

## 车载经纬仪的垂轴误差分析

江波<sup>1,2</sup>, 周泗忠<sup>1</sup>, 姜凯<sup>1</sup>, 付怀洋<sup>1,2</sup>, 梅超<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710119; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 基于高精度机动式车载测量平台, 提出了利用综合坐标变换法修正补偿机动平台变形引起的光电经纬仪测角误差。分析了综合坐标变换法的基本原理, 建立基座、照准部及望远镜坐标系, 并推导得出了三轴误差公式。构建了一个车载平台模型, 并根据实际算例分别通过综合坐标变换法和传统单项误差累计法进行误差修正。结果表明, 综合坐标变换法较单项误差累计法误差修正精度提高 5", 避免了单项误差累计法工作范围内分布多个较大误差点的弊端, 具有较高的补偿精度, 将该方法应用于机动车载测量系统可进行高精度的测量, 具有较高的理论和实用价值。

**关键词:** 单项误差累计法; 综合坐标变换法; 车载经纬仪; 垂轴倾斜误差

**中图分类号:** TH761.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)05-1623-05

## Analysis of vertical axis error of vehicular theodolite

Jiang Bo<sup>1,2</sup>, Zhou Sizhong<sup>1</sup>, Jiang Kai<sup>1</sup>, Fu Huaiyang<sup>1,2</sup>, Mei Chao<sup>1,2</sup>

(1. Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710119, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** The theodolite which works on a vehicle has measurement error caused by the deformation of vehicle platform. Two methods that the single error accumulation method and the comprehensive coordinate transformation method to compensate the error were deduced. First, the basic principle of the two methods was analyzed, taking into account the limitations of the different correction methods. Then a practical example with a vehicle platform containing large deformation derivation was built. The measurement error were summarized in two correction methods were compared. The results show that the correct error of the single error accumulation method has several points within large error in whole work scope of the theodolite, caused the error about 5" larger than the comprehensive coordinate transform method. Therefore the comprehensive coordinate transformation method must be used to obtain high-precision measurements.

**Key words:** single error accumulation method; comprehensive coordinate transform method; vehicular theodolite; vertical axis tilt error

收稿日期: 2014-09-09; 修订日期: 2014-10-12

作者简介: 江波(1981-), 男, 博士生, 主要从事经纬仪机械设计方面的研究。Email: 63556480@qq.com

导师简介: 周泗忠(1953-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光电跟踪与精密测量方面的研究。Email: szh@opt.ac.cn

## 0 引言

目前用于测量的光电经纬仪大部分是固定站式,随着测控技术水平的不断提升,机动式车载经纬仪开始广泛应用于现代靶场测量。在活动站工作时,车载平台随机停在多种路面上,可以满足任意地点、任意时间实时进行测量和跟踪,机动性强,可提高设备的快速展开能力,具有极大的优越性。车载经纬仪工作时载车底盘作为测量基座,车体变形,经纬仪的工作速度、加速度扰动,甚至地面下陷等均会造成垂直轴的较大的倾斜误差。

车载经纬仪等设备测量系统的轴系偏差(包括垂直轴偏差、水平轴偏差和照准轴偏差)改正算法的精确与否直接关系到测量设备的测角精度<sup>[1-2]</sup>,因此要提高测量设备的测角精度,必须将轴系偏差对测量角的修正方法进行分析比较,优选实用高效的修正算法。

目前光测设备常用的误差修正方式为单项误差累计法<sup>[3-4]</sup>。单项误差累计法的理论基础源于在测量坐标系中对误差角进行转换推导,对推导得到的三角函数幂级数展开后略去高阶项进行简化。该修正方法形式简单、计算量小,是靶场测量领域的经典修正方法。但是,应用该方法的前提条件是各单项误差项很小,否则对三角函数的简化将带来足够大的误差,使得修正后的测量数据仍然无法达到要求的精度,因此无法应用于高精度测量系统。综合坐标变换法是基于坐标传递和转换推导出目标定位算法,在坐标传递过程中考虑相应坐标系中引入的各轴误差,这样误差分量也从前级传递到后级,直接体现于最终的定位结果。定位算法客观完善,没有简化过程,是更为精确的计算方法。因此,文中提出利用综合坐标变换法进行车载经纬仪的高精度测角误差修正。

车载经纬仪存在较大的垂轴误差,使得经典单项误差累计法修正结果引入了一定的简化误差,但误差量级并不明确。文中采用较完善的综合坐标变化方法推导车载经纬仪轴系误差对测量结果的修正公式,并将该方法和经典单项误差累计法进行对比,确定单项误差累计法的误差水平和适用条件。

## 1 车载平台模型建立

平台的变形主要有受静载荷作用的静变形和动

载荷作用的振动。一般经纬仪都固定在车载平台上方,当经纬仪工作时,平台受到不均匀的外作用力,会因变形产生三轴旋转运动,从而产生平台姿态旋转角。

经纬仪三轴模型如图1所示<sup>[5]</sup>。垂直轴固定在载车平台上,由于平台变形,将产生垂直轴倾斜误差。水平轴与垂直轴和照准轴与水平轴在理论上应该是垂直的,但由于加工和装配上的原因会有小量的不垂直度误差,在该模型中只对这三轴误差进行分析推导。为简化模型,假设定向误差、零位误差、弯沉误差、折射残差等误差为可忽略的小量,不代入计算过程。

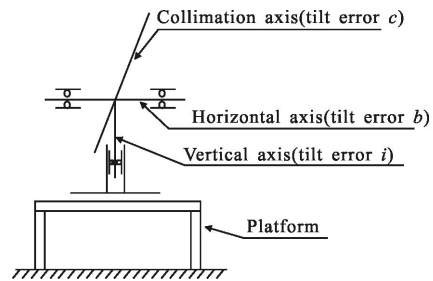


图1 经纬仪三轴误差模型

Fig.1 Three error axis of theodolite model

## 2 轴系误差的修正算法

### 2.1 单向误差累计法

单项误差累计法是基于对三轴倾斜误差的单项改正法,即分别考虑三轴的各项偏差,然后再累加得到。基于球面三角形的相关定理进行推导,并对三角函数进行幂级数展开并略去高阶小量,且当 $\theta$ 很小时,可认为 $\sin\theta \approx \theta$ , $\tan\theta \approx \theta$ ,得到简化的误差修正公式,相关推导过程可见参考文献[3]。最后得到单项误差累计法的基本公式如下:

$$\begin{cases} A_M = A + \Delta A_1 \\ E_M = E + \Delta E_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\Delta A_1 = \Delta A_i + \Delta A_c + \Delta A_b = i \sin(A_i - A) \tan E + c \frac{1}{\cos E} + b \tan E \quad (2)$$

$$\Delta E_1 = \Delta E_i + \Delta E_c + \Delta E_b = -i \cos(A_i - A) \quad (3)$$

式中: $\Delta A_1$ 、 $\Delta E_1$ 为采用单项误差累计法的修正量; $i$ 为垂轴倾斜误差; $A_i$ 为垂轴倾斜方向角; $\Delta A_i$ 、 $\Delta E_i$ 为垂轴倾斜修正误差; $\Delta A_c$ 、 $\Delta E_c$ 为照准轴倾斜修正误差; $\Delta A_b$ 、 $\Delta E_b$ 为水平轴倾斜修正误差; $c$ 为照准轴倾

斜误差; $b$ 为水平轴倾斜误差。

上述公式包含了三角函数的舍入误差,将高阶小量简化,三轴垂直度误差越大,由此造成的舍入误差也越大。同时由于三轴误差对测角精度的影响具有先后传递关系,当偏斜误差的第一层(垂轴倾斜误差)很大时便不能将其做简单的线性叠加。有文献对车载平台变形进行检测,最大可造成垂轴倾斜误差200"以上<sup>[6-7]</sup>,采用单项误差累计法对测角数据进行修正必将引入较大的测角误差。为此提出一种更为完善的方法对经纬仪测角误差进行修正,使车载经纬仪的测量精度能进一步提高。

### 2.2 综合坐标变换方法

为了建立光电跟踪测量设备的误差方程,首先建立模型产生误差项的坐标系,并按误差发生的先后顺序进行各种坐标变换,由此从地基坐标系到望远镜坐标系建立三种坐标系,三种坐标系的空间关系如图2所示。

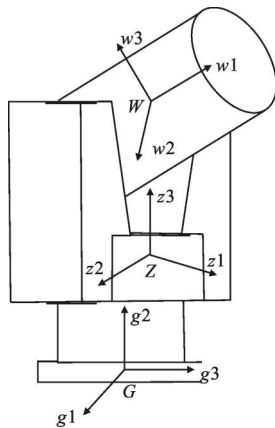


图2 综合坐标变化法坐标系定义

Fig.2 Coordinate definition of the comprehensive coordinate transform method

具体坐标系(均按右手坐标系)定义如下:

$G(g_1, g_2, g_3)$ 基座坐标系——测量设备安装在基座上,基座是测量数据的原点,所有测量数据均以基座坐标系来进行计算。 $g_2$ 轴和地球自转轴平行并指向北极, $g_3$ 轴指向天顶, $g_1$ 轴与 $g_2$ 和 $g_3$ 形成右手坐标系,指向东方。

$Z(z_1, z_2, z_3)$ 照准部坐标系——照准部绕垂直轴在水平面内做方位运动,转动的角度为 $A$ 。该坐标系附加垂轴倾斜误差 $i$ 。绕水平轴在竖直面内做俯仰运动,转动的角度为 $E$ ,该坐标系附加水平轴倾斜误差

$b$ 。 $z_1$ 轴指向前方, $z_2$ 轴与水平轴重合, $z_3$ 轴指向天空,与垂直轴重合,与 $z_1$ 轴和 $z_2$ 轴正交。

$W(w_1, w_2, w_3)$ 望远镜坐标系——望远镜坐标系表征了望远镜的空间位置。 $w_1$ 轴为望远镜头光轴,指向前方, $w_3$ 轴指向天顶(镜头水平时), $w_2$ 轴分别与 $w_3$ 和 $w_1$ 轴正交。该坐标系附加照准轴倾斜误差 $c$ 。

若载车平台在 $A_i$ 方向上倾斜变形,引起倾斜角度 $i$ ,故在测量设备基座坐标系 $G(g_1, g_2, g_3)$ 引入三种误差,分别为:

(1) 引入垂直轴倾斜误差,即:

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos A_i & \sin A_i & 0 & 0 \\ -\sin A_i & \cos A_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 $g_3$ 轴旋转 $A_i$ 角;

$$M_2 = \begin{bmatrix} \cos i & 0 & -\sin i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin i & 0 & \cos i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 $g_2$ 轴旋转 $i$ 角;

$$M_3 = \begin{bmatrix} \cos(A-A_i) & \sin(A-A_i) & 0 & 0 \\ -\sin(A-A_i) & \cos(A-A_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 $g_3$ 轴旋转 $(A-A_i)$ 角;

(2) 引入测量设备水平轴倾斜误差,即:

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos b & \sin b & 0 \\ 0 & -\sin b & \cos b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 $z_1$ 轴旋转 $b$ 角;

$$M_5 = \begin{bmatrix} \cos E & 0 & -\sin E & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin E & 0 & \cos E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕 $z_2$ 轴旋转 $E$ 角;

(3) 引入望远镜坐标系下照准轴的倾斜误差,即:

$$M_6 = \begin{bmatrix} \cos c & \sin c & 0 & 0 \\ -\sin c & \cos c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

绕  $w_3$  轴旋转  $c$  角。

若目标距离基座  $R$ ，则目标在望远镜坐标系中的坐标位置为  $[R \ 0 \ 0 \ 1]^T$ 。距离  $R$  在矩阵计算中是常量，可在后续计算中约掉，对计算结果没有影响。则最终传递的目标位置坐标为：

$$[R \ 0 \ 0 \ 1]^T = M_6 M_5 M_4 M_3 M_2 M_1 [X \ Y \ Z \ 1]^T = \prod_{i=1}^{6-i} M_i [X \ Y \ Z \ 1]^T \quad (4)$$

因此

$$A_Z = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right), E_Z = \arcsin\left(\frac{Z}{R}\right)$$

式中： $A_Z, E_Z$  为采用综合坐标变换法计算得到的含有三轴误差的测量结果。

假设  $i, b, c$  三项误差均为 0，则坐标转换公式简化为：

$$[R \ 0 \ 0 \ 1]^T = M_5 M_3 M_1 [X' \ Y' \ Z' \ 1]^T \quad (5)$$

通过上式可计算不含误差的测量结果，该结果为测量真值，将含误差的测量结果都与真值进行比较，可计算采用综合坐标变换法对测量结果的修正量  $\Delta A_2, \Delta E_2$ 。

$$\begin{cases} A_Z = A + \Delta A_2 \\ E_Z = E + \Delta E_2 \end{cases}$$

由于综合坐标变换法的数据处理过程完整，中间环节没有简化，所有误差项的引入也按照轴系误差的形成原理叠加，该方法的计算结果近似为精确解。按照上述两种方法分别求得修正误差的相对误差量  $(\Delta A_1, \Delta E_1)$  和  $(\Delta A_2, \Delta E_2)$ ，考察两种修正方法的修正量之差为  $\Delta A, \Delta E$  (简称为修正误差残差)：

$$\begin{cases} \Delta A = \Delta A_1 - \Delta A_2 \\ \Delta E = \Delta E_1 - \Delta E_2 \end{cases} \quad (6)$$

### 3 误差修正仿真分析

按照光测设备的常规水平，水平轴和照准轴的倾斜误差可控制在  $10''$  内，放大两倍按照  $20''$  进行考虑，依据载车调平精度指标，垂直轴倾斜误差的设置依据载车调平精度，精度控制在  $3'$  内，放大两倍按照  $360''$  来考虑。以上是车载式经纬仪的典型误差水平，分别用两种方法求其修正误差，并对两修正误差量进行对比，得到两种算法的相对误差。

除去天顶盲区角度，按照经纬仪的全工作范围 (方位： $-180^\circ \sim 180^\circ$ ，俯仰： $0^\circ \sim 80^\circ$ ) 计算两种方法的修

正误差，将两种方法的修正误差进行对比求差，得到修正误差残差  $\Delta A, \Delta E$ 。在全工作范围作  $\Delta A$  和  $\Delta E$  对方位角和俯仰角的曲线面图，如图 3 所示。

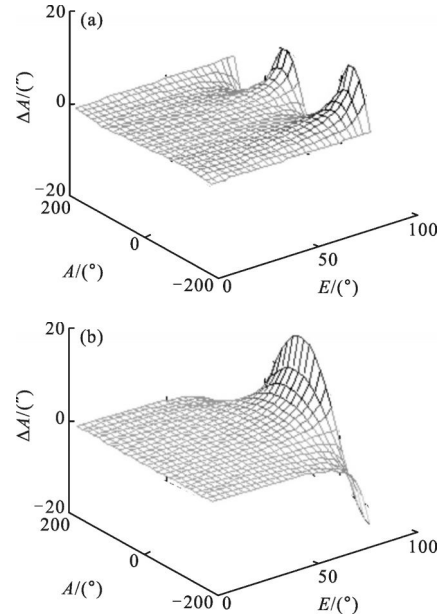


图 3 全工作范围内方位角和俯仰角的修正残差  $\Delta A, \Delta E$   
Fig.3 Revised  $\Delta A, \Delta E$  error in the whole work range

从三维面图来看，所有极值点分布于俯仰角接近天顶角时，俯仰角越大，修正误差残差也越大。同时可以发现  $\Delta A$  曲线在全工作范围内共有四个极值点，而  $\Delta E$  曲线在全工作范围内共有两个极值点。在这些极值点上综合坐标变换法较单项累计法测量精度高  $15''$ 。

改变水平轴倾斜误差  $b$  和照准轴倾斜误差  $c$  的方向，计算单项误差累计法的方位角修正残差  $\Delta A$  的极值位置和大小。结果如表 1 所示。

表 1 不同的  $b, c$  误差对修正残差的影响

Tab.1 Influence of different  $b$  and  $c$  on revised errors

	Azimuth $A/(^\circ)$	Elevation $E/(^\circ)$	Revised error $\Delta A/('' )$
$b=20$	-123.8	80	9.2
$c=20$	138.24	80	-11.7
$b=20$	-124	80	10.2
$c=-20$	134	80	-10.3
$b=-20$	-124	80	10.2
$c=20$	134	80	-10.3
$b=-20$	-142.6	80	11.4
$c=-20$	128	80	-8.9

从表1数据可见,虽然车载经纬仪的垂轴倾斜误差*i*较水平轴倾斜误差*b*和照准轴倾斜误差*c*要大很多,但*b*和*c*的方向仍会放大和缩小垂轴倾斜误差的修正量,修正量差值可达3"以上,单项误差累计法的线性叠加则忽略了这种效果,降低了测量精度。用该方法计算俯仰角修正残差 $\Delta E$ 的情况与之类似。

以经纬仪精度检测时俯仰角 $65^\circ$ 的仿真数据绘制误差曲线如图4所示,在经纬仪的工作范围内,采用单项误差累计法修正方位角、俯仰角,与综合坐标变换法相比,在多个点的修正残差均超过3",无法满足高精度测量要求。而采用综合坐标变换法进行修正产生的残差基本为计算误差,可以忽略不计。

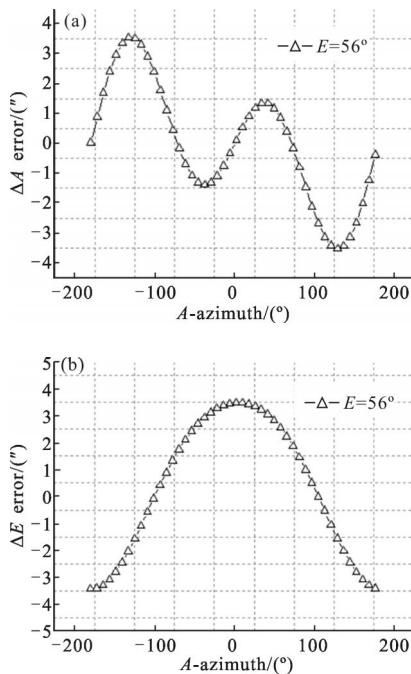


图4 俯仰角在 $65^\circ$ 时的方位和俯仰误差残差

Fig.4  $\Delta A$ ,  $\Delta E$  error result with elevation angle of  $65^\circ$

以上数据说明单项误差累计修正法的误差源主要在于单项误差各自修正,没有采用同一坐标系空间进行综合叠加计算,导致在全工作范围内所有点的测量精度都比综合坐标变换法低,而在大俯仰角时尤为显著。因此综合坐标变换法更适合应用于高精度的测量系统。

## 4 结论

针对高精度的车载测量设备建立了车载测量设备较为简化的误差模型,重点分析了由车载平台变

形带来的垂轴倾斜误差对测角误差的影响,推导了对测角误差采用单项误差累计法和综合坐标变换法进行修正和补偿的数学模型,并得到以下结论:

(1) 通过对两种方法的修正误差进行对比仿真,发现了使用单项误差累计法所带来的特有的四极值和两极值点现象。

(2) 水平轴误差和照准轴误差这两个小量误差对测角修正结果的影响较小。总体误差随垂直轴倾斜量的增大而增大。

(3) 高精度测量情况下必须使用综合坐标变换方法来进行误差修正。

相对于传统的单向误差累计法,综合坐标变换法修正模型未忽略误差的高阶小量,误差逐级传递,定位更为精确;并考虑了三轴误差的相互耦合作用,建模更为完整,具有更高的测角精度和更大的适用范围。通过一系列数值计算仿真了三轴误差的修正和补偿精度,仿真表明,采用该模型修正后,其测角精度较单项误差累计法提高了5",具有更高的理论意义和工程实用价值。

## 参考文献:

- [1] Wang Tao, Tang Jie, Song Liwei. Correction of the measuring error of vehicular photoelectric theodolite [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 201241(5): 1336-1338. (in Chinese)
- [2] Tian Liude, Liu Zhaohui, Zhao Jianke, et al. Impact of three-axis error on angle measurement of photoelectric theodolite [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42 (S1): 193-197. (in Chinese)
- [3] Zhao Xueyan, Li Yingchun. *Optical Measurement in Shooting Range* [M]. Beijing: Institute of Command and Technology, 2001. (in Chinese)
- [4] Wang Jing, Gao Limin, Yao Junfeng. Error analysis of airborne measurement platform in the conversion of coordinates [J]. *Opt Precision Eng*, 2009, 17(2): 388-394. (in Chinese)
- [5] Zhang Zheng. Research on measurement error correction of vehicle photoelectric theodolite working on the quasi-moving base [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
- [6] Gao Ce, Qiao Yanfeng. Real time error-correction method for photoelectrical theodolite [J]. *Opt Precision Eng*, 2007, 16 (4): 846-851. (in Chinese)
- [7] Zhang Yaoshu, Zhang Minghui, Qiao Yanfeng. A high precision noncontact position measuring system [J]. *Opt Precision Eng*, 2002, 1(10): 41-44. (in Chinese)