

## 一种基于共线特征点的线阵相机内参标定方法

王 澜<sup>1</sup>, 孙 博<sup>1</sup>, 隆昌宇<sup>1</sup>, 邹 剑<sup>1,2</sup>, 郝继贵<sup>1</sup>

(1. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072;  
2. 军械工程学院 光学教研室, 河北 石家庄 050003)

**摘要:** 提出一种利用共线的标定特征点确定线阵相机内参的方法。所有标定特征点均在线阵相机的视平面内。首先, 标定过程中对标定特征点逐一成像, 直接得到标定特征点和其对应像点, 解决了空间标定点与像点的对应问题; 其次, 通过数学建模得到线阵相机的成像模型, 联立多个位置处的成像模型解算出相机内参; 最后, 对影响线阵相机标定的因素进行分析及实验验证。理论分析和实验结果表明, 文中的线阵相机标定方法简单灵活, 无需制作精密的靶标, 可获得大量标定点, 提高了线阵相机标定的准确性和稳定性, 实验得到成像特征点重投影像点位置偏差均方根为 0.37 pixel。

**关键词:** 线阵相机; 共线特征点; 成像模型; 标定误差

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)06-1878-06

## A novel method for calibrating intrinsic parameters of linear array cameras based on collinear feature points

Wang Lan<sup>1</sup>, Sun Bo<sup>1</sup>, Long Changyu<sup>1</sup>, Zou Jian<sup>1,2</sup>, Zhu Jigui<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;  
2. Optics and Teaching Research Section, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

**Abstract:** A novel method was proposed that can be used for determining intrinsic parameters of linear array cameras based on collinear calibration feature points. All calibration feature points were on the view plane of the linear array camera. Firstly, during the camera calibration the feature point was captured by the camera one by one, the corresponding image point and the spatial feature point were obtained directly, which solved the matching problem of the spatial feature point and image point. Secondly, a mathematical model was established to obtain the imaging model of the linear array camera, then use the simultaneous imaging models of multiple locations was used to calculate the camera intrinsic parameters; Finally, the impacts on the calibration result were analyzed and experimented. Result reveals that the proposed linear array camera calibration method is not only convenient and flexible, but also sophisticated calibration pattern is not required, and a lot of calibration points are obtained which improving the accuracy and stability of the line scan camera calibration. The root mean square error of re-projected points is less than 0.37 pixel.

**Key words:** linear array camera; collinear calibration feature points; imaging model; calibration error

收稿日期: 2014-10-12; 修订日期: 2014-11-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金(51225505); “十二五”国家“863”计划(2012AA041205)

作者简介: 王澜(1989-), 女, 硕士生, 主要从事线阵相机测量方法方面的研究。Email: wanglangscx@163.com

导师简介: 郝继贵(1970-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事激光及光电测试技术方面的研究。Email: jigui@tju.edu.cn

通讯作者: 邹剑(1983-), 男, 博士, 主要从事激光及光电测试、视觉测量方面的研究。Email: dennisgigi@tju.edu.cn

## 0 引言

线阵相机具有结构简单,成本低,分辨率高,响应速度快等优点。在同等测量精度的前提下,线阵相机单排感光单元数目可以做得很多,获得更大的测量范围;并且其实时传输光电变换信号和扫描速度快,频率响应高,易于满足实时测量的要求,正越来越多地应用在空间高速运动目标的实时三维坐标测量和三维场景重建<sup>[1-3]</sup>中。

相机标定是实现相机应用的必要步骤。面阵相机标定方法一直是视觉测量领域研究的热点,得到广泛的应用。但线阵相机只能对一维空间成像,无法使靶标上的所有标定特征点都处于线阵相机的视场中,面阵相机标定方法不能直接用在在线阵相机上<sup>[4-7]</sup>。与面阵相机标定技术相比,线阵相机标定技术相关的研究较少。Horaud<sup>[8]</sup>等人提出了一种使用一组已知的共面直线进行线阵相机标定的方法,运用交比不变性质解决了空间标定与像点的对应问题,该方法采用线性模型,算法简单,但需要靶标精确移动,移动的精度影响标定精度。Luna<sup>[9]</sup>等人对 Horaud 的方法做了改进,制作立体靶标避免移动平面靶标,但该方法对立体靶标的制作精度提出了很高的要求,且靶标制作完成后靶面上标定特征点的数量较少,一定程度上影响了标定结果的精度和稳定性。Drareni<sup>[10-11]</sup>等提出了将线阵相机固定在精密位移平台上对立体靶标扫描成像的标定方法,该方法灵活方便,但相机的移动方向应与世界坐标系的坐标轴方向一致,平台的精度直接影响标定结果的精度。文中利用线阵相机在一维空间成像的性质提出了一种利用共线的标定特征点确定线阵相机内参的方法,无需制作精密的靶标,标定中通过相机多次曝光直接得到像点和对应空间点,可以获得大量标定点,提高了线阵相机标定的准确性和稳定性。

## 1 相机标定原理

线阵相机仅有一行成像单元,只有沿着像元排列方向满足中心投影关系。在线阵相机视平面内,线阵相机的成像模型如图1所示。标定特征点均在世界坐标系的Y轴上,假设世界坐标系下一标定特征点P(0,Y)投影到线阵传感器上y位置,在摄像机坐

标系下的方程如下:

$$\frac{y-y_c}{f_y} = -\frac{X_c}{Y_c} \quad (1)$$

式中: $f_y=fd_y$ , $f$ 为相机的焦距, $d_y$ 为像元在线阵传感器方向的大小; $y_c$ 为主点在线阵传感器上的坐标。

根据二维坐标系转换关系,将世界坐标系下的标定点坐标值转换到摄像机坐标系下,从而得到世界坐标系下的标定点在线阵传感器上的成像位置。世界坐标系和摄像机坐标系间的转换方程如下:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} + T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$T_x, T_y$ 是世界坐标系原点在相机坐标系下的坐标,旋转矩阵由从世界坐标系到摄像机坐标系的旋转角度 $\theta$ 决定。

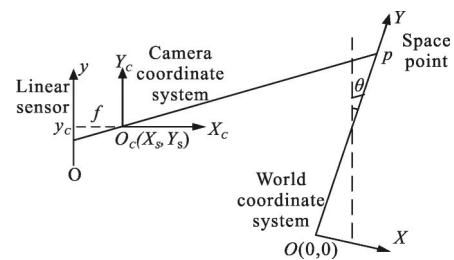


图1 线阵相机几何成像关系图

Fig.1 General view of geometry for linear array camera imaging

把式(2)代入式(1),可得线阵相机的成像模型(不考虑镜头畸变)为:

$$y = y_c - f_y \frac{T_y + \cos \theta \times Y}{T_x - \sin \theta \times Y} \quad (3)$$

由式(3)确定的线阵相机成像模型中, $(y_c, f)$ 为线阵相机的内参数, $(T_x, T_y, \theta)$ 包含了相机的位置和姿态,为相机的外参数。线阵相机标定即为通过几组像点和对应空间点确定这5个参数的过程。

文中提出一种简单的获取标定特征点和其对应像点的方法。该方法中特征点是位于导轨滑块上的红外光点,滑块置于一高直线度的线性导轨上。调整相机和导轨的相对位置,使标定特征点均在线阵相机的视场中。标定过程中,移动导轨滑块至导轨上某一位置,相机对红外光点曝光成像得到该标定特征点对应的像点。多次重复该过程便可获得一组一一对应的标定特征点和像点,这等效于在线阵相机的物方空间内放置一系列标定特征点。

以红外光点移动轨迹上一点为世界坐标系原点

$O$ , 红外光点移动方向为  $Y$  轴, 在相机视场内且垂直  $Y$  轴方向为  $X$  轴, 建立世界坐标系  $O-XY$ 。如图 2 所示, 在导轨上固定一个销钉, 保证每次测量时坐标原点  $O$  位置不变, 销钉到坐标原点  $O$  的距离  $D$  不需严格控制。标定特征点到销钉的距离  $Y$  由激光干涉仪测距得到。因此, 相机成像模型式(3)中  $Y$  应由  $D-Y$  替换, 式(3)可重写为式(4)。

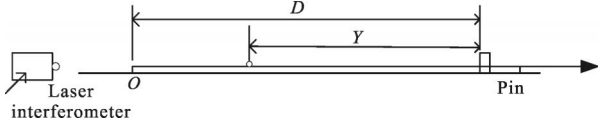


图 2 激光干涉仪对标定特征点测距

Fig.2 Measuring the distance of calibration feature points with laser interferometer

$$y = y_c - f_y \frac{T_y + \cos \theta \times D - \cos \theta \times Y}{T_x - \sin \theta \times D + \sin \theta \times Y} \quad (4)$$

结合标定靶标的特点, 线阵相机成像模型满足式(4)。文中标定方法的目的是求解  $y_c, f, T_x, T_y, \theta, D$  这 6 个参数。在相机成像模型中, 6 个未知参数是非线性的, 使用一组独立的线性系数代替式(4)中的未知参数, 式(4)可重写为式(5)。

$$k_1 y + k_2 Y + k_3 = yY \quad (5)$$

设导轨上有  $m(m \geq 3)$  个标定特征点, 标定特征点的  $\{y, Y\}$  已知。将每个特征点的  $\{y, Y\}$  代入式(5), 联立  $m$  个方程可线性解得  $k_1, k_2, k_3$ , 线性系数与未知参数之间的关系如式(6)。

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin \theta \times D - T_x}{\sin \theta} \\ \frac{y_c \times \sin \theta + f_y \times \cos \theta}{\sin \theta} \\ \frac{y_c (T_x - \sin \theta \times D) - f_y (T_y + \cos \theta \times D)}{\sin \theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

在平行于  $XY$  的平面内将导轨绕坐标原点  $O$  在该平面内的投影旋转至 4 个不同的位置 (1)、(2)、(3)、(4), 在导轨的每个新位置处均可建立满足式(4)的线阵相机成像模型, 如图 3 所示。导轨旋转过程中世界坐标系的坐标原点不变, 仅改变了世界坐标系与摄像机坐标系间的旋转角度  $\theta$ , 即  $y_c, f, T_x, T_y, D$  均不变, 仅  $\theta$  改变。在导轨的每个位置处相机多次曝光得到标定特征点的一组  $\{y, Y\}$ , 将每组  $\{y, Y\}$  代入式(5)联立方程组可解得  $[k_{i1} \ k_{i2} \ k_{i3}]$ , ( $i=1, 2, 3, 4$ )。联立每个位置处成像模型中的  $k_{i1}$  和  $k_{i2}$ , 消去  $\theta_i$ , 可得

到式(7)。将  $k_{i1}$  和  $k_{i2}$  代入  $k_{i3}$ , 整理后可得到式(8)。

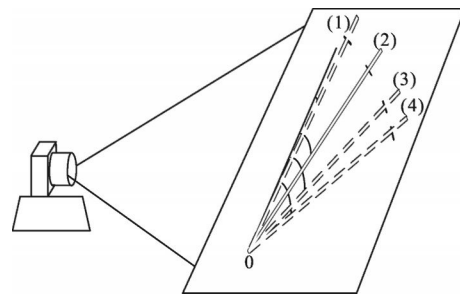


图 3 4 个位置处的线阵相机成像

Fig.3 Line scan camera imaging at four positions

$$\frac{T_x^2}{f_y^2} k_{i2}^2 - \frac{T_x^2}{f_y^2} 2y_c k_{i2} + 2Dk_{i1} + \frac{T_x^2}{f_y^2} (f_y^2 + y_c^2) - D^2 = k_{i1}^2 \quad (7)$$

$$\left( f_y \frac{T_x}{T_y} - y_c \right) k_{i1} - Dk_{i2} + \left( Dy_c - f_y D \frac{T_y}{T_x} \right) = k_{i3} \quad (8)$$

将  $[k_{i1} \ k_{i2} \ k_{i3}]$ , ( $i=1, 2, 3, 4$ ) 分别代入式(7)、式(8), 可建立 8 个方程, 联立方程组, 可解出  $y_c, f, T_x, T_y, D$  5 个参数, 将解算出的  $y_c, f, T_x, T_y, D$  代入每个位置处的相机成像模型式(4), 可解得每个位置处世界坐标系与摄像机坐标系间的旋转角度  $\theta_i$ 。

## 2 相机标定分析

标定特征点和其对应像点的定位精度直接影响标定结果的精度。为了精确求解标定参数, 可将世界坐标系绕坐标原点旋转至更多 ( $>4$ ) 不同的位置, 联立多个位置处的相机成像模型, 建立超定方程组。对于超定方程组, 使用最小二乘迭代方法求解, 最小化相机参数的误差。

在 Windows 平台下用 Matlab 模拟上述线阵相机标定方法, 进行数据仿真实验。仿真实验中相机的内外参数如表 1 所示。  $\theta_i (i=1, \dots, 6)$  表示导轨在第  $i$  个位置时世界坐标系与摄像机坐标系间的旋转角度。

测试 3 个因素对标定结果的影响: 像点误差水平、空间点误差水平和导轨旋转次数。导轨旋转  $m$  ( $m=4$  或 5 或 6) 个不同位置, 在每个位置根据虚拟线阵相机模型参数生成 50 个成像特征点坐标和对应的像点坐标, 附加一定的随机误差后通过文中方法解算相机内参。重复仿真 100 次, 得到相机内参  $y_c$  和的  $f$  期望、方差。

### 2.1 像点随机误差对标定内参的影响

像点定位精度受图片质量和提取方法影响。目

前亚像素高精度定位算法可达到0.1~0.2pixel的定位精度。实验中给像点坐标加入正态分布误差 $e*N(0, \sigma^2)$ ,通过改变标准差 $\sigma$ 的值从0.01~0.2pixel,以0.01pixel为增量来变化像点误差水平,结果如图4所示。

从图4可以得到两个结论,(1)随着像点误差水平的增长, $y_c$ 和 $f$ 的误差没有呈现线性变化, $y_c$ 和 $f$ 的方差近似单调增大,表明像点误差水平越大, $y_c$ 和 $f$ 波动越大,越不稳定。(2)导轨旋转5或6个位置时,像点随机误差( $\sigma \leq 0.2$  pixel)引起的 $y_c$ 误差不超过0.5 pixel, $f$ 误差不超过0.03 mm。当像点定位精度较高时,用文中标定方法标定的相机内参能达到较高精度。参数见表1。

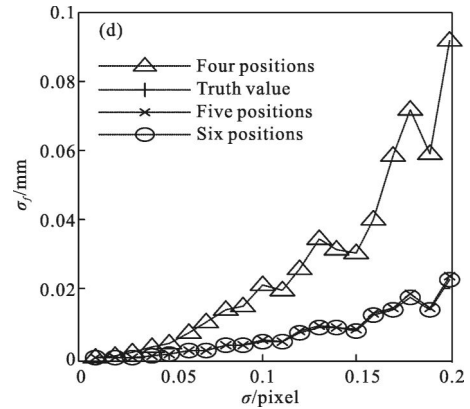
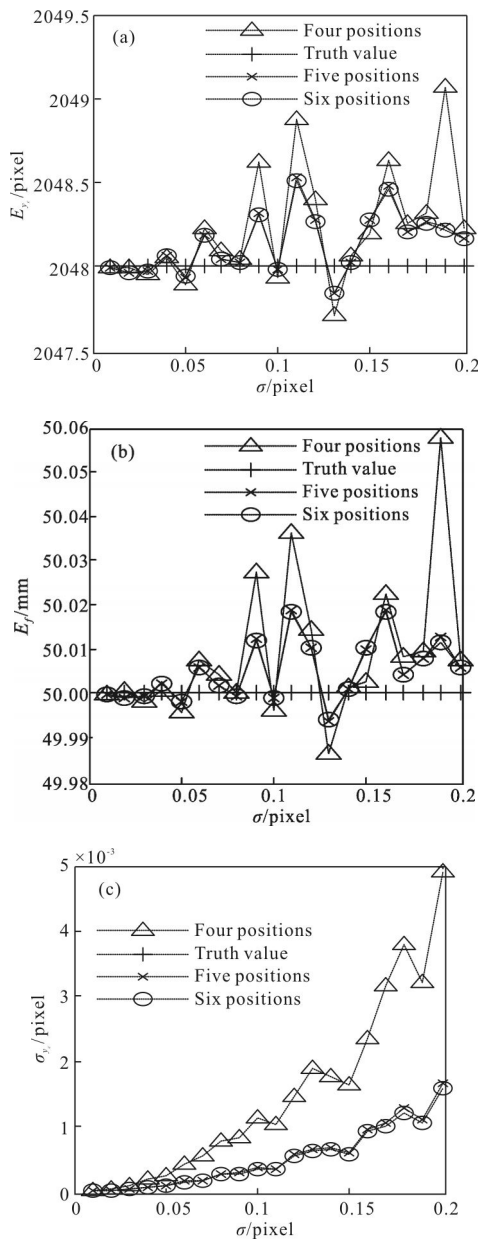


图4 像点随机误差对标定内参的影响

Fig.4 Influence of image point random error on intrinsic parameters calibration

表1 虚拟线阵相机的参数

Tab.1 Parameters of virtual linear array camera

Parameter	Designed value
$y_c$ /pixel	2 048
$f$ /mm	50.0
$T_x$ /mm	1 000.0
$T_y$ /mm	-400.0
$D$ /mm	1 000.0
$\theta_1$ (°)	-9.0
$\theta_2$ (°)	-5.0
$\theta_3$ (°)	1.0
$\theta_4$ (°)	4.0
$\theta_5$ (°)	7.5
$\theta_6$ (°)	13.0
$d_r$ /μm	10.0

### 2.2 空间点随机误差对标定内参的影响

空间点的 $Y$ 值由激光干涉仪测量。激光干涉仪精确稳定的激光源和准确的环境补偿保证了 $\pm 5 \mu\text{m}$ 的激光测距精度,因此实验中给空间点 $Y$ 值加入的误差较小。空间点的测量误差满足正态分布误差 $e*N(0, \sigma^2)$ ,通过改变标准差 $\sigma$ 的值从0.001~0.02 mm,以0.001 mm为增量来变化空间点误差水平,结果如图5所示。

从图5可以得到两个结论:(1)随着空间点误差水平的增长, $y_c$ 误差虽小幅波动,但总体呈现增大的趋势, $f$ 误差单调增大, $y_c$ 和 $f$ 的方差单调增大,但 $y_c$ 和 $f$ 的方差仍都趋向于0,表明虽然空间点误差水平在增大,但 $y_c$ 和 $f$ 波动极小,稳定在各自的期望值。(2)空间点随机误差( $\sigma \leq 0.02$  mm)引起的 $y_c$ 误差不

超过 0.1 pixel,  $f$  误差不超过 0.002 5 mm。因此,采用激光干涉仪测量空间点位置,空间点位置误差对标定精度的影响很小。

轨旋转次数越多,解算出的参数误差越小。随着误差水平的增大,导轨旋转次数越多,解算出的参数误差增长率越小,标定结果越稳定。

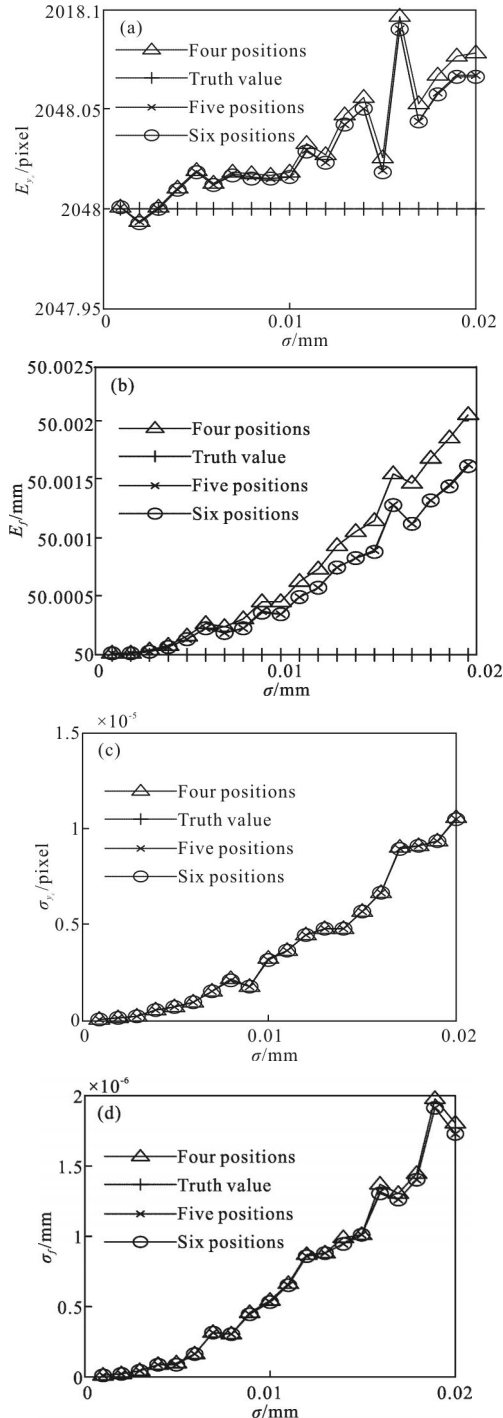


图 5 空间点随机误差对标定内参的影响

Fig.5 Influence of spatial point random error on intrinsic parameters calibration

### 2.3 导轨旋转次数对标定结果的影响

综合图 4、图 5 可以看到,对于同一误差水平,导

## 3 实验

实验选用 spyder3 SG-14 线阵相机,有效像元 4096 个,像元尺寸为  $10 \mu\text{m}$ 。如图 6 所示,线阵相机置于六维调整平台上,线性导轨置于光学平台上,导轨一端用销钉固定。通过调节六维调整平台调整相机位姿,使红外光点沿导轨的运动轨迹均在相机视场内。在导轨上选择 20 个均匀分布在相机视场内的位置,红外光点依次在各个位置处,相机对其曝光成像。将导轨绕销钉旋转至另外 4 个不同的位置,重复上述过程。实验共得到  $5 \times 20$  组像点和对应空间点。空间点的  $Y$  值由激光干涉仪测量,激光测距精度为  $\pm 5 \mu\text{m}$ 。运用亚像素高精度定位算法进行图像处理得到像点的  $y$  值。用文中提出的标定方法进行相机标定,标定得到的线阵相机参数见表 2 ( $T_x$ 、 $T_y$ 、 $\theta$  为第一个位置时的外参值)。

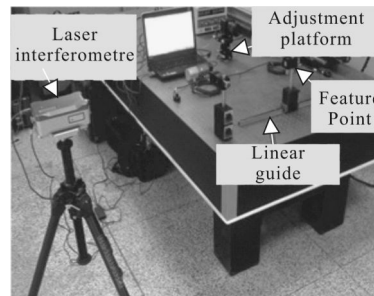


图 6 实验实物图

Fig.6 View of the experimental objects

表 2 相机参数的标定结果

Tab.2 Calibration results of the camera parameters

Parameters	Linear solutions of this paper
$y_c$ /pixel	1 939.37
$f$ /mm	55.89
$T_x$ /mm	675.78
$T_y$ /mm	-340.17
$D$ /mm	679.24
$\theta$ ( $^\circ$ )	-13.43

为了验证该方法的正确性,把标定出的相机参数代入式(4),将所有标定特征点通过式(4)重投影到

像面。比较重投影点和像点,所有重投影点的最大残差和均方根误差如表3所示。表3中的数据说明文中提出的标定方法执行很好。

表3 真实数据的标定误差

Tab.3 Calibration error of real data

	Max residual error	RMSE
$y_c/\text{pixel}$	0.48	0.37

## 4 结 论

结合线阵相机的特点,文中提出一种利用共线的标定特征点确定线阵相机内参的方法。该方法解决了线阵相机标定过程中特征点容易丢失的问题,标定过程中对特征点逐一成像,直接得到标定特征点和其对应像点;标定特征点无需在标定前人为地预先设定,标定过程中特征点的数量不受靶标制作的限制。数据仿真和实验验证了文中方法原理正确,方案合理。文中的标定方法没有考虑相机镜头畸变,可用该方法解算出的相机内参作为初值进行优化,得到更精确的相机内参。

### 参考文献:

- [1] Lim M S, Lim J. Visual measurement of pile movements for the foundation work using a high-speed line-scan camera [J]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(6): 2025-2033.
- [2] Petty R S, Robinson M, Evans J P O. 3D measurement using rotating line-scan sensors[J]. *Measurement Science and Technology*, 1998, 9(3): 339.
- [3] Kataoka K, Osawa T, Ozawa S, et al. 3D building facade model reconstruction using parallel images acquired by line scan cameras[C]//IEEE International Conference on Image Processing, 2005, 1: 1-1009-12.
- [4] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 1987, 3(4): 323-344.
- [5] Liu Weiyi, Jia Jiqiang, Ding Yalin, et al. Measurement error impact on intrinsic parameters calibration in precise angle measurement method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(4): 705-709. (in Chinese)  
刘伟毅, 贾继强, 丁亚林, 等. 精密测角法中测量误差对内方位元素标定的影响 [J]. *红外与激光工程*, 2009, 38(4): 705-709.
- [6] Niu Haitao, Zhao Xunjie. New method of camera calibration based on checkerboard [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(1): 133-137. (in Chinese)  
牛海涛, 赵勋杰. 采用棋盘格模板的摄像机标定新方法 [J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(1): 133-137.
- [7] Zhang Dan, Duan Jin, Gu Lingjia, et al. Method of camera calibration based on image processing[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(S1): 561-565. (in Chinese)  
张丹, 段锦, 顾玲嘉, 等. 基于图像的模拟相机标定方法的研究[J]. *红外与激光工程*, 2007, 36(S1): 561-565.
- [8] Horaud R, Mohr R, Lorecki B. On single scanline camera calibration[J]. *Robotics and Automation, IEEE Transactions On*, 1993, 9(1): 71-75.
- [9] Luna C A, Mazo M, Lázaro J L, et al. Calibration of line-scan cameras [J]. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 2010, 59(8): 2185-2190.
- [10] Draréni J, Roy S, Sturm P. Plane-based calibration for linear cameras [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2011, 91(2): 146-156.
- [11] Hui B, Wen G, Zhao Z, et al. Line-scan camera calibration in close-range photogrammetry[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(5): 053602-1-053602-12.