的滚动体与均匀载荷下的误差模型一定不相同,势必会引入一些单周误差。故需要引入中继的光线折转装置,尽量保持检测系统稳定。五棱镜具有对于棱镜平面内角度安装误差不敏感的优点,但是制造 100 mm 口径的五棱镜成本与精度都很难控制,故拟利用两面平面镜,增加微调环节来完成折转,如图 3 所示。

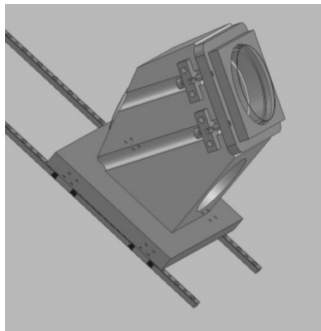


图 3 反射镜组示意图

Fig.3 Sketch of reflective mirrors

将光线折转装置安装在导轨上进行扫描,就可以得到系统的斜率信息。但是对于长达两米的系统,单单依靠导轨与支撑本身的精度,成本将十分可观,故需要使用仪器进行标校并建立误差校正表之后再行测量。

由于大部分的该类测量仪器精度为 0.2", 故加入各个可调节的方向标准差为 0.2" 的高斯分布误差,利用蒙特卡洛法得到对于矫正残差的分布规律,如图 4 所示。

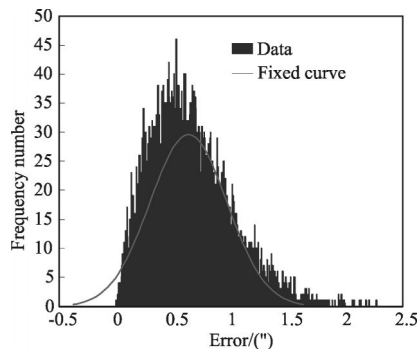


图 4 测量误差分布

Fig.4 Distribution function of measuring error

可以看出,在最极端的情况下,系统的角测量误差为 0.5", 比 TMT 需要的 0.3" 精度要大。故除了使用精度为 0.1" 级别的测量仪器外,可以利用子孔径拼接的相关算法提高精度。

傅里叶谐波分析法是轴系检测之中常用的方法,其基本原理是对于检测得来的数据进行傅里叶级数展开,之后通过去除低频项来评价轴系的角晃动。考虑相邻的测量区域,重叠区域的差别理论上只有高阶的随机误差,故利用式(9)进行分解后,其低阶项应该相同,如果有不同则说明有系统误差存在,那么就可以利用傅里叶级数的方法来表达与修正。

$$w(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t \quad (9)$$

3 实际分析与应用

在实际的应用中,对于需要进行印透分析的反射镜面,可以在利用 1.2 节方法拟合并去除掉低阶像差之后得到中频分量;对于支撑结构不具备调节能力的系统,可以直接得到中频信息。

利用 ZYGO 干涉仪得到的 1.23 m 口径反射镜整镜面形数据,如图 5 所示,利用 MASK 分割后,进行基于功率谱的非相关子孔径拼接,其中使用了 9 个子孔径,重叠率 30%。

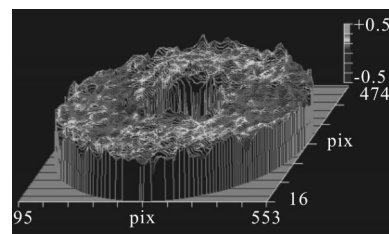


图 5 面形数据

Fig.5 Data of mirror surface figure

计算 1.23 m 反射镜 Slope RMS 为 1.03 μrad , 利用式(2),可得 $f_o = \frac{\text{slopeRMS}}{\sqrt{2} \pi A} = 10.07 \text{ m}^{-1}$, 将此频率作为系统的截止频率。由式(3)得到系统的结构函数,如图 6 所示。

通过以上分析可得,在低频与高频实测值与经验值吻合的都非常好;但对于中频段,二者的差距比较大,可以看出,系统的主要具体特征都集中在中频部分,如果将中频误差控制好,可明显提升系统的整体光学性能,结合功率谱的方法,获得更加全面的评价;另一方面,由功率谱子孔径拼接得到系统的截止频率,与通过斜率均方根得到的截止频率相结合考虑,可以作为一个重要的性能指标,即

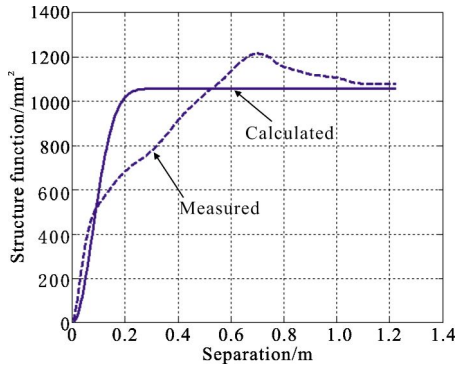


图 6 1.23 m 结构函数

Fig.6 Structure function of 1.23 m

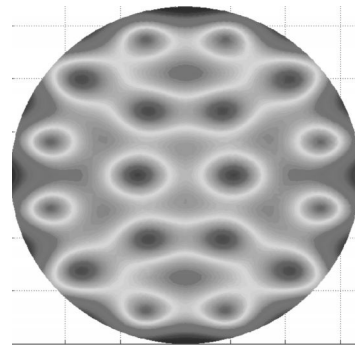


图 8 TMT 三镜面形残差图

Fig.8 Residual tertiary mirror surface figure error

将利用功率谱得到的截止频率代入式(3)得到结构函数与光学传函。

TMT 三镜的底支撑采用 18 点 whiffletree 支撑。在支撑结构的作用下, 去掉倾斜后三镜的镜面变形如图 7 所示。其归一化到单位圆之后, 根据招标方提供的 TMT 主动光学系统的矫正能力, 对于低阶像差, 需要去掉离焦与两个方向的像散。利用第 2 节的方法同时考虑权重可得去掉的波前起伏约为 1 ms, TMT 三镜面形残差的面形图如图 8 所示, 对于去除离焦与像散的 TMT 三镜面形, 计算其 Slope RMS 为 $0.98 \mu\text{rad}$, 利用式(2), 可得 $f_c = \frac{\text{slopeRMS}}{\sqrt{2} \pi \lambda} = \frac{1}{0.42}$, 将此频率作为系统的截止频率。由式(3)得到系统的结构函数, 如图 9 所示。

可以看出, 利用 slope RMS 求得空间截止频率, 进而推出的系统结构函数与直接利用波前信息得到的结构函数在中高频段吻合较好, 这样的结果一方面说明求解空间截止频率方法的正确性; 另一方面,

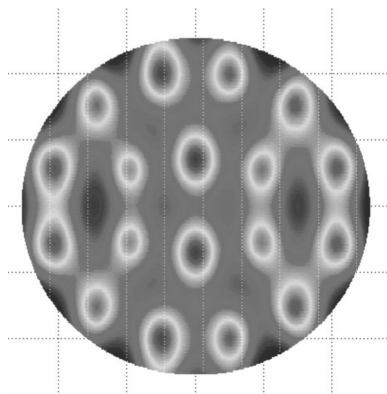


图 7 三镜的镜面变形(去掉倾斜)

Fig.7 Tertiary mirror surface figure error(removed tilt)

文中所提出的方法可以克服直接利用定义求解结构函数数据量大, 计算困难的缺点, 对于大口径反射镜面形评价有着很好的指导意义。

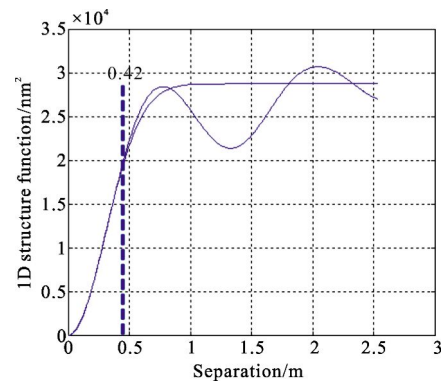


图 9 TMT 三镜结构函数

Fig.9 Structure function of TMT M3

4 结束语

文中从低阶波像差以及光学指标的角度分析了 slope RMS 在反射镜表面面形评价中的应用, 对于各种光学表面的检验都有一定借鉴意义; 同时, 随着光电探测系统的发展, 基于频域的分析已被越来越多地应用, 文中提出的频域分析方法, 对于实际工程实践也有很好的指导作用。

文中对于基于斜率均方根面形分析的基本理论进行了推导, 将此方法用于实际的工程实践之中, 将是下一步工作重点。

参考文献:

[1] Cheng J Q. Principles of Astronomical Telescope Design[M]. Beijing: China Science & Technology Press, 2003. (in Chinese)

- [2] Carl Nissly, Byoung-Joon Seo, Mitchell Troy, et al. High fidelity optical modeling for the TMT[C]//SPIE, 2011, 8336: 83360B.
- [3] Carl Nissly, Byoung-Joon Seo, Mitchell Troy, et al. High-resolution optical modeling of the Thirty Meter Telescope for systematic performance trades[C]//SPIE, 2008, 7017: 70170U.
- [4] Shao Liang, Yang Fei, Wang Fuguo, et al. Design and optimization of supporting system for 1.2 m lightweight SiC primary mirror[J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(3): 229-234. (in Chinese)
邵亮, 杨飞, 王富国, 等. 1.2 m 轻量化 SiC 主镜支撑系统优化设计[J]. *中国光学*, 2012, 5(3): 229-234.
- [5] Wang Fuguo, Yang Fei, Zhao Hongchao, et al. Progress in TMT M3 system[J]. *Chinese Optics*, 2013, 10(6): 643-651. (in Chinese)
王富国, 杨飞, 赵宏超, 等. TMT 望远镜三镜系统的研究进展[J]. *中国光学*, 2013, 10(6): 643-651.
- [6] Wu Xiaoxia, Wang Minghao, Ming Ming, et al. Calibration of thermal distortion for large aperture SiC lightweight mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2012, 20 (6): 1243-1249. (in Chinese)
吴小霞, 王明浩, 明铭, 等. 大口径 SiC 轻量化主镜热变形得定标[J]. *光学 精密工程*, 2012, 20(6): 1243-1249.
- [7] Lin Xudong, Xue Chen, Liu Xinyue. Current status and research development of wave front correctors for adaptive telescope[J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(6): 337-351. (in Chinese)
林旭东, 薛陈, 刘欣悦, 等. 自适应光学波前矫正器技术发展现状[J]. *中国光学*, 2012, 5(6): 337-351.
- [8] Zhao Hongchao, Zhang Jingxu, Yang Fei, et al. Preloading eight-van spider for supporting structure of secondary mirror [J]. *Opt Precision Engineering*, 2013, 21(5): 1199-1204. (in Chinese)
赵宏超, 张景旭, 杨飞, 等. 预紧式八翼梁次镜支撑结构动力学分析[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(5): 1199-1204.
- [9] Wolfgang Dierking. RMS slope of exponentially correlated surface roughness for radar applications[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(3): 1451-1454.
- [10] Ross Zhelem. Specification of optical surface accuracy using the structure function[C]//SPIE, 2011, 8083: 808310-1-808310-10.
- [11] Wang Xu. Fabrication of SiC mirror in full aperture with optimized fixed abrasive polishing pad [J]. *Opt Precision Engineering*, 2013, 21(2): 267-273. (in Chinese)
王旭. 使用优化的固着磨料磨盘全口径加工碳化硅反射镜[J]. *光学 精密工程*, 2013, 20(10): 2123-2131.
- [12] Wang Qingfeng, Cheng Dewen, Wang Yongtian. Description of free-form optical curved surface using two-variable orthogonal polynomials [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(9): 092200201-092200210. (in Chinese)
王庆丰, 程德文, 王涌天. 双变量正交多项式描述光学自由曲面[J]. *光学学报*, 2012, 32(9): 092200201-092200210.
- [13] Zhang Wei, Liu Jianfeng, Long Funian, et al. Study on wavefront fitting using Zernike polynomials [J]. *Optical Technique*, 2005, 31(5): 675-678. (in Chinese)
张伟, 刘剑峰, 龙夫年, 等. 基于 Zernike 多项式进行波面拟合研究[J]. *光学技术*, 2005, 31(5): 675-678.
- [14] Bi Yong, Zhai Jia, Wu Jinhui, et al. One method for mirror surface figure treatment in optical instrument [J]. *Optical Technique*, 2009, 35(1): 10-17. (in Chinese)
毕勇, 翟嘉, 吴金虎, 等. 一种光学仪器镜面面形的处理方法[J]. *光学技术*, 2009, 35(1): 10-17.
- [15] Wang Dong, Yang Hongbo, Chen Changzheng. Computer simulation of the optical surface [J]. *Computer Simulation*, 2007, 24(2): 298-301. (in Chinese)
王栋, 杨洪波, 陈长征. 光学表面面形的计算机仿真[J]. *计算机仿真*, 2007, 24(2): 298-301.
- [16] Lin Xudong, Liu Xinyue, Wang Jianli, et al. Performence of correction capability of 137-element deformable mirror [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(2): 267-273. (in Chinese)
林旭东, 刘欣悦, 王建立, 等. 137 单元变形镜的性能测试即校正能力实验[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(2): 267-273.
- [17] Poyneer L A, M van Dam, Véran J P. Experimental verification of the frozen flow atmospheric turbulence assumption with use of astronomical adaptive optics telemetry [J]. *J Opt Soc Am A*, 2009, 26(4): 833-846.
- [18] Shi Xiaoyu, Feng Yong, Chen Ying. A novel predictive controller in the adaptive optics control system based on parallelization method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(8): 080100501-081001511
史晓雨, 冯勇, 陈颖. 一种基于并行化方法的自适应光学闭环预测控制器[J]. *光学学报*, 2012, 32(8): 080100501-081001511.
- [19] Su Yanqin, Zhang Jingxu, Yang Fei, et al. Conceptual design of rotator assembly bearing in TMT tertiary mirror system[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(6): 1510-1517.
苏燕芹, 张景旭, 杨飞, 等. 30 m 望远镜的三镜 Rotator 组件轴承概念设计[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(6): 1510-1517.
- [20] Zhang Jingxu. Overview of structure of technologies of large aperture ground based telescope [J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(4): 327-336. (in Chinese)
张景旭. 地基大口径望远镜系统结构技术综述[J]. *中国光学*, 2012, 5(4): 327-336.
- [21] Ni Mingyang, Gong Yan. Design and analysis of kinematic lens positioning structure in lithographic projection objective [J]. *Chinese Optics*, 2012, 5(5): 476-483. (in Chinese)
倪明阳, 巩岩. 光刻投影物镜光学元件运动学支撑结构的设计与分析[J]. *中国光学*, 2012, 5(5): 476-483.