

## 36维Kalman滤波的激光陀螺捷联惯导系统级标定方法

江奇渊, 汤建勋, 韩松来, 袁保伦

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 分析了系统级标定的研究现状, 建立了惯导系统误差模型。额外考虑加速度计二次项误差系数与内杆臂参数对系统的影响, 提出了一种36维Kalman滤波系统级标定方法。设计了合适的标定路径, 建立了Kalman滤波模型。仿真及实验结果表明, 激光陀螺和加速度计零偏估计精度分别优于 $0.001(^{\circ})/h$ 和 $9\mu g$ , 标度因数误差估计精度分别优于3ppm( $1\text{ppm}=10^{-6}$ )和2ppm, 安装误差角估计精度分别优于 $1''$ 和 $3''$ , 二次项误差系数估计精度优于 $4\times 10^{-10}\text{ s}^2/\text{m}$ , 内杆臂参数估计精度优于3mm, 满足高精度惯导系统的标定要求。

**关键词:** 系统级标定; 加速度计二次项; 内杆臂参数; Kalman滤波; 惯导系统

**中图分类号:** TN21 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)05-1579-08

## Systematic calibration method based on 36-dimension Kalman filter for laser gyro SINS

Jiang Qiyuan, Tang Jianxun, Han Songlai, Yuan Baolun

(College of Opto-Electrical Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The research status of systematic calibration was analyzed, and an inertial navigation system error model was established. Additionally considering the influences of quadratic term error coefficient of the accelerometer triad and the inner lever arm parameters to the system, a systematic calibration method was proposed based on 36-dimension Kalman filter. An appropriate calibration path was designed and a Kalman filtering model was established. Simulation and experiment results indicate that the accuracy of the estimated biases is better than  $0.001(^{\circ})/h$  and  $9\mu g$  for the laser gyroscopes and the accelerometers respectively, the accuracy of estimated scale factor errors is better than 3ppm and 2ppm respectively, the accuracy of estimated installation error angle is better than  $1''$  and  $3''$  respectively, the accuracy of estimated quadratic term error coefficient is better than  $4\times 10^{-10}\text{ s}^2/\text{m}$ , and the accuracy of estimated inner lever arm parameters is better than 3mm. Therefore, this method satisfies the demands of high precision inertial navigation system calibration.

**Key words:** systematic calibration; quadratic term of accelerometer; inner lever arm parameters; Kalman filtering; INS

收稿日期: 2014-09-05; 修订日期: 2014-10-15

基金项目: 国家自然科学基金(61203199, 61104199)

作者简介: 江奇渊(1990-), 男, 硕士生, 主要从事激光陀螺捷联惯导方面的研究。Email: jiangqiyuan12@gmail.com

导师简介: 汤建勋(1972-), 男, 研究员, 硕士生导师, 博士, 主要从事激光陀螺捷联惯导方面的研究。Email: lins208@126.com

## 0 引言

标定根据观测量和参考基准的不同可分为分立式标定和系统级标定,目前国内外对分立式标定的研究已十分成熟<sup>[1-2]</sup>,并在工程上得到了广泛的应用,但其过程较为复杂,且需依赖于高精度转台等设备,限制了它的应用前景;系统级标定<sup>[3]</sup>根据导航输出误差与误差参数及输入之间的关系,并设计合理的旋转路径来得到高精度的误差参数,可不需高精度转台等设备,并且可一次性标定出系统的多个误差参数,具有较好的应用前景。

近年来国内系统级标定的研究越来越多,且研究涉及标定过程的方方面面。柴卫华<sup>[4]</sup>采用奇异值分解和古卓夫柯夫方法分析了系统可观测性问题。杨晓霞<sup>[5]</sup>首次提出了设计多位置翻滚实验的系统级标定路径编排原则。刘峰<sup>[6]</sup>对系统级标定中相邻两位置间的旋转时间及每个位置上的停止时间进行了研究,并提出了一种最优设计方法。于海龙<sup>[7]</sup>设计了一种 33 维卡尔曼滤波系统级标定方法,在常用的误差参数的基础上额外考虑了加速度计二次项误差系数,并通过仿真验证了其有效性。张红良<sup>[8]</sup>设计了一种系统级标定卡尔曼滤波方法,额外考虑了系统的内杆臂效应,并在误差方程中对外杆臂作了补偿。

总的来说,目前系统级标定估计精度已能满足高精度惯导系统的标定要求,大部分是在仿真条件下,应用到实际标定中由于普遍存在误差参数考虑不全面的问题而必然会带来标定精度的损失。文中建立了惯导系统误差模型,额外考虑加速度计二次项误差系数与内杆臂参数对系统的影响,提出了一种 36 维 Kalman 滤波系统级标定方法,以速度和位置误差为观测量,依据各误差传播特性设计了合适的标定路径对各参数进行激励和分离。仿真及实验结果表明,该方法能高精度地标定出激光陀螺捷联惯导系统中激光陀螺和加速度计的零偏、标度因数误差、安装误差角以及加速度计二次项误差系数与内杆臂参数,满足高精度惯导系统的标定要求。

## 1 惯导系统误差模型

### 1.1 参考系约束

分立式标定通常选取转台坐标系作为其参考系,而系统级标定由于不以高精度转台作为基准,必

须建立新的参考系并对其作出约束<sup>[9]</sup>。文中采用一种常用的建立参考系并对其作出约束的方法:以载体坐标系为参考系, $\vec{x}^b$ 与陀螺敏感轴单位矢量 $\vec{x}^g$ 重合, $\vec{y}^b$ 位于 $\vec{x}^g\vec{y}^g$ 平面内, $\vec{z}^b$ 与 $\vec{x}^b$ 、 $\vec{y}^b$ 组成右手直角坐标系<sup>[10]</sup>。

则陀螺标度因数与安装误差矩阵 $\vec{\delta k}^g = \vec{S}^g + \vec{M}^g =$

$$\begin{bmatrix} \delta k_{11}^g & 0 & 0 \\ \delta k_{21}^g & \delta k_{22}^g & 0 \\ \delta k_{31}^g & \delta k_{32}^g & \delta k_{33}^g \end{bmatrix}, \text{加速度计标度因数与安装误差矩阵}$$

$$\vec{\delta k}^a = \vec{S}^a + \vec{M}^a = \begin{bmatrix} \delta k_{11}^a & \delta k_{12}^a & \delta k_{13}^a \\ \delta k_{21}^a & \delta k_{22}^a & \delta k_{23}^a \\ \delta k_{31}^a & \delta k_{32}^a & \delta k_{33}^a \end{bmatrix}, \text{其中 } \vec{S}^g = \begin{bmatrix} \delta k_{11}^i & 0 & 0 \\ 0 & \delta k_{22}^i & 0 \\ 0 & 0 & \delta k_{33}^i \end{bmatrix}$$

( $i=g, a$ ) 为陀螺和加速度计的标度因数误差矩阵,

$$\vec{M}^g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \delta k_{21}^g & 0 & 0 \\ \delta k_{31}^g & \delta k_{32}^g & 0 \end{bmatrix} \text{为陀螺的安装误差角矩阵, } \vec{M}^a =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \delta k_{12}^a & \delta k_{13}^a \\ \delta k_{21}^a & 0 & \delta k_{23}^a \\ \delta k_{31}^a & \delta k_{32}^a & 0 \end{bmatrix} \text{为加速度计的安装误差角矩阵。}$$

### 1.2 惯性器件误差模型

建立参考坐标系并对其进行了约束之后,尽可能全面考虑激光陀螺和加速度计的各类误差参数,包含激光陀螺捷联惯导系统中激光陀螺和加速度计的零偏、标度因数误差、安装误差角以及加速度计二次项误差系数与内杆臂参数。

由于加速度计安装误差角为小角,为简化设计,仅考虑各加速度计敏感轴上的内杆臂,并忽略旋转角加速度的影响,则激光陀螺捷联惯导系统中内杆臂误差方程如下<sup>[8]</sup>:

$$\vec{f}^L = \begin{bmatrix} ([\omega_{ib}^b]^2)_{ii} & 0 & 0 \\ 0 & ([\omega_{ib}^b]^2)_{ii} & 0 \\ 0 & 0 & ([\omega_{ib}^b]^2)_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_x^b \\ r_y^b \\ r_z^b \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $([\omega_{ib}^b]^2)_{ii}$ 为矩阵 $[\omega_{ib}^b]^2$ 的第*i*行第*i*列的元素,

$\vec{\delta r}^b = [r_x^b \ r_y^b \ r_z^b]^T$ 为系统的内杆臂参数。

激光陀螺捷联惯导系统中激光陀螺的输出误差方程如下:

$$\vec{\delta \omega}_{ib}^b = (\vec{S}^g + \vec{M}^g) \vec{k}^g \vec{N}^g + \vec{\varepsilon} + \vec{\delta \varepsilon} = \vec{\delta k}^g \vec{k}^g \vec{N}^g + \vec{\varepsilon} + \vec{\delta \varepsilon} \quad (2)$$

式中:  $\vec{k}^g$  为激光陀螺实际标度因数;  $\vec{N}^g = [N_x^g \ N_y^g \ N_z^g]^T$  为激光陀螺每秒脉冲数;  $\vec{\varepsilon} = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$  为激光陀螺常值零偏;  $\vec{\delta\varepsilon} = [\delta\varepsilon_x \ \delta\varepsilon_y \ \delta\varepsilon_z]^T$  为激光陀螺随机零偏。

激光陀螺捷联惯导系统中加速度计的输出误差方程如下:

$$\vec{\delta f}^b = (\vec{S}^a + \vec{M}^a) \vec{k}^a (\vec{N}^a + D_2^a (\vec{N}^a)^2) + \vec{f}_L + \vec{\nabla} + \vec{\delta\nabla} = \vec{\delta k}^a \vec{k}^a (\vec{N}^a + D_2^a (\vec{N}^a)^2) + \vec{f}_L + \vec{\nabla} + \vec{\delta\nabla} \quad (3)$$

式中:  $\vec{k}^a$  为加速度计实际标度因数;  $\vec{N}^a = [N_x^a \ N_y^a \ N_z^a]^T$  为加速度计每秒脉冲数;  $\vec{\nabla} = [\nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z]^T$  为加速度计常值零偏;  $\vec{\delta\nabla} = [\delta\nabla_x \ \delta\nabla_y \ \delta\nabla_z]^T$  为加速度计

随机零偏;  $D_2^a = \begin{bmatrix} D_{2x}^a & 0 & 0 \\ 0 & D_{2y}^a & 0 \\ 0 & 0 & D_{2z}^a \end{bmatrix}$  为加速度计二次项误差系数;  $\vec{f}_L$  为加速度计内杆臂误差。

### 1.3 系统误差传播方程

导航坐标系采用北东地(ONED)坐标系,系统误差传播方程如下<sup>[7]</sup>:

姿态误差方程

$$\vec{\varphi} = -\omega_m^n \times \varphi + \delta\omega_{in}^n - C_b^n \delta\omega_{ib}^b \quad (4)$$

速度误差方程

$$\vec{\delta V}^n = (C_b^n \vec{f}^b) \times \varphi - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \vec{\delta V}^n - (2\delta\omega_{ie}^n + \delta\omega_{en}^n) \times \vec{V}^n + \delta\vec{g}^n + C_b^n \vec{\delta f}^b \quad (5)$$

位置误差方程

$$\begin{cases} \delta\dot{L} = \frac{\delta V_N}{R_N+h} - \frac{V_N}{(R_N+h)^2} \delta h \\ \delta\dot{\lambda} = \frac{\delta V_E \sec L}{R_E+h} + \frac{V_E \tan L \sec L}{R_E+h} \delta L - \frac{V_E \sec L}{(R_E+h)^2} \delta h \\ \delta\dot{h} = -\delta V_D \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\vec{\delta g}^n$  为重力加速度在导航坐标系下的投影的变化,一般忽略其影响。  $\vec{\varphi} = [\varphi_N \ \varphi_E \ \varphi_D]^T$  为姿态误差角,  $\vec{\delta V}^n = [\delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D]^T$  为速度误差,  $\vec{\delta p} = [\delta L \ \delta \lambda \ \delta h]^T$  为位置误差(纬度、经度、高度),  $\omega_m^n$  为导航坐标系相对惯性坐标系的角速度在导航坐标系下的投影,  $C_b^n$  为载体坐标系到导航坐标系的变换矩阵,  $\omega_{ie}^n$  为地球相对惯性坐标系的角速度在导航坐标系下的投影,  $\omega_{en}^n$  为导航坐标系相对地球的角速度在导航坐标系下的投影。

## 2 二次项误差和内杆臂参数

### 2.1 二次项误差及其仿真

在静态或低动态环境下,一般只考虑加表的线性误差项,而加表的非线性误差项往往可以忽略。而实际导航过程往往处于振动等高动态环境中,此时加表的非线性误差会引起较大的导航误差,无法再对其忽略。加表的非线性误差项中二次项的贡献较大,一般忽略二阶以上的高阶项<sup>[9]</sup>。

为了分析二次项误差在不同环境下对于系统导航误差的影响,使用 1.3 节中所述的惯性导航误差方程对二次项误差进行了仿真,如图 1 所示,限于篇幅仅列出了北向速度误差曲线。

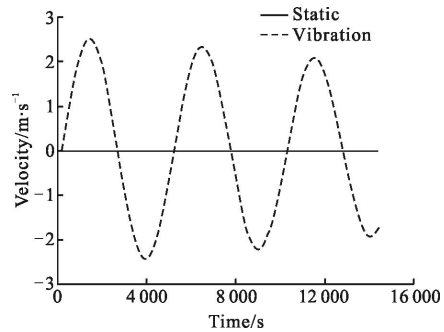


图 1 二次项误差影响曲线

Fig.1 Curves of the impact of quadratic term error

在图 1 中,实线表示加表二次项在低动态或静态环境下所引起的北向速度误差,虚线表示加表二次项在振动环境下所引起的北向速度误差。从图中可以看出,虚线的峰值远大于实线,最大的速度误差可达到 2.5 m/s 左右。因此,当不在振动环境下时,加表二次项基本可以忽略。当在振动环境下时,加表二次项对导航误差的影响已较大,必须加以考虑。

### 2.2 内杆臂参数及其仿真

由于机械结构及安装原因,3 个加速度计敏感质量质心不重合,3 个加速度计测量的是每个加计质心处沿其输入轴方向的比力,因此必定会造成加速度计的测量误差。根据刚体理论,在角运动时加速度计的测量误差势必造成导航解算误差,这种因加速度计测量点不一致而引起的导航误差称为内杆臂(ILA)效应<sup>[11]</sup>。

为了分析内杆臂效应在不同环境下对于系统导航误差的影响,使用 1.3 节中所述的惯性导航误差

方程对内杆臂效应进行了仿真,如图 2 所示,限于篇幅仅列出了北向速度误差曲线。

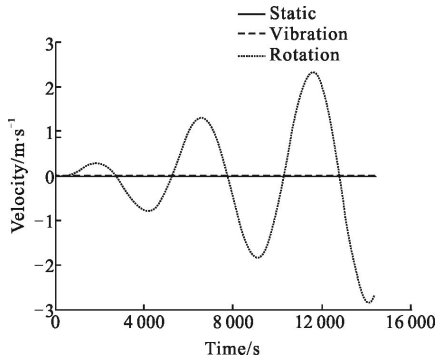


图 2 内杆臂参数影响曲线

Fig.2 Curves of the impact of ILA

在图 2 中,实线表示内杆臂在低动态或静态环境下所引起的北向速度误差,虚线表示内杆臂在振动环境下所引起的北向速度误差,点线表示内杆臂在存在大角速度转动时所引起的北向速度误差。从图中可以看出,实线和虚线基本重合,点线的峰值远大于实线,最大的速度误差可达到 3 m/s 左右。因此,静态或振动环境下内杆臂效应很小,基本可以忽略。而当存在大角速度转动时,内杆臂效应对导航误差的影响很大,必须加以考虑。

### 3 Kalman 滤波器设计

#### 3.1 状态变量的选取

考虑激光陀螺捷联惯导系统中激光陀螺和加速度计的零偏、标度因数误差、安装误差角以及加速度计二次项误差系数与内杆臂参数,并加入系统的姿态误差角、速度误差和位置误差,文中 Kalman 滤波器状态变量共 36 维,选取如下:

$$\vec{X} = [\varphi_N \ \varphi_E \ \varphi_D \ \delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \nabla_x^g \ \nabla_y^g \ \nabla_z^g \ \delta k_{11}^g \ \delta k_{21}^g \ \delta k_{31}^g \ \delta k_{22}^g \ \delta k_{32}^g \ \delta k_{33}^g \ \delta k_{11}^a \ \delta k_{21}^a \ \delta k_{31}^a \ \delta k_{12}^a \ \delta k_{22}^a \ \delta k_{32}^a \ \delta k_{13}^a \ \delta k_{23}^a \ \delta k_{33}^a \ D_{2x}^a \ D_{2y}^a \ D_{2z}^a \ r_x^b \ r_y^b \ r_z^b]^T \quad (7)$$

#### 3.2 观测量的选取

由于系统级标定不依赖于高精度转台的态度基准,因此其姿态误差角不可观测,由于在标定过程中仅有绕转台中心的转动,整个过程其速度和位置在理想情况下应保持不变,因此其实时导航解算得到的速度和位置与速度与位置初值的差值即为系统的

速度和位置误差,文中选取其速度和位置误差为观测量,  $\vec{Z} = [\delta V_N \ \delta V_E \ \delta V_D \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h]^T$ 。

### 4 标定路径编排

标定路径的编排参考 Camberlein<sup>[12]</sup>的 19 位置转动路径,并考虑到内杆臂参数的激励与分离,将其扩展为 25 位置转动路径,如表 1 所示。

表 1 25 位置标定路径编排

Tab.1 25-position calibration procedure arrangement

Rotation ordinal	Rotation degree and axis	Posture before rotation		
		X-axis	Y-axis	Z-axis
1	+90Y	North	East	Down
2	+180Y	Up	East	North
3	+180Y	Down	East	South
4	+90Z	Up	East	North
5	+180Z	East	Down	North
6	+180Z	West	Up	North
7	+90X	East	Down	North
8	+180X	East	North	Up
9	+180X	East	South	Down
10	+90X	East	North	Up
11	+90X	East	Up	South
12	+90X	East	South	Down
13	+90Z	East	Down	North
14	+90Z	Down	West	North
15	+90Z	West	Up	North
16	+90Y	Up	East	North
17	+90Y	South	East	Up
18	+90Y	Down	East	South
19	+180Z	North	East	Down
20	+180X	South	West	Down
21	+180Y	South	East	Up
22	+180Y	North	East	Down
23	+180X	South	East	Up
24	+180Z	South	West	Down
25	0	North	East	Down

### 5 可观测性分析

为了验证文中所设计的标定路径的有效性,使用 PWCS 方法来分析标定路径的可观测性。PWCS 方法使用简单的提取可观测矩阵(SOM)来代替复杂的整体可观测矩阵(TOM\_ 来简化可观测分析的过程,其需满足以下条件<sup>[13]</sup>:

$$\text{Null}(Q_j) \subset \text{Null}(A_j), 1 \leq j \leq r,$$

$$Q_j = [H^T \quad (HA_j)^T \quad \dots \quad (HA_j^{n-1})^T]^T \quad (8)$$

而这个条件在惯性导航系统中被证明是正确的<sup>[13]</sup>, SOM 如下所示:

$$Q_s(r) = [Q_1^T \quad Q_2^T \quad \dots \quad Q_r^T]^T$$

如果 kalman 滤波器是  $n$  维的,且  $\text{Rank}(Q_s(r)) = n$ ,那么系统就是完全可观测的<sup>[14]</sup>。

根据这些理论,利用 Matlab 程序计算了 SOM 的秩,如表 2 所示。

表 2 不同位置 SOM 的秩

Tab.2 Rank of SOM in different position

Position and its rank	Position sequence and rank value				
Position( $r$ )	0	1	2	3	4
Rank( $Q_s(r)$ )	12	18	23	26	30
Position( $r$ )	5	6	7	8	9
Rank( $Q_s(r)$ )	33	33	33	33	33
Position( $r$ )	10	11	12	13	14
Rank( $Q_s(r)$ )	33	33	33	33	33
Position( $r$ )	15	16	17	18	19
Rank( $Q_s(r)$ )	33	33	33	33	33
Position( $r$ )	20	21	22	23	24
Rank( $Q_s(r)$ )	36	36	36	36	36

从表 2 中可以看出 SOM 的秩从第 5 个位置开始已经上升到了 33,然后在很长时间内稳定在 33。直到最后的 6 个位置,SOM 的上升到了 36,也即达到了 Kalman 滤波器的维数。因此,系统在 25 位置转动之后是完全可观测的。

但是在某些情况下,即使系统是完全可以观测的,某些状态变量仍然无法被很好地估计出来。其原因是这些状态变量的可观测度经过激励之后依然太小

以至于无法达到可观测的要求,或者是他们的估计误差并没有逐渐收敛到零附近<sup>[14]</sup>。

为了证明标定路径的有效性,状态变量的可观测度或者其估计误差也应当被计算出来。由于除了二次项误差和内杆臂参数的所有其他状态变量的可观测性已经被证明过了<sup>[12]</sup>,并且文章篇幅有限。因此,在文中,仅将二次项误差和内杆臂参数的估计误差曲线列出,如图 3、图 4 所示。

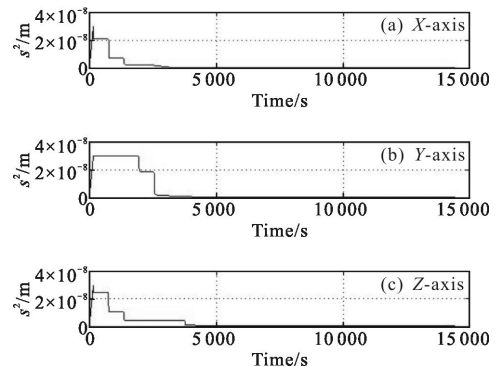


图 3 加速度计二次项误差系数估计曲线

Fig.3 Estimation error curves of quadratic term error coefficients of the accelerometer triad

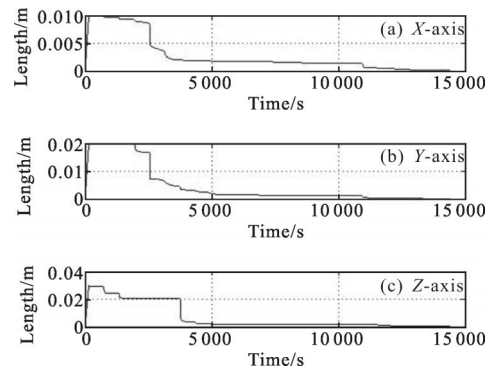


图 4 内杆臂参数估计误差曲线

Fig.4 Estimation error curves of the inner lever arm parameters

从图 3 中可以看出,二次项误差的估计误差在大约 5000 s 左右的时候收敛到了零附近,然后一直趋于稳定,说明二次项误差能较快地收敛,得到了很好的激励与分离。从图 4 中可以看出,内杆臂参数的估计误差在大约最后 3000 s 左右收敛到了零附近,而最后 3000 s 正是新增的 6 次转动的时间,说明新的转动路径对其误差激励是有效的。

### 6 仿真

为验证文中提出的标定方法的有效性,利用

matlab 软件编写了模拟产生激光陀螺和加速度计角增量和速度增量数据的程序,并按上文所述设计了一个 36 维 Kalman 滤波器,通过仿真得到的结果表明,所有误差参数都能得到很好的估计。

各误差参数真值设置与参数估计结果如表 3 所示。

表 3 参数真值设置与仿真估计结果

Tab.3 Parameters set and simulation estimated results

Error parameters	Parameters truth-value	Estimated results
Gyro biases /( $^{\circ}$ ) $\cdot$ h $^{-1}$	0.05/0.05/0.05	0.04996/0.05001/ 0.04923
Gyro scale factor errors/ppm	500/500/500	500.34/502.41/ 501.69
Gyro installation error angles/( $''$ )	206.26/206.26/ 206.26	206.29/206.74/ 207.07
Accelerometer biases/ $\mu$ g	200/200/200	205.29/199.06/ 191.24
Accelerometer scale factor errors/ppm	500/500/500	501.18/498.95/ 499.68
Accelerometer installation error angles/( $''$ )	206.26/206.26 206.26/206.26	206.86/206.88 208.84/206.24 207.04/209.00
Accelerometer quadratic term error coefficients( $10^{-9}$ s $^2$ /m)	30/30/30	29.706/30.083/ 30.354
Inner lever arm parameters/m	0.01/0.02/0.03	0.01007/0.01865/ 0.02715

从表 3 可以看出,激光陀螺和加速度计 27 个误差参数均能得到很好的估计。激光陀螺零偏估计精度优于 0.001( $^{\circ}$ )/h,标度因数误差估计精度优于 3 ppm,安装误差角估计精度优于 1 $''$ 。加速度计零偏估计精度优于 9  $\mu$ g,标度因数误差估计精度优于 2 ppm,安装误差角估计精度优于 3 $''$ ,二次项误差系数估计精度优于  $4\times 10^{-10}$  s $^2$ /m,内杆臂参数估计精度优于 3 mm。

## 7 实验结果

利用实验室某型激光陀螺捷联惯导系统,将其安装在三轴航海转台上,按照上文所设计的标定路径进行标定实验,相隔两个月左右在同一条件下进

行重复性验证实验,实验结果如表 4 所示。

表 4 标定结果

Tab.4 Calibration results

Date	2014.01.21	2014.03.04
Gyro biases /( $^{\circ}$ ) $\cdot$ h $^{-1}$	0.0017/-0.0103/ -0.0362	0.0016/-0.0101/ -0.0361
Gyro scale factor errors/ppm	442403.3/442264.4/ 442275.9	442403.4/442264.3/ 442275.5
Gyro installation error angles/( $''$ )	197.12/131.08/0/ -117.52/0/0	194.86/131.65/0/ -118.59/0/0
Accelerometer biases/ $\mu$ g	1243.56/-517.83/ 8.69	1240.21/-527.02/ 38.14
Accelerometer scale factor	1673.84/1669.62/ 1715.26	1673.84/1669.54/ 1715.23
Accelerometer installation error angles/( $''$ )	-638.33/333.87/ 953.39/-156.20/ 115.38/84.01	-637.78/333.46/ 956.80/-157.13/ 114.65/84.40
Accelerometer quadratic term error coefficients( $10^{-9}$ s $^2$ /m)	3.5037/2.7622/ 2.2385	3.1055/3.0762/ 2.2309
Inner lever arm parameters/m	0.0286/0.0241/ -0.0108	0.0272/0.0222/ -0.0107

可以看到标定结果的重复性还是很好的。为了验证实验结果的可靠性,同样对系统按照标定路径进行翻转,将 2014-03-04 标定得到的误差参数代入 1.3 节中的惯性导航误差方程补偿系统的导航误差。为了进行对比,未进行补偿的导航误差如图 5 和图 7 所示,进行了补偿的导航误差如图 6 和图 8 所示。

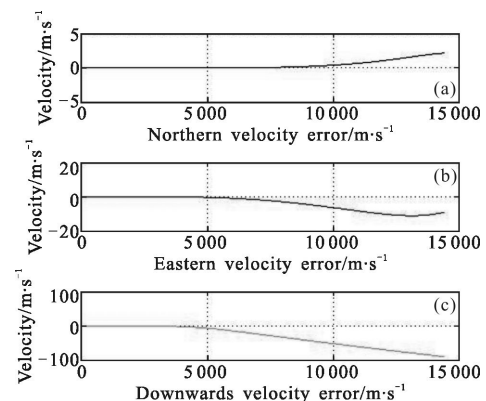


图 5 未补偿的速度误差曲线

Fig.5 Curves of velocity errors without compensation

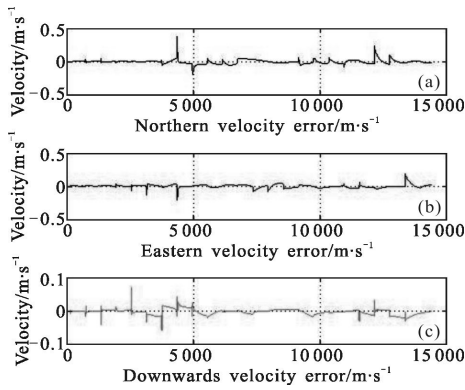


图 6 补偿后的速度误差曲线

Fig.6 Curves of velocity errors with compensation

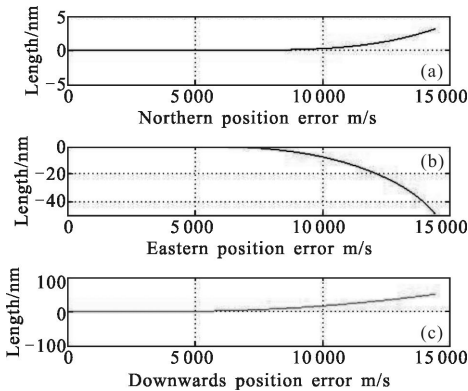


图 7 未补偿的位置误差曲线

Fig.7 Curves of position errors without compensation

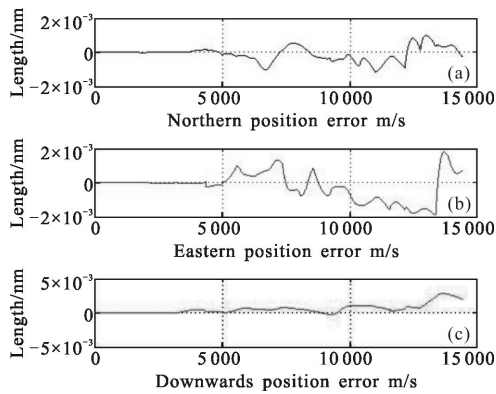


图 8 补偿后的位置误差曲线

Fig.8 Curves of position errors with compensation

从图 5 和图 6 可以看出,补偿前速度误差很大,补偿后速度误差低于 0.5 m/s。从图 7 和图 8 中可以看出,补偿前位置误差也很大,补偿后位置误差低于 0.005 nm。因此,标定得到的误差参数的补偿效果是很好的,也进一步验证了文中系统级标定方法的有效性。

### 8 结论

文中提出了一种额外考虑加速度计二次项误差系数与内杆臂参数的 36 维卡尔曼滤波系统级标定方法,建立了惯导系统误差模型,以速度和位置误差为观测量,依据各误差传播特性设计了合适的标定路径对各参数进行激励和分离。仿真及实验结果表明,25 位置标定路径能充分激励出所有 27 个误差参数。该方法在无需精密转台的条件下能高精度地标定出激光陀螺捷联惯导系统中激光陀螺和加速度计的零偏、标度因数误差、安装误差角以及加速度计二次项误差系数与内杆臂参数,满足高精度惯导系统的标定要求。该方法对误差参数进行了尽可能全面的考虑,完善了惯性器件误差方程,但由于内杆臂参数仅考虑了各加速度计敏感轴方向上的分量,方法仍可进一步改进。

### 参考文献:

[1] Guo Pengfei, Wang Mei, Ren Zhang, et al. The new calibration algorithm for the low-cost fiber-optics gyroscope [C]//Proceedings of the 2006 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium, 2006: 739-743.

[2] Bekkeng J K. Calibration of a novel MEMES inertial reference unit [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2009, 58(6): 1967-1974.

[3] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. A unified approach to inertial navigation system error modeling [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1992, 15(3): 472-480.

[4] Chai Weihua, Du Yadong, Zhang Shuxia. The Study of Observability of Strapdown Inertial Navigation System [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2000, 21(2): 10-14. (in Chinese)

柴卫华, 杜亚东, 张树侠. 捷联惯导系统可观性的研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2000, 21(2): 10-14.

[5] Yang Xiaoxia, Huang Yi. Systematic calibration method for laser gyro SINS [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2008, 16(1): 1-7. (in Chinese)

杨晓霞, 黄一. 激光陀螺捷联惯导系统的一种系统级标定方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(1): 1-7.

[6] Liu Feng, Xu Dan, Shang Kejun, et al. Analysis on timing preferences of calibration based on navigation datum [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2009, 17(6): 643-647.

- (in Chinese)
- 刘峰, 徐丹, 尚克军, 等. 基于导航误差的系统级标定方法中时间参数选取原则分析 [J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(6): 643–647.
- [7] Yu Hailong. Research on the methods for improving the accuracy of Laser Gyro SINS in vibration environment [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)
- 于海龙. 提高强振动环境下激光陀螺捷联惯导系统精度的方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012.
- [8] Zhang Hongliang. Research on the methods for error parameter estimation of the land high-precision RLG strapdown inertial navigation system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- 张红良. 陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- [9] Grewal M S, Henderson V D, Miyasako R S. Application of Kalman filtering to the calibration and alignment of inertial navigation systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(1): 4–13.
- [10] Wu Saicheng, Qin Shiqiao, Wang Xingshu, et al. Systematic calibration method for RLG inertial measurement unit [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2011, 19 (2): 185–189. (in Chinese)
- 吴赛成, 秦石乔, 王省书, 等. 激光陀螺惯性测量单元系统级标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(2): 185–189.
- [11] Yan Gongmin, Zhou Qi, Weng Jun, et al. Inner Lever Arm Compensation and Its Test Verification for SINS[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(1): 62–67.
- [12] Camberlein L, Mazzananti F. Calibration technology for laser gyro strapdown inertial navigation systems [C]//Symposium Gyro Technology, Stuttgart, Germany, 1985.
- [13] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-wise constant systems-part 2: Application to inertial navigation in-flight alignment [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(4): 1068–1075.
- [14] Cheng Xianghong, Wan Dejun, Zhong Xun. Study on observability and its degree of strapdown inertial navigation system [J]. *Journal of Southeast University*, 1997, 27 (6): 6–11. (in Chinese)
- 程向红, 万德钧, 仲巡. 捷联惯导系统的可观测性和可观测度研究[J]. 东南大学学报, 1997, 27(6): 6–11.